



Александр Федорович Гришин – доктор экономических наук, профессор. В 1961 г. окончил сельскохозяйственный факультет Саратовского экономического института. Работал главным экономистом совхоза, заместителем начальника районного управления сельского хозяйства в Казахстане. Награжден медалью “За освоение целинных земель”. Трудился в сельскохозяйственных вузах – Казахском, Полтавском, с 1985 г. и по настоящее время – заведующий кафедрой

финансов, статистики и экономического анализа Тверской государственной сельскохозяйственной академии. Автор и соавтор более 70 работ, среди которых “Производственные функции” (2000), “Научные основы корреляционного анализа агросистем” (2000), “Статистическое моделирование в сельском хозяйстве” (2001) и др.

В учебном пособии “Статистика” (2002), предназначенном для студентов агрономических и зооинженерных специальностей:

- рассмотрены основные разделы и множество показателей статистического исследования, отображения и анализа;
- представлены теория и практика группировок, абсолютных, относительных и средних величин, показатели вариации, ряды динамики и индексы, корреляционный анализ;
- особое внимание уделено статистике растениеводства, животноводства и статистике кормов.

ISBN 5-279-02594-1

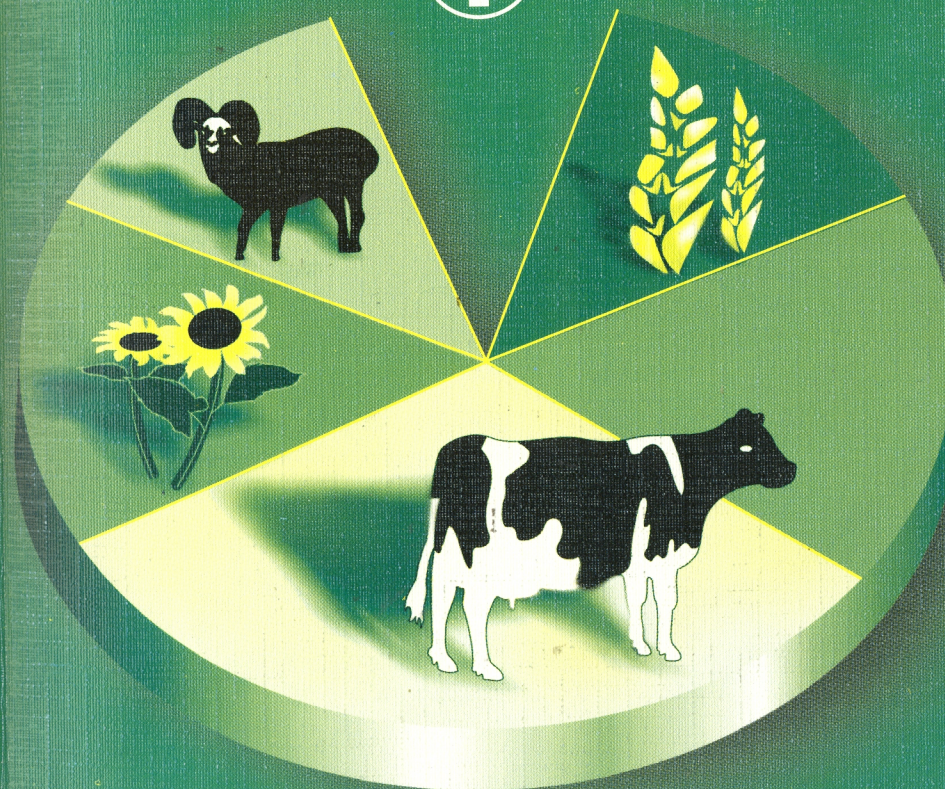


9 785279 025947

А.Ф.Гришин
СТАТИСТИКА

А.Ф. ГРИШИН

СТАТИСТИКА



А.Ф. ГРИШИН

СТАТИСТИКА

Допущено
Министерством сельского хозяйства
Российской Федерации в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений
по агрономическим и зооинженерным специальностям



МОСКВА
"ФИНАНСЫ И СТАТИСТИКА"
2003

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.А. Толин,

доктор сельскохозяйственных наук,
профессор, зав. кафедрой ботаники и кормоводства
Тверской государственной сельскохозяйственной академии;

А.А. Кондратьев,

доктор сельскохозяйственных наук, профессор,
зав. кафедрой частного животноводства
Тверской государственной сельскохозяйственной академии;

О.Г. Бойко,

кандидат экономических наук, доцент
Московского государственного университета экономики,
статистики и информатики (МЭСИ)

Гришин А.Ф.

Г85 Статистика: Учеб. пособие. — М.: Финансы и статисти-
ка, 2003. — 240 с.: ил.

ISBN 5-279-02594-1

В доступной форме рассматриваются вопросы организации статистики, сбора и обработки статистической информации, методологии расчета и применения показателей статистики. На многочисленных примерах по сельскому хозяйству представлены основные разделы и множество показателей статистического исследования, отображения и анализа. Особое внимание уделено статистике растениеводства, животноводства, кормов.

Для студентов агрономических и зооинженерных специальностей сельскохозяйственных вузов.

Г 0702000000 — 204
010(01) — 2003 266 — 2003

УДК [31:63](075.8)
ББК 65.051я73

ISBN 5-279-02594-1

© А.Ф. Гришин, 2003

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее пособие адресовано студентам технологических специальностей сельскохозяйственных высших учебных заведений с намерением доходчиво объяснить, зачем нужна статистика, какие вопросы она решает, какие приемы использует, как организована.

Статистику на бытовом уровне применяли издавна, да и как самостоятельная наука она имеет солидный возраст. История свидетельствует, что без статистических данных невозможны управление государством как социальным организмом, разработка программ развития тех или иных направлений и, конечно же, принятие управленческих решений на любом уровне.

Роль статистики в жизни общества трудно переоценить. Статистика — это учет и свodka информации о множестве процессов и явлений социума, например результатах рождаемости, размерах площадей посевов сельскохозяйственных культур, дорожно-транспортных происшествиях, конъюнктуре ценных бумаг, результатах футбольных матчей, ...банке спермы выдающихся быков-производителей, и т. д. Недаром И. Ильф и Е. Петров метко заметили в своем знаменитом романе «Двенадцать стульев»: «Статистика знает все». С помощью статистики количественно отображается вся наша реальность. Однако «цифры не правят миром, цифры показывают, как управляется мир», говорил в свое время великий Гёте.

Изучение статистической науки имеет огромное значение при подготовке высококвалифицированных кадров для сельского хозяйства. Статистический метод исследования, планирование и обработка данных экспериментов — неотъемлемая часть научного познания в области агрономических и зоотехнических наук.

В последнее десятилетие вышло много учебников и пособий по статистике известных авторов — доктора экономических наук, профессора, члена-корреспондента Российской академии наук И. И. Елисевой, доктора экономических наук, профессора М. Р. Ефимовой,

профессора Р. А. Шмойловой и других, которые ориентированы на студентов-экономистов. А ведь более чем в 60 сельскохозяйственных вузах России сегодня обучаются не менее десяти тысяч студентов-технологов! И вся эта армия будущих аграрников нуждается в учебном пособии, излагающем основы статистики ясным и доступным языком.

Цель пособия — способствовать повышению уровня подготовки специалистов сельскохозяйственного производства с учетом особенностей их специальности.

Оно соответствует типовой программе курса «Статистика» для студентов агрономических и зоотехнических факультетов высших учебных заведений.

Основные разделы курса проиллюстрированы многочисленными примерами, относящимися к сельскому хозяйству. Популярно и в то же время научно обоснованно представлены теория и практика группировок, абсолютных, относительных и других величин, показатели вариации, ряды динамики и индексы, корреляционный анализ.

Особого внимания заслуживают главы по статистике растениеводства, животноводства, кормов, в которых показана эффективность статистических методов исследования, оптимизации и принятия решений.

Пособие состоит из 12 глав, каждая из которых заканчивается упражнениями для самопроверки, что придает материалу заверченный характер.

Учитывая опыт преподавания статистики на агрономических и зооинженерных факультетах сельскохозяйственных институтов, автор попытался максимально доходчиво изложить математические основы статистики, так как обилие формализации в преподавании статистики студентам-неэкономистам может только помешать эффективному усвоению курса.

Автор выражает благодарность Л. С. Казинцу — своему первому учителю в Саратовском экономическом институте, соавтору многих работ и товарищу И. П. Товме, а также всем, кто способствовал его становлению как ученого-экономиста. Весьма признателен за ценные замечания и проверку расчетов Ю. Е. Гаврилову. От всей души благодарит свою семью — жену Любовь Иосифовну, дочерей Женю и Ольгу, которые оказали неоценимую помощь в работе над пособием.

ГЛАВА 1

ПРЕДМЕТ, МЕТОД И ОРГАНИЗАЦИЯ СТАТИСТИКИ

1.1. ПОНЯТИЕ «СТАТИСТИКА»

Происхождение термина. Понятие «*статистика*» происходит от латинского слова «status» — положение, состояние явлений, процессов, вещей, дел. От этого корня происходит слово stato — государство. Соответственно statista — статистик — знаток государства; statistika — статистика — определенная сумма знаний. В научный обиход термин был введен профессором Геттингенского университета Г. Ахенвалем в 1743 г. для обозначения суммы знаний о государстве, характеризующих границы, население, благосостояние, достопримечательности, экономику и другие объекты, процессы, явления.

Содержание термина. В настоящее время понятие «статистика» употребляется в нескольких значениях. Во-первых, под статистикой понимают *науку*; во-вторых, *учет массовых явлений* и процессов, наблюдаемых в жизни общества, т.е. сбор статистической информации; в-третьих, *цифры*, характеризующие размеры, объемы, уровни общественных явлений и процессов, т.е. статистические данные. При этом не каждая цифра является статистикой. Так, урожайность картофеля на приусадебном участке А. Ф. Гришина в 8 т с 1 га — это не статистика. Статистикой будет, например, средняя урожайность картофеля по всем категориям хозяйств Тверской области (в 1998 г. составила 12,2 т с 1 га). Первая цифра несет в себе информацию, но только для узкого круга лиц — не более. Вторая — отражает массовое явление, концентрирует в себе достигнутый уровень картофелеводства в области.

Категории статистической науки. Статистики пользуются *специфическим языком*, включающим ряд понятий и категорий. Наиболее употребительными и простыми из них являются:

- признак,
- вариация,
- статистическая совокупность,
- статистическая закономерность,
- показатель.

Признаком в статистике называют свойство, характерную черту объекта, явления, процесса, которое можно наблюдать и измерить. При статистическом изучении признак получает количественную или качественную оценку.

Например, признак сельскохозяйственного предприятия — это хозяйствующий субъект, основной деятельностью которого является выращивание растений и животных.

В демографии¹ основными признаками являются пол, возраст, рождаемость, смертность, естественный прирост, миграция.

Признаки в статистике делят на количественные и атрибутивные² (качественные).

Количественными называют признаки предмета, процесса, явления, которые можно выразить числом. Например, урожайность сельскохозяйственных культур, продуктивность скота, возраст человека, зарплата и т. д.

Атрибутивные признаки прямо не поддаются числовому измерению. Например, профессии работников: агроном, доярка, слесарь-сантехник, оператор машинного доения, машинист экскаватора и т. д.

Если атрибутивные признаки принимают только два противоположных значения, то их называют *альтернативными*. Например, пол: мужской — женский, студент: успевающий — неуспевающий, изделие: годное — негодное (брак), семена: всхожие — не всхожие и т. п.

Признаки делят также на *существенные* и *несущественные*. Существенные (главные, основные) определяют содержание процесса, явления и являются основой наблюдения и регистрации. Несущественные признаки дают дополнительное представление об объекте наблюдения, они представляют интерес, если оказывают влияние на существенные признаки.

Деление признаков на существенные и несущественные относительно и зависит от целей исследования. Так, существенным признаком студента является успеваемость, а пол, возраст — несущественными. При переписи населения, наоборот, пол и возраст являются существенными признаками, а успеваемость не имеет значения.

¹ Демография — наука о закономерностях воспроизводства населения.

² Атрибут (от лат. attribuo — наделяю) — неотъемлемое свойство объекта.

Прямые признаки характеризуют процесс, явление, объект прямо, непосредственно. Например, объем произведенной продукции характеризует размеры предприятия непосредственно. **Косвенные** признаки определяют сущность явления, процесса, объекта косвенно. Так, о размерах сельскохозяйственного предприятия можно судить по площади сельскохозяйственных угодий, поголовью скота, по другим признакам.

Признаки делят на *первичные*, которые мы наблюдаем, измеряем, регистрируем. Так, для предприятия это объем продукции, численность работников, фонд зарплаты, основные фонды.

Вторичные признаки получают путем обработки первичных признаков, т. е. это признаки соотношений. Например, средняя зарплата — это соотношение фонда зарплаты и численности работников; производительность труда — соотношение объема произведенной продукции и численности работников; продуктивность коров — соотношение валового надоя молока и поголовья и т. п. (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Примеры первичных и вторичных признаков

Предприятие	Первичные признаки		Вторичные признаки	Примечания
	валовая продукция в сопоставимых ценах, млн руб.	численность работников, чел.	производительность труда, тыс. руб.	
A	1	2	3 (1:2)	4
1	5,0	500	10,0	(11:1500)
2	6,0	1000	6,0	
Σ	11,0	1500	7,3	

Результативным признаком (признаком — следствия) называют размер признака, претерпевшего изменения под воздействием других признаков, называемых *факторными* (признаками — причины). Например, внесение органических удобрений в расчете на 1 га посадок картофеля, включение в рацион дойных коров карбамида, в целях восполнения дефицита протеина — факторные признаки, а урожайность картофеля и суточный удой — результативные признаки.

Количественные признаки могут быть *непрерывными*, т. е. принимать любые значения, и *дискретными* (прерывными). Дискретные признаки отличаются друг от друга на некоторую конечную величину (как правило, целое число). Например, количество поросят в помете, факультетов в вузе, тракторно-полеводческих бригад в хозяйстве, число детей в семье, этажей в многоэтажном доме и т. п.

Вариацией в статистике называют изменение размеров признака у единиц, входящих в статистическую совокупность.

Например, суточная продуктивность коров, даже в пределах группы, может принимать различные значения — от 0 до 15 л и более, влажность поступающего от комбайнов на ток зерна — от 13 до 20% и более. Признаки единиц совокупности в этом случае называют *варьирующими*.

Пределы, в которых возможны различия варьирующего признака у единиц совокупности, называют *границами вариации*. Нижней границей вариации является минимальное значение признака, верхней — максимальное.

Ориентироваться в границах вариации признака необходимо и в логическом контроле статистических данных. Например, имеются статистические данные по настригу шерсти по хозяйствам района (в килограммах) с одной головы: 4,1; 4,8; 0,1; 5,2; 23,8 и т. д. Зная породный состав овец, потенциальную шерстную продуктивность, можно предположить, что значения признаков 0,1 и 23,8 явно ошибочны. В ряду, характеризующем урожайность зерновых культур (в центнерах) с 1 га, имеем следующие показатели: 8,1; 10,2; 18,4; 15,6; 128; 0,7 и т. д. Значения 128 и 0,7 надо проверить и скорее всего в первом случае пропущена запятая, отделяющая целую часть от дробной, во втором — отсутствуют значения единиц или десятков в целой части. Отдельные значения признака называют *вариантом*.

Статистическая совокупность — это множество процессов, явлений, объектов, объединенных общей связью и обладающих как общими, так и отличительными признаками. Например, студенты — статистическая совокупность, общий признак — граждане, обучающиеся в вузах, отличительные — пол, возраст, будущая специальность, успеваемость, курс и т. д. Отара овцематок — статистическая совокупность, общий признак — стадо взрослого маточного поголовья овец, отличительные — породность, вес, продуктивность, возраст, физическое состояние и т. д. Семена ози-

мой ржи — статистическая совокупность, общий признак — семенной материал для посева культуры, отличительные признаки — репродукция, всхожесть, засоренность, сорт, подготовленность и т. д.

Таким образом, в качестве статистической совокупности может выступать любое множество объектов, процессов, явлений. Отдельные объекты, явления, образующие статистическую совокупность, называют *единицами совокупности*.

Статистическая закономерность. Статистической закономерностью называют закономерность, которая проявляется в массе наблюдений за результативными и факторными признаками. В детерминированной (определенной) закономерности между признаками — следствия и признаками — причины связи проявляются жестко независимо от места и времени. Например, если известны пройденный путь (s) и время (t), то скорость (v) всегда s/t . В статистической закономерности отдельные наблюдения могут выходить за рамки логических умозаключений. Множество же измерений результативного и факторного показателей обеспечивает взаимное погашение ошибок и случайных отклонений и позволяет в итоге установить взаимосвязи. К примеру, связь между продуктивностью коров и номером лактации, сроками сева и урожайностью и т. п.

Показатель — обобщенная характеристика признака процесса, явления, объекта в условиях конкретного места и времени. Это, например, поголовье скота на определенную дату, посевные площади культур, производительность труда и т. д.

Совокупность показателей, всесторонне отображающих развитие объекта, явления, образует *систему показателей*.

Сводные экономические показатели, относящиеся к сложному комплексу экономических процессов, называют *синтетическими показателями* (валовой внутренний продукт — ВВП, национальный доход — НД и т. п.).

Величина показателя рассчитывается в результате его измерения с помощью соответствующих единиц и определенной методологии.

Причинно-следственные связи. Все явления, процессы окружающего мира чрезвычайно разнообразны. Одни оказывают положительное, другие — отрицательное воздействие на жизнь общества, но все они имеют то общее, что мы называем причинно-следственной связью. Так, если снизилась продуктивность жи-

вотных (следствие), то причинами могут быть ухудшение кормления и содержания, болезни, стрессы и т. д. Если падает урожайность культуры (следствие), то причин может быть великое множество, прежде всего это весь комплекс агротехники, уровень организации производства, труда, управления.

Безусловно, одни и те же процессы и явления нашей жизни в различных условиях места и времени протекают по-разному. Например, урожайность культуры при различной технологии будет разной даже в условиях одного хозяйства, она неодинакова в Ставрополье и на Тверской земле и, конечно же, ее уровень — большой или меньший в тот или иной период наблюдения. Поскольку процессы и явления характеризуются соответствующими показателями, то последние так же находятся в определенных связях и зависимостях.

1.2. ПРЕДМЕТ СТАТИСТИКИ

Предметом статистики как науки является количественное отображение массовых социально-экономических процессов и явлений в условиях конкретного места и времени.

В каждый данный исторический момент процессы и явления имеют конкретные размеры, структуру, определенные соотношения, различную скорость развития, ту или иную распространенность и т. д.

Так, в каждой стране или районе в определенные периоды или на определенные даты различны численность населения, его классовый и половозрастной состав, размеры производства и потребления продуктов, темпы роста производства, соотношение производства средств производства и предметов потребления и т. п. Все эти и другие объемы и количественные соотношения общественных явлений в единстве с качественной стороной являются предметом изучения статистики.

В ходе исторического развития в составе статистики обособился целый ряд самостоятельных статистических дисциплин. Это связано с особенностями предмета исследования и особой системой показателей различных сторон жизнедеятельности человека (рис. 1.1).

В составе статистики выделяются: общая теория статистики, экономическая статистика и ее отраслевые науки, социальная статистика и ее отраслевые науки.

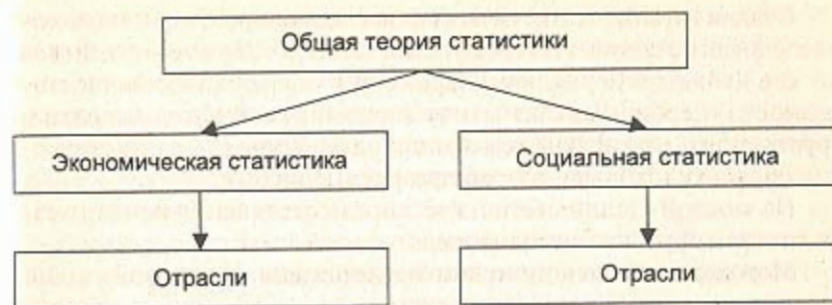


Рис. 1.1. Структурная схема статистики

Общая теория статистики разрабатывает понятийный аппарат науки, систему категорий, рассматривает методы сбора, сводки, обобщения и анализа статистических данных, формулирует правила и принципы статистического исследования.

Экономическая статистика изучает количественные стороны воспроизводства как в целом по экономике страны, так и по отдельным ее отраслям. В целом по экономике — это *национальное богатство (НБ)*: земельные фонды, лесные ресурсы, объемы речного стока и запасы воды в крупных озерах и водохранилищах, разведанные запасы полезных ископаемых, основные фонды, материальные оборотные средства, домашнее имущество; *система национальных счетов (СНС)*; *баланс народного хозяйства (БНХ)*; *валовой внутренний продукт (ВВП)* и целый ряд других показателей.

Отраслевые статистики делятся по отраслям экономики в соответствии с Единым государственным регистром предприятий и организаций всех форм собственности и хозяйствования (ЕГРПО): статистика сельского хозяйства; статистика промышленности, транспорта (по отраслям), торговли, связи и т. д.

Социальная статистика изучает социальные процессы и явления: демографические, уровень жизни и благосостояния населения, его образовательный и культурный уровень, здравоохранение, мораль, политику, общественное мнение и т. п.

1.3. МЕТОДОЛОГИЯ СТАТИСТИКИ

Под методологией понимается комплекс (система) методов, используемых наукой для познания действительности.

Стадии (этапы) статистического исследования. Статистическое исследование состоит из трех стадий (этапов). *Первая* — статистическое наблюдение, включающее сбор и оценку качества (достоверности) первичных статистических данных. *Вторая* — сводка и группировка статистического материала. *Третья* — статистическая обработка, анализ, разработка рекомендаций.

На каждой стадии статистического исследования используется соответствующая методология.

Методология статистического исследования. На первой стадии статистического исследования применяются различные методики массового (сплошного, выборочного) статистического наблюдения. Масштабность и сложность организации, зачастую большие затраты труда и средств требуют научного подхода к их проведению (перепись населения, перепись не установленного оборудования, организация статистической отчетности и т. п.). В задачу методов входит обеспечение всеобщности, полноты и репрезентативности (представительности) получения первичной информации.

На второй стадии статистического исследования используются методы сводки и группировки первичного статистического материала. К методам сводки относятся методы проверки собранных данных, систематизации, обработки, представления их в форме статистических таблиц, диаграмм, графиков. Методы группировок позволяют расчленить статистическую совокупность на группы и подгруппы по существенным признакам.

На заключительной, третьей стадии преследуется цель выявления и изучения связей, закономерностей, определения различного рода параметров и их оценка.

В статистической науке и практике широко используются методы относительных и средних величин; изучения вариационных и динамических рядов; индексный, дисперсионный и корреляционный анализ; оценки гипотез; построения математических моделей связи между результативными и факторными признаками; межотраслевых балансовых связей; расчета показателей системы национальных счетов.

1.4. ОРГАНИЗАЦИЯ СТАТИСТИКИ

В настоящее время главным статистическим органом является *Государственный комитет Российской Федерации по статистике* (Госкомстат России). Он осуществляет руководство статисти-

кой в соответствии со статьей 71 Конституции Российской Федерации. Его задачи сводятся к единому научно-методическому руководству всей системой статистических органов; к своевременному, полному и достоверному сбору информации по множеству вопросов жизни общества, а также к автоматизации сбора, обработки и анализа информации, обеспечению гласности статистических материалов.

Система органов государственной статистики образована в соответствии с государственным устройством и административно-территориальным делением страны (рис. 1.2).

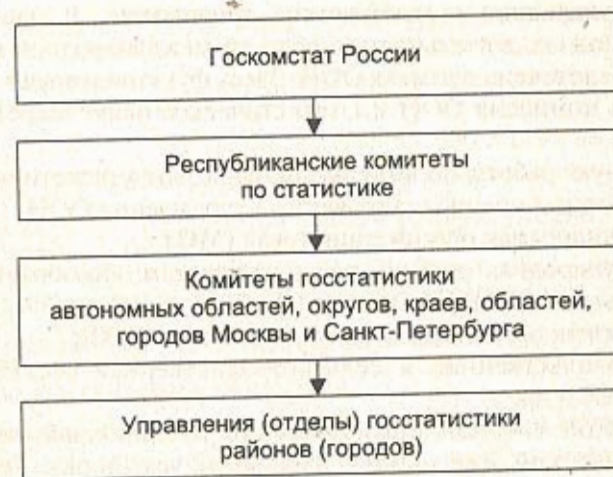


Рис. 1.2. Схема организации государственной статистики в Российской Федерации

В республиках, входящих в Российскую Федерацию, имеются республиканские комитеты. В автономных областях, округах, краях, областях, в городах Москве и Санкт-Петербурге действуют государственные комитеты по статистике (комитеты государственной статистики), в районах (городах) — управления (отделы) государственной статистики. В различных ведомствах, учреждениях, организациях, на предприятиях функционируют соответствующие службы, подотчетные по подчиненности и государственным органам статистики.

Организация статистики за рубежом. За рубежом не существует единой статистической службы. Статистическими исследованиями занимаются многие частные фирмы, бюро, институты, ассоциации по заказам государственных и частных фирм и организаций.

Имеются также правительственные статистические организации, которые заняты отдельными статистическими работами. Представление статистических материалов основано на принципе добровольности. Предприниматели строго охраняют коммерческую тайну и поэтому не всегда готовы представить какую-либо отчетность кроме обязательной.

Международные статистические организации. В настоящее время основная деятельность в области международной статистики сосредоточена в рамках ООН. Здесь функционируют Статистическая комиссия ООН и Статистическое бюро секретариата ООН.

Большую работу по отдельным отраслям статистики ведут международные специализированные учреждения ООН:

Международная организация труда (МОТ);

Международная организация по вопросам образования, науки и культуры (ЮНЕСКО);

Всемирная организация здравоохранения (ВОЗ);

Продовольственная и сельскохозяйственная организация ООН (ФАО) и др.

Основной сводной статистической публикацией является «Статистический ежегодник» (Statistical year-book). Текущие официальные статистические данные по мировой экономике публикуются регулярно в «Ежемесячном статистическом бюллетене» (Monthly bulletin of statistics).

УПРАЖНЕНИЯ

- 1.1. Расскажите о происхождении термина «статистика».
- 1.2. Назовите фамилию ученого, который впервые ввел в обиход указанный термин. В каком году?
- 1.3. Дайте определение термина «статистика».
- 1.4. Назовите основные категории, представляющие «статистический язык».
- 1.5. Приведите примеры статистической совокупности.

1.6. Студенческая академическая группа — статистическая совокупность. Приведите примеры признаков:

- количественных;
- качественных;
- альтернативных;
- существенных;
- не существенных;
- дискретных;
- непрерывных;
- факторных;
- результативных.

1.7. Что такое вариация, варьирующий признак, границы вариации?

1.8. Чем статистическая закономерность отличается от детерминированной?

1.9. Сформулируйте предмет статистики.

1.10. Перечислите самостоятельные статистические дисциплины.

1.11. Назовите стадии статистического исследования.

1.12. Приведите методологию статистического исследования.

1.13. Как организована статистика в РФ?

1.14. Перечислите международные статистические организации.

1.15. Соберите основные сведения о жизни и творческой деятельности Л. Кетле, Ф. Гальтона, К. Пирсона, И. Фишера, Госсета (Стьюдента), П. П. Чебышева, А. А. Маркова, и их работах в области статистики¹.

¹ Для студентов, особо интересующихся статистикой.

ГЛАВА 2

СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

2.1. ПОНЯТИЕ И ВИДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Статистическое наблюдение является первым этапом статистического исследования. На этом этапе формируется исходная статистическая информация для последующей обработки, анализа и выработки рекомендаций. Если здесь допущена ошибка или собран недоброкачественный статистический материал, то последующая работа с ним может только ухудшить положение. Являясь основой статистического исследования и определяя его эффективность, статистическое наблюдение должно быть всесторонне продуманным и четко организованным.

Таким образом, статистическое наблюдение представляет собой научно организованный, планомерный и систематический процесс сбора массовых статистических материалов об экономической и социальной жизни общества, заключающийся в регистрации отобранных признаков у каждой единицы совокупности.

Статистическое наблюдение — это большая, кропотливая и трудоемкая работа, требующая привлечения квалифицированных кадров, всесторонне продуманной организации, планирования, подготовки и проведения.

Формы и виды статистического наблюдения. Формы статистического наблюдения выделяются на основе их организационных особенностей. Так, в статистике по этому признаку выделяют: отчетность, специальное наблюдение и регистры. Виды статистического наблюдения схематично показаны на рис. 2.1.

По степени охвата исследуемой совокупности статистическое наблюдение подразделяется на сплошное (полное) и несплошное (частичное).

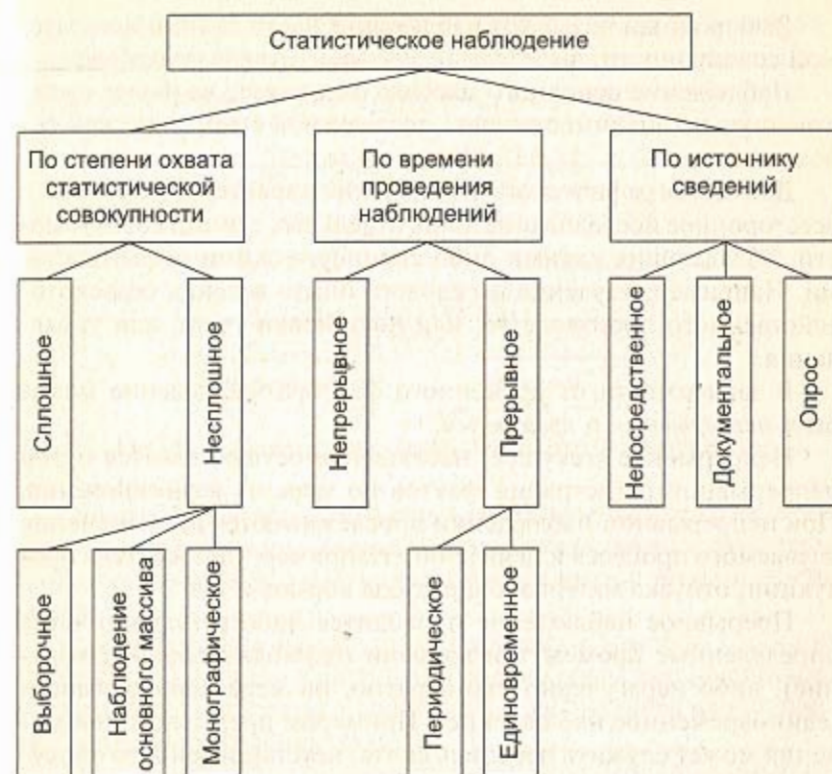


Рис. 2.1. Общая схема видов статистического наблюдения

Сплошное наблюдение охватывает все единицы изучаемой совокупности. Примером сплошного наблюдения служит перепись населения, текущая отчетность предприятий и организаций. Сплошное наблюдение обеспечивает полноту информации об изучаемых фактах и явлениях. Оно зачастую очень трудоемко и дорого (перепись населения), требует больших затрат времени.

При несплошном наблюдении охватывается только определенная часть изучаемой совокупности. Оно подразделяется на *выборочное наблюдение, наблюдение основного массива и монографическое.*

Выборочным называют наблюдение части единиц исследуемой совокупности, выделенной *методом случайного отбора*.

Наблюдение основного массива охватывает наиболее существенную по значимости часть исследуемой статистической совокупности.

Для монографического наблюдения характерно глубокое и всестороннее исследование лишь отдельных единиц совокупности, обладающих какими-либо специфическими особенностями. Например, изучение передового опыта ведения сельскохозяйственного производства, или постановки учета, или управления.

В зависимости от временного фактора наблюдение может быть *непрерывным* и *прерывным*.

Непрерывное (текущее) наблюдение осуществляется путем непрерывной регистрации фактов по мере их возникновения. При непрерывном наблюдении прослеживаются все изменения изучаемого процесса или явления. Например, учет выпуска продукции, отпуска материалов, расхода кормов и т. д.

Прерывное наблюдение проводится либо регулярно через определенные промежутки времени (периодическое наблюдение), либо нерегулярно, однократно, по мере необходимости (единовременное наблюдение). Примером прерывного наблюдения может служить перепись скота, неустановленного оборудования и т. п.

В зависимости от источников получения статистических данных различают непосредственное наблюдение, документальное наблюдение и опрос.

Непосредственное наблюдение осуществляется путем фиксации фактов, лично устанавливаемых регистратором в результате осмотра, измерения, подсчета признака изучаемого явления. Например, инвентаризация, хронометраж операций при изучении их трудоемкости.

Документальное наблюдение основано на использовании в качестве источника информации данных различных документов.

Опрос базируется на получении данных в форме ответов опрашиваемых лиц. Такой вид наблюдения характерен для переписей населения, различного рода социологических обследований и опросов общественного мнения.

Способы статистического наблюдения. В статистической практике используются следующие способы статистического наблюдения: отчетный, экспедиционный, саморегистрации, анкетный (рис. 2.2).



Рис. 2.2. Общая схема статистического наблюдения

Отчетный способ заключается в обязательном представлении всеми предприятиями, организациями, хозяйствами статистической отчетности в установленные сроки, адреса и по определенной форме.

Суть экспедиционного способа состоит в том, что к каждой единице наблюдения прикрепляют специальных лиц (счетчиков, регистраторов), которые в специальных формулярах фиксируют сведения о наблюдаемом явлении.

При саморегистрации характерно то, что специальные работники снабжают опрашиваемых лиц бланками и дают инструкции о порядке их заполнения, заполняют бланки сами опрашиваемые.

При анкетном наблюдении определенному кругу лиц вручаются (или публикуются в печати) специальные анкеты (вопросники). Заполнение этих анкет носит добровольный характер и осуществляется, как правило, анонимно. Такой порядок снижает полноту и достоверность получаемой информации. В связи с этим названный способ наблюдения применяется в исследованиях, где не требуется высокая точность, а нужны приближенные, ориентировочные результаты.

Выбор видов и способов статистического наблюдения зависит от ряда факторов: целей и задач наблюдения, специфики наблюдаемого объекта, срочности, наличия подготовленных кадров, возможности применения технических средств сбора и обработки данных и др.

2.2. ПРОГРАММА СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Объект статистического наблюдения. Объектом статистического наблюдения называется совокупность, о которой собраны нужные сведения. Объектом наблюдения могут быть колхозы, крестьянские (фермерские) хозяйства, население, высшие учебные заведения, скот, посевы и т. д.

Здесь особое значение имеет точное определение объекта наблюдения, чтобы отграничить объекты одни от других, близких по характеру. Выделить объект статистического наблюдения означает перечислить его основные отличительные черты, важнейшие признаки.

Так, если объектом наблюдения является население, то необходимо указать, какое именно: городское или сельское, наличное или постоянное.

Всякий объект статистического наблюдения состоит из отдельных единиц. Например, сельское хозяйство состоит из госпредприятий, колхозов, АО, крестьянских (фермерских) хозяйств, хозяйств населения и т. д.

Характеристика объекта может быть получена лишь посредством характеристики его единиц.

Единица статистического наблюдения. Единицей наблюдения называют составной элемент объекта наблюдения, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации. Например, какие признаки имеются у совокупности «избиратели»? Избирателями у нас считаются лица, достигшие 18-летнего возраста и не лишенные права голоса по суду. Какой основной признак сельскохозяйственного предприятия? Это наличие деятельности, связанной с выращиванием растений и животных.

В практике статистического исследования иногда признаки и их значения для отграничения объема устанавливаются одинаковыми в определенных условиях. Такие признаки и их количественные значения называются *цензом* (возрастной ценз, ценз оседлости и т. д.).

Программа статистического наблюдения. Процесс статистического наблюдения состоит из следующих этапов:

- проектировка наблюдения;
- подготовка наблюдения;
- производство наблюдения;
- контроль полученных материалов.

Проектировка наблюдения заключается в составлении программы наблюдения и подробного плана, обеспечивающего методологическую и организационную стороны проведения наблюдения. К проектированию относится также составление программы сводки материалов, программ обработки, анализа и финансовой сметы. Предварительное составление этих программ необходимо для того, чтобы заранее конкретно определить задачи, которые должны быть решены в результате наблюдения, а также для того, чтобы в программу наблюдения не включались ненужные вопросы и не упускались важные.

Подготовка наблюдения определяется характером наблюдения и заключается, как правило, в подготовке статистических бланков и инструкций, составлении списков объектов наблюдения, проведении пробного исследования, подборе кадров, проведении их обучения.

Производство наблюдения заключается в непосредственном сборе данных. Сложность производства статистического наблюдения обусловлена прежде всего его массовостью, что требует участия большого количества работников. Например, в переписи населения 1989 г. участвовало около 1 млн счетчиков.

Контроль заключается в проверке правильности проведенного наблюдения и собранных данных.

Программа статистического наблюдения детализирует место, время и сроки наблюдения, имеющие важное значение особенно при проведении переписей, социологических исследований.

Вопрос о месте наблюдения возникает всегда при проведении социологических исследований и решается в зависимости от цели исследования.

Время наблюдения определяет начало и конец работ по регистрации и проверке полученных данных. Оно выбирается на основе многих факторов.

Например, перепись населения 1989 г. проводилась в период с 12 по 19 января. При этом было учтено: время года (зима), середина недели, когда подвижность населения ниже (к этому времени закончились каникулы у школьников, а у студентов не начались).

От времени наблюдения следует отличать *критический момент*, к которому приурочивают собранные данные. Критический момент переписи 1989 г. был установлен на ноль часов 12 января.

2.3. СПОСОБЫ КОНТРОЛЯ И ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДОСТОВЕРНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Достоверность и своевременность статистических данных. Под достоверностью понимается степень объективного отображения статистическими данными сущности явлений и процессов.

Своевременность характеризует поступление данных в сроки, установленные для данного статистического наблюдения.

Обеспечение достоверности и своевременности является основной, законом статистики.

Ошибки наблюдения. В процессе статистического наблюдения неизбежно возникают погрешности, ошибки.

Признак классификации ошибок	Вид ошибок
Характер ошибок	Случайные
Стадия возникновения	Систематические
	Ошибки регистрации
	Ошибки при подготовке данных к машинной обработке
	Ошибки в процессе машинной обработки
Причина возникновения	Ошибки измерения
	Ошибки репрезентативности
	Преднамеренные ошибки
	Непреднамеренные ошибки

Ошибки делятся на *случайные* и *систематические*. Случайными называют ошибки, которые обусловлены случайными факторами. К ним относятся описки, оговорки и т. п. Такие ошибки могут быть направлены как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения. При сводной обработке они, как правило, погашаются.

Большую опасность представляют систематические ошибки. Они могут возникнуть из-за плохо настроенного прибора, неясности формулировки программы наблюдения и др. Их наличие обуславливает направленное искажение конечного результата наблюдения.

К *ошибкам регистрации* относятся те неточности, которые имеют место при записи данных в статистический формуляр наблюдения.

Ошибки репрезентативности характерны для несплошного наблюдения и связаны с тем, что величина изучаемого признака в отобранной совокупности отличается от величины этого признака во всей изучаемой совокупности.

Вид и содержание контроля материалов статистического наблюдения. Вид и содержание контроля материалов статистического наблюдения приведены ниже.

Вид контроля	Объект проверки
Синтаксический	Структура документа
	Полнота документа
	Полнота заполнения
Логический	Соответствие кодов и наименований признаков
	Наличие отклонений от заданных значений
	Наличие логических связей между показателями
Арифметический	Соответствие строчных контрольных сумм документов и контрольных сумм ЭВМ
	Соответствие пографных контрольных сумм документов и контрольных сумм ЭВМ

Синтаксический контроль должен обеспечивать полноту документа, полноту и правильность его заполнения, принятый формуляр.

Логический контроль заключается в проверке кодов и наименований признаков, отклонений от заданных значений, взаимной увязке показателей.

При *арифметическом контроле* проверяются контрольные суммы по строкам и столбцам.

УПРАЖНЕНИЯ

- 2.1. Что такое статистическое наблюдение?
- 2.2. Назовите формы, виды и способы статистического наблюдения.
- 2.3. Дайте определение понятиям и приведите примеры объектов статистического наблюдения, и единиц статистического наблюдения.
- 2.4. Назовите этапы статистического наблюдения, определите их значимость и необходимость.
- 2.5. Какую роль играют место, время и сроки статистического наблюдения.
- 2.6. Перечислите ошибки наблюдения и способы контроля достоверности статистических данных.
- 2.7. Разработайте перечень наиболее существенных признаков следующих единиц статистического наблюдения:
крестьянских (фермерских) хозяйств,
совместного предприятия,
высшего учебного заведения.
- 2.8. Ответы на вопросы формуляра записываются на основе документов, содержащих соответствующие сведения. К какому виду относится данное наблюдение?
- 2.9. Укажите, к какому виду (по источнику сведений) относится наблюдение, связанное с переписью скота в хозяйствах населения.
- 2.10. Используя арифметический контроль данных, внесите исправления в данные о составе сельскохозяйственных угодий по хозяйствам, приведенным ниже.

Хозяйство	Всего сельскохозяйственных угодий, тыс. га	В том числе		
		пашня	сенокосы	пастбища
1	15	10	3	20
2	20	15		3
3		20	5	5
Итого	65	45	10	10

ГЛАВА 3

СТАТИСТИЧЕСКАЯ СВОДКА И ГРУППИРОВКА

3.1. ПОНЯТИЕ И ЗАДАЧИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СВОДКИ

Сводка является вторым этапом статистического исследования (статистической работы). Она представляет собой комплекс последовательных действий по обобщению статистических данных изучаемой совокупности в целях выявления типичных черт и закономерностей, присущих данному явлению, процессу.

Сводка в широком смысле охватывает группировку полученных материалов, составление системы показателей для характеристики типичных групп и подгрупп изучаемой совокупности, подсчет числа единиц в группах и подгруппах, оформление результатов этой работы в виде таблиц и графиков.

Сводка в узком смысле представляет собой технику подсчета итогов в группах и подгруппах и оформление этих данных в виде таблиц и графиков.

Научная организация сводки основана на предварительном теоретическом анализе и позволяет выявить закономерности, обнаружить взаимосвязи, измерить влияние отдельных факторов на результат и учесть все это в практической работе.

Статистическая сводка ведется по программе, которая составляется заранее. Программа прежде всего определяет подлежащее и сказуемое сводки.

Подлежащее сводки составляют группы или части, на которые разбивается совокупность.

Сказуемое сводки составляют показатели, характеризующие каждую группу и совокупность в целом.

Для успешного проведения сводки составляется ее план. В плане фиксируется решение вопросов организации сводки, оформления ее результатов, публикации материалов и др. Здесь определяются также техника сводки, машинная обработка материалов.

Задачей сводки, таким образом, является характеристика процесса, явления с помощью систем показателей, выявление и измерение их существенных черт и особенностей.

3.2. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ГРУППИРОВКИ

Понятие и задачи группировок. Группировкой называют расчленение множества наблюдаемых единиц статистической совокупности на однородные группы по определенным, существенным для них признакам.

Важнейший вопрос процесса группировки — это выбор группировочного признака и выделение групп. Признак, расчленяющий единицы совокупности на отдельные группы, должен быть наиболее существенным из всего их множества. Группировки применяют в целях решения различных практических задач, главным образом таких, как изучение типов экономических явлений, процессов и объектов; исследование структуры и структурных сдвигов; анализ взаимосвязи и взаимозависимости экономических явлений и процессов. В соответствии с этим различают типологические, структурные и аналитические группировки. Как видно из табл. 3.1, при средней зарплате 618 руб. 76,2 % населения области находились за чертой бедности. Относительно благополучное население (с доходом свыше 1200 руб. в месяц) составляло всего 2,7%. 2000 г. характеризовался еще большими противоречиями между потребностями и доходами населения. В особо бедственном положении находятся пенсионеры, размеры пенсий которых не покрывают прожиточного минимума.

Таблица 3.1

Распределение населения Тверской области по среднедушевому денежному доходу в 1996 г.

Размер дохода (в месяц), руб.*	Тыс. человек	В процентах к итогу
До 300	495,8	30,1
300,1—600	759,3	46,1
600,1—900	267,4	16,2
900,1—1200	81,1	4,9
1200,1—1500	27,1	1,7
1500,1—1800	10,2	0,6
1800,1 и выше	6,2	0,4
Итого	1647,1	100,0

* Рубли деноминированные.

Источник: Облкомстат Тверской области. Статистическое обозрение, 1997, с. 55.

В 1992 г. (табл. 3.2), в начале бурного развития рыночных отношений, на долю крупных (с относительно высокой механизацией производственных процессов) сельскохозяйственных предприятий (совхозы, коллективные хозяйства, АО и т. п.) приходилось 68,1 % всей валовой продукции сельского хозяйства области. В 1998 г. картина изменилась. Более половины всей валовой продукции сельского хозяйства уже стала приходиться на хозяйства населения (60,7%), оснащенные главным образом лопатой и мотыгой.

Таблица 3.2

Продукция сельского хозяйства Тверской области (в фактических ценах)

Показатель	1992		1995		1998	
	млрд руб.	%	млрд руб.	%	млрд руб.	%
Хозяйства всех категорий	28	100	2793	100	4131	100
В том числе:						
сельскохозяйственные предприятия	19	68,1	1228	44,0	1555	37,7
хозяйства населения	9	31,9	1533	54,9	2508	60,7
крестьянские (фермерские) хозяйства	—	—	32	1,1	68	1,6

Таким образом, нет сомнений в том, что в характеристике социально-экономических типов, в прослеживании структурных сдвигов экономические группировки дают наглядную картину, вскрывают многие противоречия и негативные процессы, протекающие в экономических системах. Так, количественная группировка (табл. 3.1) показала, что за средними данными по зарплате скрываются недопустимо низкие доходы большинства населения. Атрибутивная группировка (табл. 3.2) дает нам картину структурных сдвигов, которые не имеют никакого отношения к научно-техническому прогрессу.

По данным табл. 3.3 хорошо прослеживается следующая зависимость: с повышением урожайности зерновых культур затраты на 1 ц зерна сокращаются. Более того, можно сделать вывод и о том, что между этими показателями связь обратная.

Если урожайность 4-й группы районов (табл.3.3) на 33,9% выше средней по области, то затраты на 1 ц зерна у них на 30,4% ниже.

Таблица 3.3

Урожайность зерновых культур и затраты на 1 ц зерна по группам районов Тверской области за 1996 г.

№ группы	Группы районов по урожайности зерновых культур, ц/га	Количество районов в группе	То же в процентах к итогу	Средняя урожайность, ц/га	То же в процентах к средней	Средние затраты на 1 ц зерна, руб.	То же в процентах к средней
1	8,4—10,7	10	32,3	9,9	77,9	98,06	130,3
2	10,8—13,0	12	38,7	11,9	93,7	78,4	104,2
3	13,1—15,3	6	19,4	14,6	114,9	69,55	92,5
4	15,4—17,6	3	9,6	17,0	133,9	52,38	69,6
Σ	x	31	100	12,7	100	75,20	100

Виды группировок. В статистике применяется множество различных группировок. Разнообразие видов и приемов группировки связано с разносторонностью признаков статистического наблюдения, которые могут быть положены в основание группировок, разными задачами, которые ставит исследователь.

Основанием группировки называют признак, по которому совокупность расчленяется на группы.

Основанием группировки может служить либо атрибутивный, либо количественный признак.

1. В зависимости от целей выделяют следующие группировки:

- типологические;
- структурные;
- аналитические.

С помощью типологической группировки определяются основные типы явлений и процессов в изучаемой статистической совокупности. Главная проблема типологических группировок — это выбор группировочных признаков. Последних существует большое множество, необходимо же использовать тот, который разграничивал бы типы по их главной сущности. В сложных случаях прибегают к сочетанию (комбинации) нескольких группировочных признаков.

Структурная группировка характеризует состав (структуру) изучаемой статистической совокупности (см. табл. 3.2). Структурные группировки используются в целях изучения, например, состава предприятий по их размерам, по обеспеченности производственными ресурсами, по результатам хозяйственной деятельности и т. п.

Аналитическая группировка определяет связи между двумя или более признаками. С ее помощью устанавливают наличие связи между группировочными признаками — факторами и результативным признаком.

2. По характеру группировочного признака различают следующие группировки:

- качественные (атрибутивные);
- количественные.

Качественная группировка — это группировка по признаку, варианты которого выражаются словесно. Разновидностью атрибутивных признаков являются альтернативные показатели (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Количество прибыльных и убыточных сельскохозяйственных предприятий Тверской области

Показатель	1992		1995		1998	
	количество	в процентах к итогу	количество	в процентах к итогу	количество	в процентах к итогу
Всего хозяйств	698	100	702	100	708	100
В том числе:						
прибыльные	639	92	231	33	39	6
убыточные	59	8	471	67	669	94

Как видно из табл. 3.4, число убыточных хозяйств в области за годы переходного периода возросло с 8% их общего числа до 94%. Отчасти 8% можно считать нормой, но 94% означает тотальное разрушение сельскохозяйственного производства. Импорт сельскохозяйственных продуктов есть не что иное, как поддержка фермеров зарубежья, ущемление интересов собственного сельскохозяйственного производителя, растраниживание невозобновляемых природных ресурсов (нефть, газ-экспорт, хлеб, мясо, масло-импорт).

3. По количеству признаков группировки делят:

- на простые;
- на комбинированные.

Простые группировки выполняются по одному признаку, комбинированные — по двум и более признакам. Комбинированные группировки используются при изучении сложных многофакторных экономических процессов. Результаты таких группировок приводят в виде комбинационных таблиц (табл. 3.5).

Таблица 3.5

Себестоимость 1 ц молока, продуктивность коров и затраты труда на одну корову по группам хозяйств

Группы хозяйств по продуктивности коров, кг	Подгруппы хозяйств по затратам труда на одну корову, чел.-ч	Количество хозяйств в группах	Средние показатели			
			поголовье на одно хозяйство, голов	продуктивность, кг	затраты труда, чел.-ч	себестоимость 1 ц молока, руб.
А	Б	1	2	3	4	5
До 3000	До 140	10	1563	2828	127,3	36,3
	140 и более	9	1436	2611	151,9	38,7
Итого	×	19	1507	2736	137,7	37,3
3000—3700	До 160	9	1563	3328	145,5	32,9
	160 и более	8	1478	3112	168,7	38,2
Итого	×	17	1512	3268	156,6	35,0
3700—4400	До 160	7	724	4146	156,7	29,8
	160 и более	8	940	3938	174,3	30,9
Итого	×	15	853	4008	168,3	30,3
4400 и более	До 190	8	678	4875	176,2	29,0
	190 и более	7	772	4922	237,6	30,9
Итого	×	15	707	4894	203,0	29,9
Всего	×	66	1229	3325	155,3	34,2

В данной таблице группы хозяйств по продуктивности коров разбиты на подгруппы по затратам труда на одну голову. Здесь хорошо прослеживается связь — с повышением продуктивности коров себестоимость молока снижается, внутри групп так же видно, что с ростом затрат труда на одну корову растет и себестоимость продукции.

4. По величине интервалов группировки делятся:

- на группировки с равными интервалами;
- на группировки с неравными интервалами;
- на группировки со специальными интервалами.

В случае одинаковых интервалов их величина (i) рассчитывается по формуле

$$i = (y_{\max} - y_{\min})/n,$$

где $y_{\max}$, $y_{\min}$ — максимальное и минимальное значения группировочного признака;

n — количество групп.

Расчет величины равных интервалов при неизвестном числе групп производится по формуле Стерджесса:

$$i = (y_{\max} - y_{\min})/(1 + \ln n) = (y_{\max} - y_{\min})/(1 + 3,322 \lg n).$$

Группировки с равными интервалами используют в тех случаях, когда коэффициент выравнивания (κ_b) не ниже 0,1:

$$\kappa_b = y_{\min}/y_{\max}$$

Группировки с неравными интервалами применяют тогда, когда группировочный признак варьирует неравномерно и в широких пределах.

Например, группировка предприятий по численности работающих.

1.	До 50
2.	50—100
...	...
$n-1$.	8 000—10 000
n .	10 000 и более.

Этот пример наглядно показывает, что десяток работающих для 1-й и 2-й групп имеет существенное значение, а для $n-1$ и n -й групп десяток и даже сотня человек практически не имеет значения.

В группировках, имеющих целью отобразить качественное своеобразие группы, используются специализированные интервалы: количество групп устанавливается в соответствии с теори-

ей вопроса. Например, при характеристике отношения мужского населения к трудовой деятельности применяются следующие группировки по возрасту:

- 0 — 15 лет — нетрудоспособные;
- 16 — 18 лет — лица полуробочего возраста;
- 19 — 59 лет — лица рабочего возраста;
- 60 — 69 лет — лица полуробочего возраста;
- 70 и старше — нетрудоспособные.

Границы первого и последнего интервалов могут быть открытыми (см. табл. 3.5) и закрытыми (см. табл. 3.3).

5. В зависимости от числа перегруппировок экономические группировки подразделяются:

- на первичные;
- на вторичные.

Группировка, произведенная на основе первичных данных, называется первичной. Вторичные группировки получают после перегруппировки материалов первичной. Перегруппировка, как правило, сводится к изменению числа групп.

Экономические группировки в благоприятных случаях позволяют установить наличие зависимости исследуемых параметров от изменения группировочных признаков. При неудачных группировках реально существующая связь может и не обнаружиться. В целом же надо признать, что с помощью группировок выявляются лишь общие черты исследуемой связи.

Итоги перестройки (1985 г.) привели к неутешительным результатам в сельском хозяйстве как в целом по стране, так и по Тверской области (табл. 3.6).

В 1999 г. было собрано зерна всего 73 тыс. т, что более чем в 10 раз меньше урожая 1913 г., а в среднем за 1971 — 1975 гг. Тверская область собирала более 1 млн т зерна. За последние годы практически ликвидировано овцеводство, которое давало лучшую в мире овчину (романовская порода). Площади под зерновыми культурами в 1998 г. по сравнению с 1913 г. сократились в 3 раза и продолжают сокращаться, под льном — в 4,4 раза. Катастрофически сократилось поголовье скота. Так, поголовье коров на начало 1946 г. в Тверской области было 353 тыс., а на начало 1999 г. — 216 тыс.

Таблица 3.6
Динамика ключевых показателей развития сельского хозяйства Тверской (бывшей Калининской) области

Показатель	В среднем за годы												
	1913	1940	1950	1951— 1955	1956— 1960	1961— 1965	1966— 1970	1971— 1975	1976— 1980	1981— 1985	1986— 1990	1991— 1995	1996— 1998
Вся посевная площадь, тыс. га	1326	1556	1491	1508	1485	1556	1482	1560	1577	1523	1512	1297	1150
В том числе:													
зерновых культур	998	839	772	756	573	644	647	736	750	720	633	506	395
льна	141	223	207	180	184	167	163	151	132	109	110	69	47
картофеля	78	133	142	134	137	135	134	128	106	97	76	47	51
Валовой сбор, тыс. т:													
зерна	762	884	486	390	425	476	758	1016	817	902	891	601	447
льна	45	40	38	36	55	53	60	41	36	36	32	22	14
картофеля	...	2009	1355	1352	1558	1496	1673	1518	915	1000	779	515	592
Поголовье скота на начало периода, тыс. голов													
крупного рогатого скота	742*	686	826	810	633	756	829	946	1090	994	977	901	57
Из них:													
коров	530*	405	396	395	378	439	473	456	478	456	410	364	284
свиней	166*	253	299	329	293	430	440	421	364	363	375	356	284
овец	...	880	912	886	724	725	608	725	609	469	416	345	160
Производство продуктов животноводства:													
молока, тыс. т	...	540	664	607	862	918	1096	1097	1000	845	870	683	577
мяса (в убойном весе), тыс. т	...	48	82	69	85	91	106	116	115	108	123	90	60
шерсти, т	...	1166	1420	1150	1405	1180	1099	1019	778	628	530	333	142
яиц, млн шт.	...	175	196	208	259	322	355	524	579	580	601	593	519

* 1916 г.

* 1916 г.

Если просмотреть динамику показателей развития сельского хозяйства Тверской области, то можно выделить следующие этапы:

- восстановления и стабилизации — 1951–1965 гг.;
- ускоренного роста — 1966 — 1980 гг.;
- спада — 1981 — 1990 гг.;
- разрушительный — 1991 г. до настоящего времени.

Аналогичные этапы характерны и для страны в целом. Каждый из них имеет свои особенности, оказавшие и оказывающие существенное влияние на темпы роста показателей развития сельского хозяйства.

3.3. РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Ряд распределения — это группировка, в которой известны обозначение группы и численность единиц в группах.

Численность каждой группы называют частотой *ряда распределения*. Сумма всех частот определяет таким образом численность всей статистической совокупности. Численность групп, выраженную в долях или процентах, называют частостями. Ряды распределения могут быть образованы по атрибутивному и количественному признакам.

При группировке материала по атрибутивному признаку ряд распределения составляет отдельные группы и численность каждой или ее удельный вес в процентах или долях.

При группировке материала по количественному признаку получают вариационные ряды. Различают дискретные и непрерывные вариационные ряды. Дискретный вариационный ряд составляется по признаку, изменяющемуся прерывно, а непрерывный вариационный ряд — по признаку, изменяющемуся непрерывно, т.е. он может принимать любые значения.

Кумулятивным (накопительным) рядом распределения называют ряд, построенный по накопленным частотам.

Примером дискретного вариационного ряда может быть распределение семей города (района, области и т. п.) по числу детей (табл. 3.7).

В случае непрерывного признака или если дискретная вариация проявляется в широких пределах, целесообразно строить интервальные ряды распределения (см. табл. 3.1; 3.3; 3.5).

Таблица 3.7

Распределение семей *n*-го района по числу детей

Число детей, чел.	Число семей, ед.	Удельный вес, %
Бездетные	1000	10,5
1	4000	42,1
2	3000	31,6
3	1000	10,5
4 и более	500	5,3
Итого	9500	100

3.4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Результаты статистической сводки и группировки материала обычно приводятся в виде таблиц.

Основное требование, предъявляемое к таблице, — это представление изучаемого материала в обозримой для читателя форме.

Одна из особенностей табличного изложения статистического материала состоит в том, что характеризуемые в таблице показатели можно объединить под единым общим заголовком.

Составные части таблицы. Большинство статистических таблиц можно представить в виде схемы (рис. 3.1).



Рис. 3.1. Схема статистической таблицы

Пересечения строк и граф таблицы образуют *клетки*, в которых размещаются статистические данные. Если клетки не заполнены, схема называется макетом, или формой, таблицы.

Подлежащим таблицы называют объект нашего изучения.

Сказуемое таблицы показывает, какими признаками характеризуется подлежащее.

Подлежащее таблицы обычно помещается слева и составляет содержание строк, а сказуемое записывается сверху и составляет содержание граф. В отдельных случаях более наглядным является иное размещение частей таблицы.

Виды таблиц. В зависимости от разработки статистического подлежащего выделяют следующие таблицы: простые, групповые, комбинационные, типологические, специальные.

Простыми таблицами называются такие, в которых подлежащее представляет собой перечень отдельных единиц (табл. 3.8), или совокупности единиц (см. табл. 3.2), дат (табл. 3.9), групп единиц совокупности (см. табл. 3.1).

Таблица 3.8

Города Тверской области с наличным населением 30 тыс. чел. и более
(на 1 января 1997 г.)

Название города	Численность постоянного населения, тыс. человек
Тверь	457,9
Ржев	70,4
Вышний Волочек	62,0
Кимры	60,6
Торжок	50,4
Конаково	44,6
Бологое	34,3
Удомля	33,2
Бежецк	31,1

Источник: Облкомстат Тверской области.

Групповыми таблицами называются такие, в которых подлежащее представляет собой группы единиц, выделенных по одному признаку (табл. 3.10).

Комбинационными таблицами называются такие, в которых подлежащее представляет собой группы единиц, выделенных по двум и более признакам (см. табл. 3.5).

Таблица 3.9

Поголовье крупного рогатого скота
по районам центральной зоны Тверской области
(на конец года, в хозяйствах всех категорий; тыс. голов)

Район	№ районов	Поголовье		
		1981	1990	1996
Калининский	1	60,9	61,5	34,2
Калязинский	2	30,2	26,5	17,7
Кимрский	3	33,9	29,2	17,7
Конаковский	4	23,3	22,9	12,2
Кувшиновский	5	14,4	13,8	8,7
Лихославльский	6	28,6	26,8	12,8
Максатихинский	7	37,5	32,7	15,3
Рамешковский	8	35,7	30,1	15,8
Спировский	9	18,3	16,4	8,8
Торжокский	10	19,2	65,3	40,4
Итого	x	352,0	325,2	183,6

Таблица 3.10

Продуктивность коров и расход кормов на 1 ц молока по группам хозяйств

Группы хозяйств по продуктивности коров, кг	Количество хозяйств в группах	То же в процентах к итогу	Средняя продуктивность одной коровы, кг	То же в процентах к средней	Расход кормов на 1 ц молока, ц к. ед.	То же в процентах к средней
A	1	2	3	4	5	6
До 3000	9	34,6	2736	82,2	1,57	107,5
3000—3700	7	27,0	3268	98,3	1,52	104,8
3700—4400	5	19,2	4008	120,5	1,41	96,6
4400 и более	5	19,2	4894	147,2	1,17	80,1
Итого	26	100	3325	100	1,46	100

Типологическими таблицами называются такие, в которых подлежащее представляет результаты типологической группировки (см. табл. 3.2).

К таблицам специального назначения относятся балансовые, межотраслевых связей, табулированных функций и т. п.

По характеру решаемых задач таблицы могут быть описательными (табл. 3.11), аналитическими (см. табл. 3.5; табл. 3.10), расчетными (табл. 3.12).

Таблица 3.11

Цены на хлеб, молоко и масло растительное по отдельным городам
(на конец сентября — начало октября 1998 г.; руб.)

Город	Хлеб, батон	Молоко, л	Масло растительное, л
Архангельск	3,00 — 3,20	4,10 — 4,40	23,00 — 28,00
Владивосток	4,80 — 5,00	7,00	30,00 — 50,00
Владимир	2,00 — 2,60	2,90 — 3,10	27,00 — 38,00
Воронеж	2,20 — 2,70	2,40 — 3,20	15,00 — 27,00
Новосибирск	2,80 — 3,50	4,40 — 10,00	16,00 — 18,00
Москва	2,80 — 3,60	3,80 — 8,00	23,00 — 13,00
Париж	39,00	14,40	41,20

Таблица 3.12

Расчет дисперсии живого веса коров по ферме № 2
п-го хозяйства
(на 1 января 1999 г.)

Живой вес, кг	Поголовье, гол. (f)	Средина интервала (X)	$\frac{X-A}{K}$	$\left(\frac{X-A}{K}\right)^f$	$\left(\frac{X-A}{K}\right)^2 \cdot f$
400 — 420	11	410	-2	-22	44
420 — 440	42	430	-1	-42	42
440 — 460	74	450	0	0	0
460 — 480	87	470	1	87	87
488 — 500	94	490	2	188	376
Итого	308	x	x	211	549

При $A = 450$ и $K = 20$

$$\bar{x} = \frac{211}{308} \cdot 20 + 450 \approx 464 \text{ кг};$$

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - \bar{x}^2 = \frac{549}{308} - \left(\frac{211}{308}\right)^2 \cdot 20^2 \approx 525,$$

где $\bar{x}$ — средний вес;

σ^2 — дисперсия.

Оформление таблиц. Главное требование к таблицам — это наглядность и доходчивость, что достигается тщательно проработанной системой показателей, логичным их размещением, красивым оформлением.

Каждая статистическая таблица должна иметь общий заголовок, который должен отражать содержание таблицы, быть кратким и выразительным.

В заголовках приводятся по мере необходимости источники данных (например, по данным обследования, переписи и т.п.), единица измерения (если она для всех показателей одна и та же).

Если таблица представляет собой органичную часть текста, из которого ясно ее содержание, и она хорошо в него вписана (как правило, это небольшие, компактные таблицы), то заголовок можно опустить.

Все строки и графы должны быть четко озаглавлены, при их достаточно большом количестве они обозначаются буквами и цифрами.

Все слова в заголовках подлежащего и сказуемого таблиц должны быть написаны полностью или с общепринятыми сокращениями.

Если общая единица измерения отсутствует, то она указывается в заголовках строк и граф. В качестве единиц измерения используют Международную систему единиц (СИ).

Главное для заголовка — это лаконичное и исчерпывающее раскрытие содержания таблицы в условиях конкретного места и времени. Невыполнение хотя бы одного из этих требований делает таблицу не пригодной для пользования.

Число показателей сказуемого должно быть, по возможности, ограниченным. Для удобства пользования таблицами с абсолютными и относительными данными в динамике следует сначала приводить абсолютные данные, а потом — соответствующие им относительные.

Итоги в таблицах. Статистическая таблица, как правило, должна иметь итоги по графам и строкам, которые по большей части имеют контрольное значение.

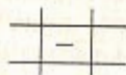
Итоги по графам помещают или выше строк слагаемых, когда выделяется какая-то часть совокупности, или ниже строк слагаемых, когда подытоживается вся совокупность. И если итоги бессмысленны, они, разумеется, не приводятся, а клетка блокируется.

Дополнительная информация по оформлению таблиц. Значность чисел в таблицах должна быть минимальной. Например, вместо 3487231 лучше записать 3,49 млн или 3,5 млн. Округление в таблицах должно быть единообразным, т. е. или до десятых, или сотых, или тысячных, разноречивое не допускается.

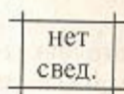
При этом следующие знаки игнорируются. Так, при округлении до десятых долей значение 0,0345 запишется как 0,0, а значение 0,1535 как 0,2.

В таблицах используются следующие условные обозначения.

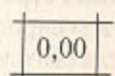
Если показатель отсутствует, то в соответствующей графе ставится прочерк:



Если сведений о показателе нет, то проставляется многоточие или пишется «нет сведений»:



Если показатель есть, но его размер ниже минимума записи по принятой системе округления, то проставляются нули:



В случае когда пересечение строки и графы не имеет осмысленного содержания, то клетка блокируется (перечеркивается).



Правила округления чисел. Если при округлении после старшего разряда стоит цифра меньше 5, то все они отбрасываются.

112,325 до целых — 112;
до десятых — 112,3.

Если после старшего разряда стоит цифра больше 5, то она увеличивается на единицу:

112,865 до целых — 113;
до десятых — 112,9.

Если после старшего разряда стоит цифра, равная 5, то, если он четный, остается без изменений, если нечетный — увеличивается на единицу:

112,5 до целых — 112.
113,5 до целых — 114.

Ноль принято считать четной цифрой.

Еще несколько замечаний по оформлению таблиц. Статистическая таблица будет безукоризненной, если ее снабдить примечаниями, в которых указаны:

- источники статистических данных,
- приемы статистического наблюдения,
- полные или неполные, прямые или косвенные, первичные или расчетные данные,
- приемы и порядок исчисления показателей.

Пример составления примечания. Показатель фондоотдачи рассчитан в рублях на рубль, при этом валовая продукция оценивалась в действующих (сопоставимых) ценах по методу валового оборота; из основных фондов взяты производственные сельскохозяйственного назначения по балансовой оценке без вычета износа.

Таблицы должны быть размещены в тексте после абзацев, содержащих ссылку на них. Допускается печатать таблицы на следующей после ссылки странице. Горизонтальные и вертикальные линейки в таблице должны быть напечатаны или прочерчены.

Числа, имеющие больше четырех знаков, в таблицах должны отделяться интервалами в один знак на классы по три цифры в каждом.

Примечания и сноски к таблицам рекомендуется размещать непосредственно под соответствующей таблицей. Сноски к цифрам таблицы обозначаются звездочками.

Нумерация таблиц допускается как сквозная, так и в пределах разделов, частей, параграфов.

Название «таблица» пишется или полностью над заголовком справа, или сокращенно «табл.» перед заголовком слева.

3.5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГРАФИКИ

Для наглядного изображения рядов распределения используются различные статистические графики. Отсюда вытекает главная задача графика — наглядно отобразить соответствующие факты общественно-экономической жизни.

Основные требования к статистическим графикам. График должен точно отображать исходные данные, лучшим образом отвечать содержанию и логике природы изображаемых показателей.

График должен быть наглядным и понятным, легко читаться, привлекать и удерживать внимание, красиво оформленным.

Так же, как и таблица, каждый график должен иметь заголовок и номер (если по тексту их множество). Нумерация графиков или сквозная, или по разделам текста.

Составные части графика. Статистический график состоит из:

- поля графика — пространства для размещения знаков;
- геометрических знаков, символов, которыми отображаются признаки;
- пространственных ориентиров, как правило, прямоугольной системы координат;
- масштабных ориентиров, отображающих величину геометрических знаков;
- экспликации — словесного объяснения содержания графика.

На поле графика размещается координатная сетка, которая может быть горизонтальной и вертикальной. Лучшим соотношением считается соответственно $1 : \sqrt{2}$ или $\sqrt{2} : 1$ (как формат 210×297 мм для листа писчей бумаги).

Важнейший элемент графика — *шкала*, на которую наносится масштаб, — условная мера перевода числовых значений в графические.

По большей части используют равномерные шкалы, когда равным графическим отрезкам соответствуют равные числовые значения.

Примером неравномерной шкалы может служить *логарифмическая шкала*, которая используется при большом размахе уровней показателя и в центре внимания находятся, как правило, не абсолютные, а относительные изменения.

Виды графиков. В зависимости от поля статистические графики делят на *статистические диаграммы* и *статистические карты*.

Диаграммы в свою очередь бывают следующие:

- сравнения и отображения;
- структурные;
- динамики;
- связи;
- специальные.

Статистические карты отражают статистико-географический разрез данных, показывают размещение явления, процесса на территории. Их делят на *картограммы* и *картодиаграммы*.

Диаграммы сравнения и отображения. Диаграммы сравнения и отображения графически показывают соотношение различных статистических совокупностей или единиц статистической совокупности по какому-либо варьирующему признаку.

Эти диаграммы в большинстве случаев показываются на поле графика диаграммой казусов, гистограммой и полигоном.

Диаграмма казусов. Диаграмма казусов представляет собой отображение варьирующего признака в той последовательности, в которой он записан. Здесь по оси абсцисс размещают единицы совокупности, а по оси ординат — значения признака. С помощью диаграммы казусов можно отобразить практически все многообразие общественно-экономических явлений. Например, на рис. 3.2 с помощью диаграммы казусов показано поголовье крупного рогатого скота в хозяйствах всех категорий по районам центральной зоны Тверской области.

Гистограмма. Гистограммой называют график, на котором ряд распределения изображается в виде смежных столбиков. Применяется, как правило, для изображения интервальных рядов распределения. Здесь по оси абсцисс откладывают интервалы признака, а по оси ординат — частоты.

При построении гистограмм разрыва шкал не допускается. В случае если сравниваемые совокупности различны по размеру, то на оси ординат откладываются не частоты, а относительные частоты (удельные веса или доли всей совокупности) (рис. 3.4), при равных интервалах ширина столбиков одинакова (рис. 3.3а). Если интервалы не равны, то масштабом частоты (частости) должна быть не высота, а площадь соответствующего прямоугольника (рис. 3.3б).

На рис. 3.3 и 3.4 изображены гистограммы, построенные по данным табл. 3.1.

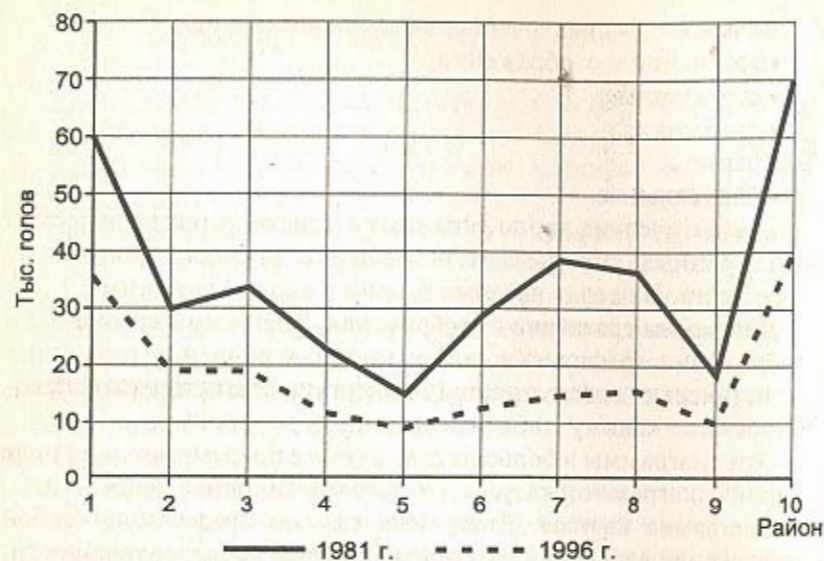


Рис. 3.2. Динамика поголовья крупного рогатого скота в хозяйствах всех категорий по районам центральной зоны Тверской области (название районов см. в табл. 3.9)

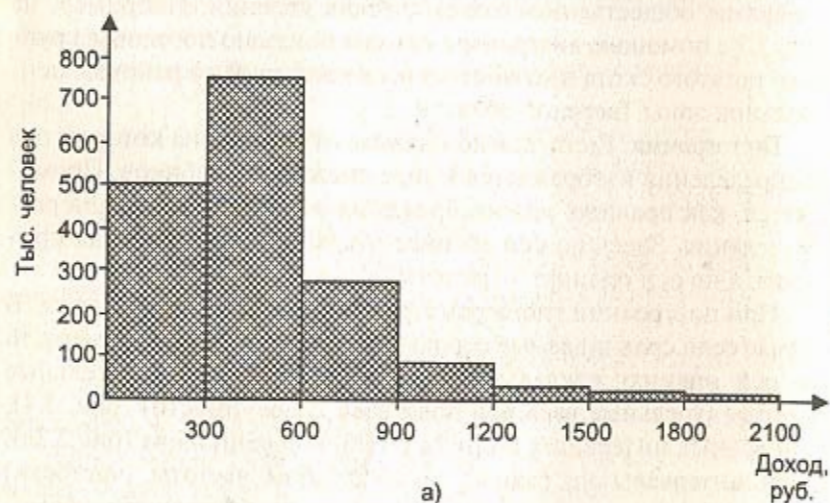
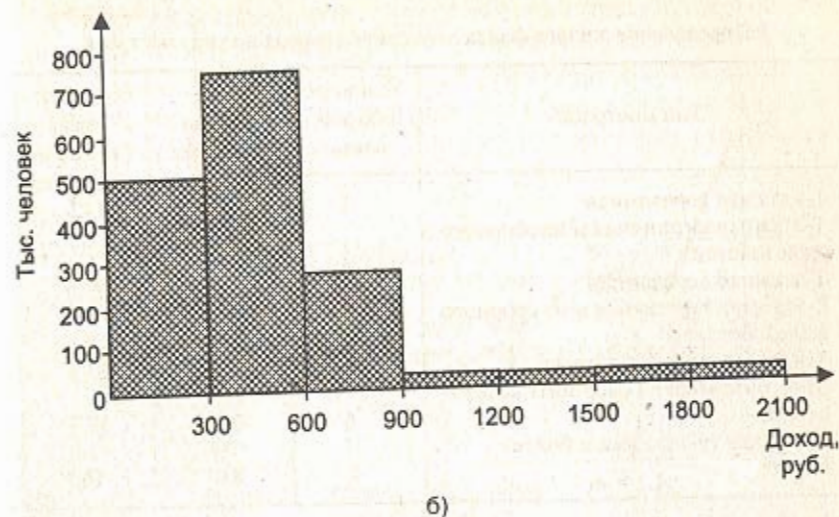


Рис. 3.3. Распределение населения Тверской области по размеру среднедушевого дохода в 1996 г. (см. также с. 45):
а) равные интервалы



б) неравные интервалы

Рис. 3.3. Продолжение

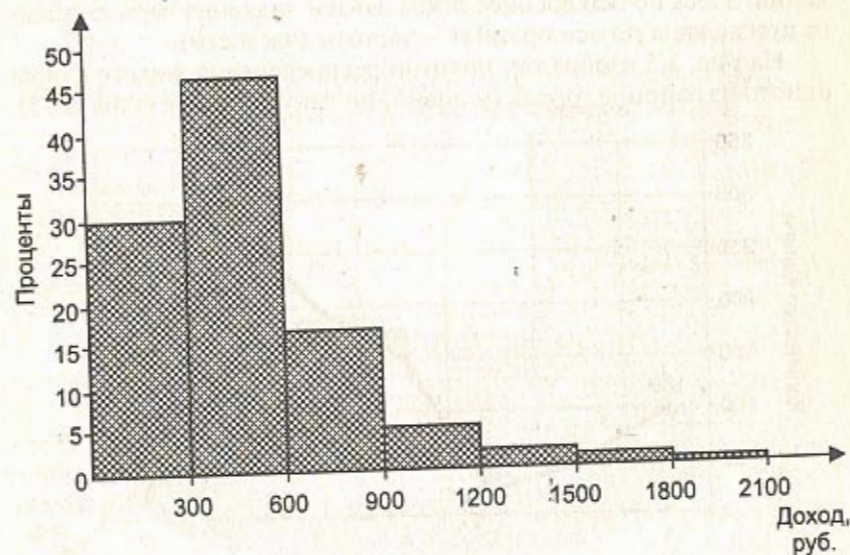


Рис. 3.4. Распределение населения Тверской области по размеру среднемесячного денежного дохода в 1996 г.

Таблица 3.13
Распределение жилого фонда *n*-го района города по типу построек

Тип построек	Условное обозначение	Количество построек	В процентах к итогу
1-этажная деревянная	1	100	11,9
1-этажная кирпичная и из сборного железобетона	2	50	6,0
2-этажная деревянная	3	25	3,0
2-этажная кирпичная и из сборного железобетона	4	150	17,8
Многоэтажная кирпичная	5	200	23,8
Многоэтажная из сборного железобетона	6	300	35,7
Высотная (9-этажная и более)	7	15	1,8
Итого	x	840	100

Полигон. Полигоном называют график, на котором ряд распределения изображают в виде линейной диаграммы. Применяется, как правило, для изображения дискретных рядов распределения. Здесь по оси абсцисс откладывают значения варьирующего признака, а по оси ординат — частоты (частости).

На рис. 3.5 изображен полигон распределения жилого фонда одного из районов города (условно) по типу построек (табл. 3.13).

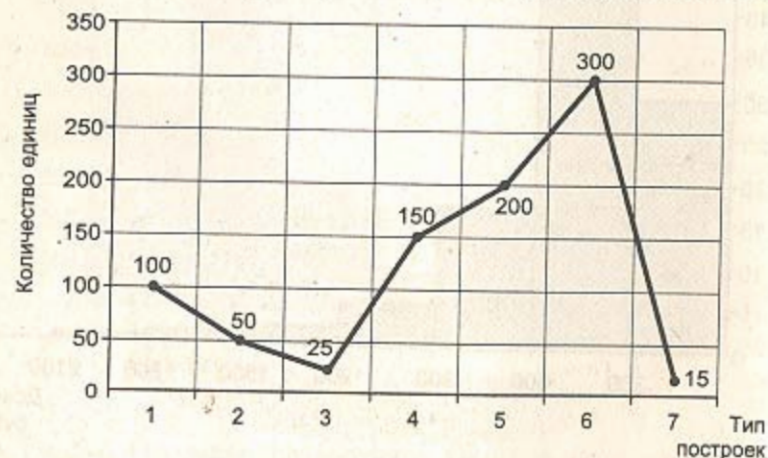


Рис. 3.5. Распределение жилого фонда *n*-го района города по типу построек

Структурные диаграммы. Структурные диаграммы позволяют сопоставить статистические совокупности по составу. Это прежде всего диаграммы удельных весов, характеризующих отношение отдельных частей совокупности к ее общему объему. По виду они делятся на столбиковые (рис. 3.6) и секторные (круговые) (рис. 3.7).

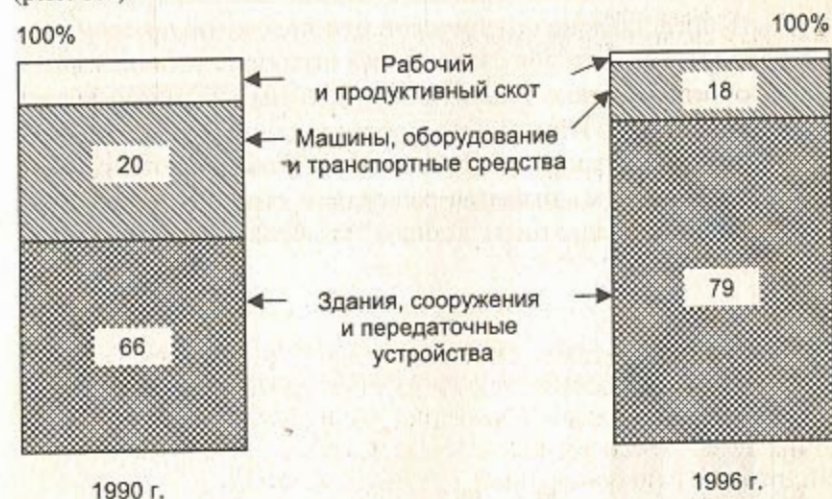


Рис. 3.6. Структура производственных основных фондов сельскохозяйственных предприятий Тверской области



Рис. 3.7. Валовая продукция сельского хозяйства Тверской области в 1996 г.

Пользуясь секторными структурными диаграммами, надо помнить, что 1 % соответствует 3,6°. В структурных диаграммах удельные веса или сама структура выделяются с помощью штриховки или раскраски.

Диаграммы динамики. Диаграммы динамики используются для показа изменений явлений во времени. Такое изменение может быть представлено столбиковой или полосовой диаграммой, в которой каждый столбик или полоса отражают величину явления на определенную дату или за определенный промежуток времени (рис. 3.8, 3.9). Иногда целесообразно применять круговые и квадратные диаграммы, в которых величину явления отображают круги или квадраты, значения радиусов и сторон которых пропорциональны квадратным корням из абсолютных признаков (рис. 3.10).

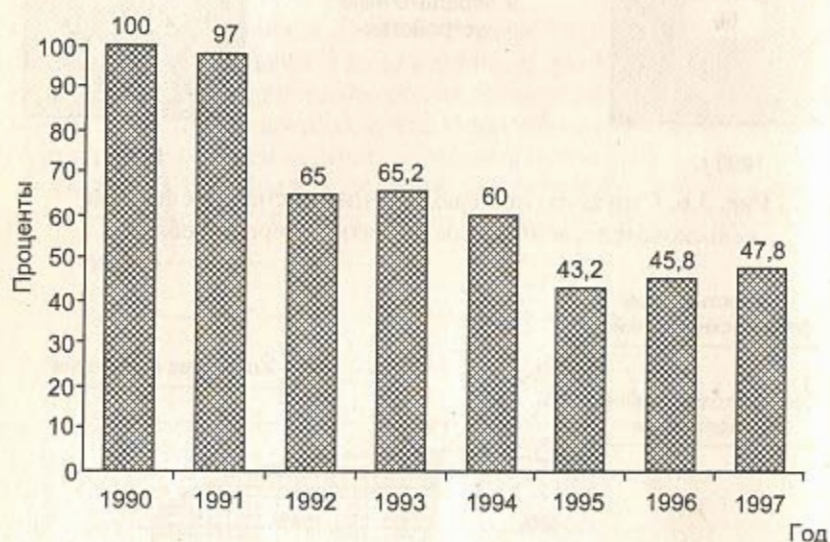


Рис. 3.8. Реальная зарплата рабочих и служащих РФ (1990 г. — 100%)

В большинстве случаев динамика процесса отображается линейной диаграммой (рис. 3.11).

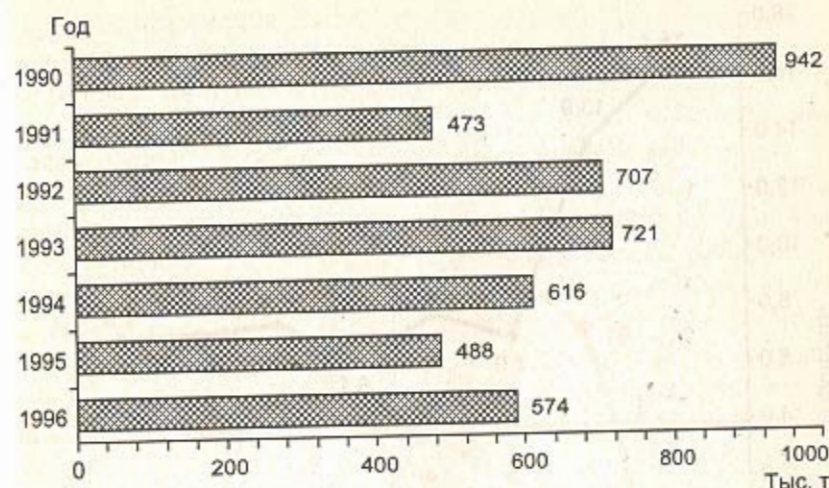


Рис. 3.9. Производство зерна по Тверской области (в первоначально оприходованном весе)

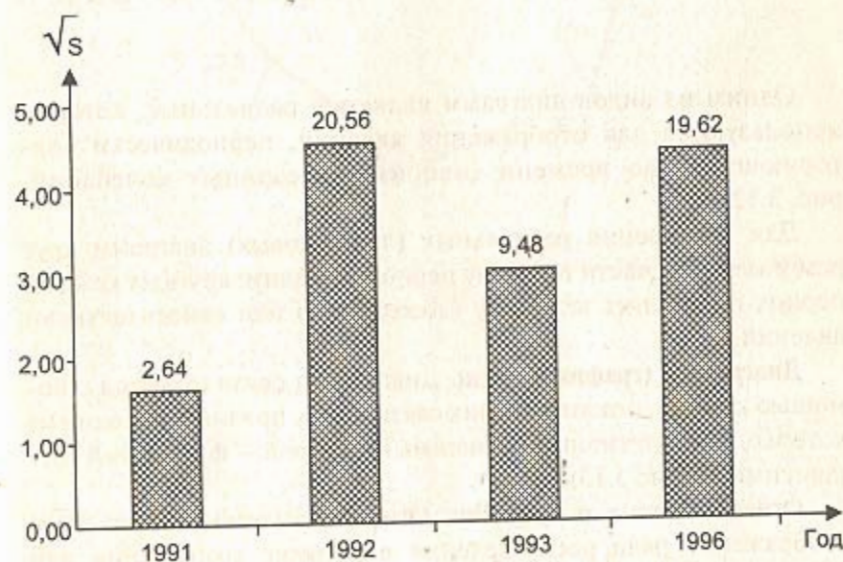


Рис. 3.10. Посевные площади крестьянских (фермерских) хозяйств Тверской области, тыс. га

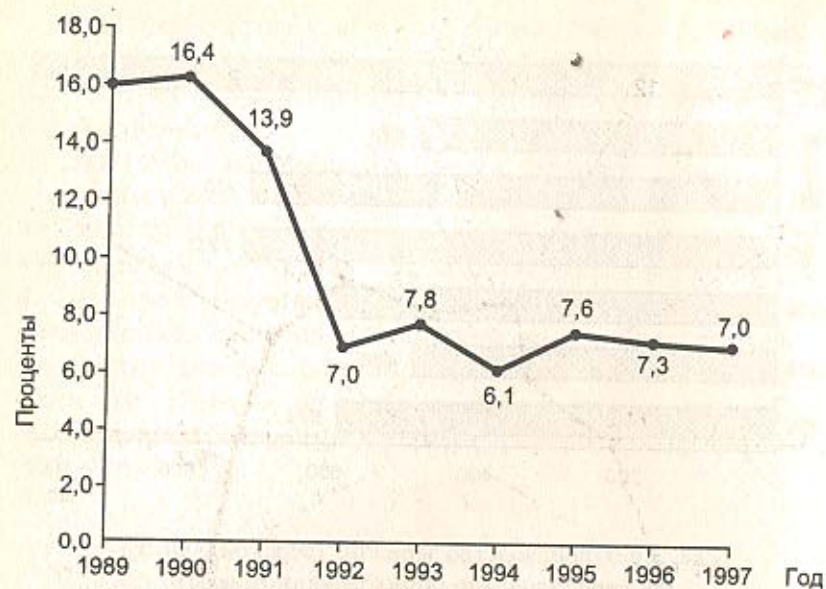


Рис. 3.11. Доля сельского хозяйства в ВПП РФ, в 1989–1997 гг.

Одним из видов диаграмм являются радиальные, которые используются для отображения явлений, периодически повторяющихся во времени (например, сезонных колебаний, рис. 3.12).

Для построения радиальных (лепестковых) диаграмм круг разбивается на части по числу периодов. Радиус круга на каждый период определяет величину (абсолютную или относительную) явлений.

Диаграммы (графики) связи. Диаграммы связи строятся с помощью кривых, показывающих связь между признаками, один из которых результативный (зависимый), второй – факторный (независимый) (рис. 3.13).

Огиба Гильтона и кумулята. Огивой называют графическое изображение ряда распределения в порядке возрастания или убывания варьирующего признака. Здесь, как правило, по оси ординат откладывают значения признака, а по оси абсцисс – единицы совокупности (по рангам).

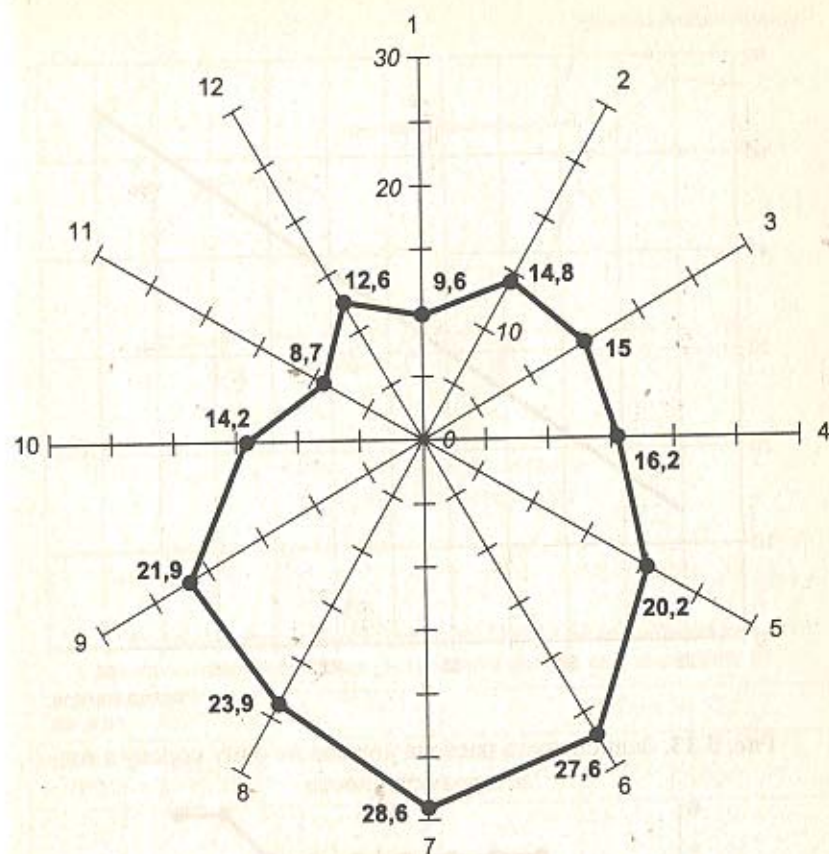


Рис. 3.12. Яйценоскость кур *n*-й птицефабрики по месяцам года в среднем за 1995 – 1997 гг.

По огиве можно наглядно судить о минимальных и максимальных значениях признака, по ее крутизне – о равномерности распределения и однородности единиц совокупности (табл. 3.14, рис. 3.14).

Кумулята – это график, изображающий ряд накопленных частот. Здесь по оси абсцисс откладывают значения признака, а по оси ординат – нарастающие итоги частот (рис. 3.15).

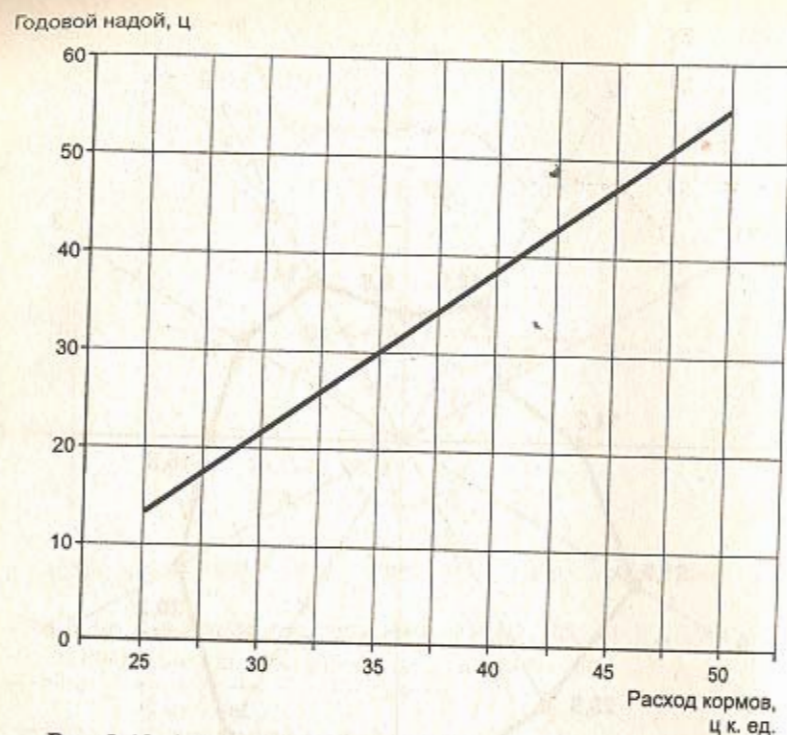


Рис. 3.13. Зависимость расхода кормов на одну корову в год от продуктивности

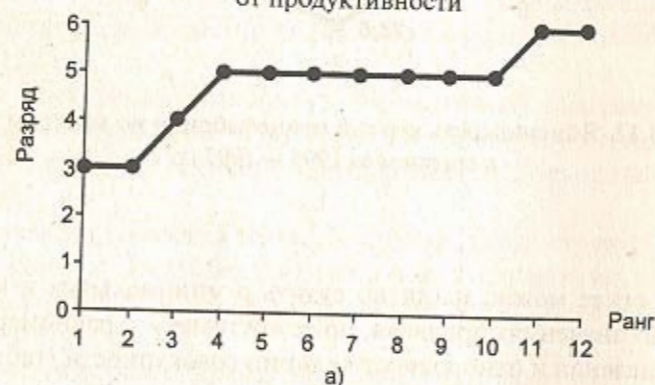


Рис. 3.14. Распределение рабочих бригад № 21(а) и № 32(б) АО «Авангард» по уровню квалификации (разрядам) и рангам на 01.07.1998 г. (см. также с. 53):
а) равные интервалы

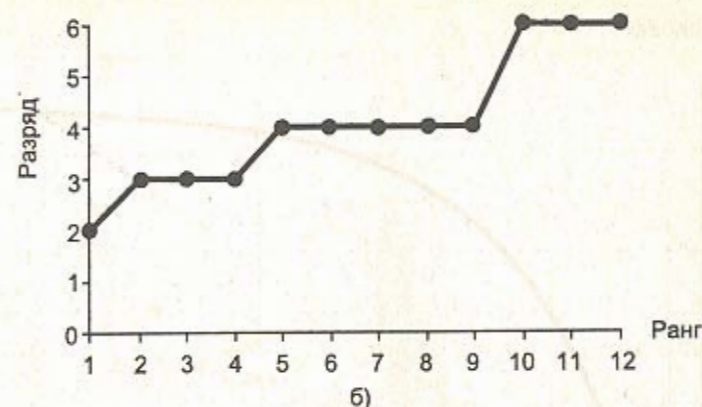


Рис. 3.14. Продолжение
б) неравные интервалы

Таблица 3.14

Распределение рабочих бригад № 21 и № 32 АО «Авангард» по уровню квалификации (разрядам) и рангам на 1 июля 1998 г.*

Бригада № 21			Бригада № 32		
табельный №	разряд	ранг	табельный №	разряд	ранг
219	5	4	327	3	2
220	6	11	328	6	10
221	4	3	329	4	5
222	5	5	330	6	11
223	5	6	331	5	8
224	3	1	332	3	3
225	5	7	333	2	1
226	5	8	334	6	12
227	5	9	335	5	9
228	5	10	336	4	6
229	3	2	337	3	4
230	6	12	338	4	7

* Пример условный.

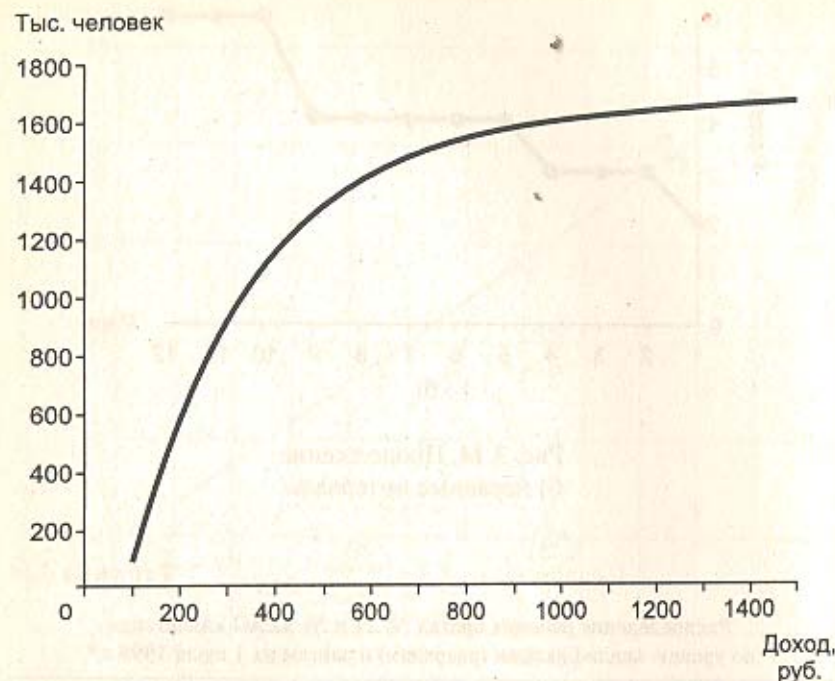


Рис. 3.15. Кумулята распределения населения Тверской области по среднему денежному доходу в 1996 г.

Картограммы. Картограммы, или статистические карты, иллюстрируют содержание статистических таблиц, подлежащим которым являются административное или географическое деление совокупности. Здесь в качестве поля графика выступают географические карты, на которых размещаются статистические таблицы (центрограммы), используются различная окраска или фон, условные символы (рис. 3.16).

УПРАЖНЕНИЯ

- 3.1. Что такое статистическая сводка? Сформулируйте ее задачи.
- 3.2. Назовите виды группировок в зависимости от целей, характера группировочного признака, количества группировочных признаков, величины интервалов, числа перегруппировок. Приведите примеры.

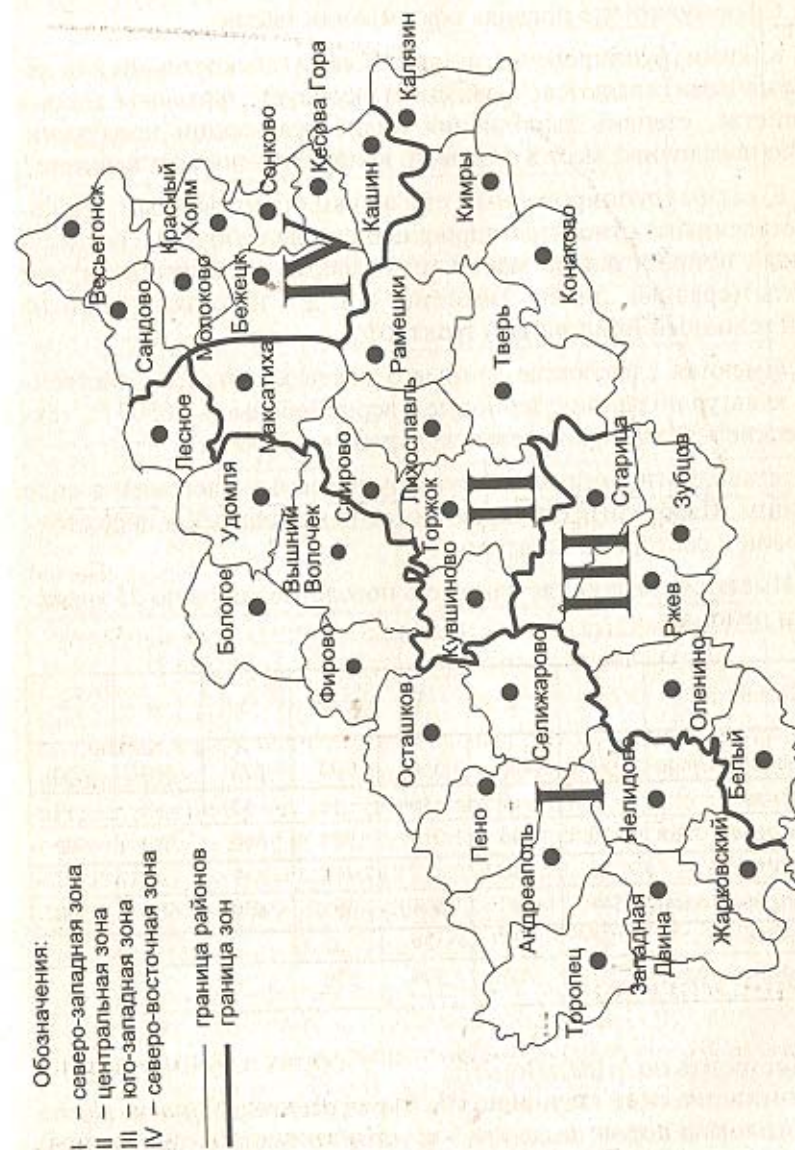


Рис. 3.16. Схема природно-экономического районирования Тверской области

3.3. Приведите примеры различных рядов распределения. С помощью каких графиков изображают ряды распределения?

3.4. Сформулируйте правила оформления таблиц.

3.5. Какими группировочными признаками (дискретными или непрерывными) являются: урожайность культуры, поголовье коров в хозяйстве, степень выполнения плана реализации продукции, число посадочных мест в столовой, количество поросят в помете?

3.6. К каким группировочным признакам (качественным или количественным) относятся: тарифный разряд рабочего, среднесуточный прирост живой массы телят, форма собственности, вид школы (средняя, лицей, гимназия и т. д.), нагрузка пашни на один условный (эталонный) трактор?

3.7. Имеются следующие данные о посевах сельскохозяйственных культур по району: зерновые и зернобобовые — 10500 га, технические — 2100 га, кормовые культуры — 12900 га.

Представьте эти данные и структуру посевных площадей в виде таблицы. Изобразите структуру посевных площадей в виде столбиковой и секторной диаграмм.

3.8. Имеются следующие данные о поголовье коров по 25 хозяйствам района.

Хозяйство	1	2	3	4	5	6	7
Поголовье, голов	495	405	556	390	425	480	600
Хозяйство	8	9	10	11	12	13	14
Поголовье, голов	650	540	710	750	560	410	401
Хозяйство	15	16	17	18	19	20	21
Поголовье, голов	544	598	408	661	469	601	500
Хозяйство	22	23	24	25			
Поголовье, голов	395	705	504	530			

Постройте по этим данным:

- эмпирический (вариационный) ряд распределения хозяйств по поголовью коров, выделив 3 группы хозяйств с постоянным равным интервалом;
- диаграмму случаев, оживу, гистограмму и кумуляту.

3.9. По имеющимся данным о 25 хозяйствах постройте аналитическую группировку хозяйств, показывающую зависимость урожайности картофеля от внесения органических удобрений.

Хозяйство	1	2	3	4	5	6	7
Урожайность картофеля, ц/га	120	130	250	220	150	70	110
Внесено органических удобрений, т на 1 га	9	12	30	20	13	5	8
Хозяйство	8	9	10	11	12	13	14
Урожайность картофеля, ц/га	180	190	170	160	170	100	140
Внесено органических удобрений, т на 1 га	18	20	15	15	16	10	15
Хозяйство	15	16	17	18	19	20	21
Урожайность картофеля, ц/га	80	170	180	130	60	200	90
Внесено органических удобрений, т на 1 га	6	20	25	11	0	20	6
Хозяйство	22	23	24	25			
Урожайность картофеля, ц/га	220	60	230	120			
Внесено органических удобрений, т на 1 га	25	0	30	10			

Изобразите приведенные данные с помощью диаграмм случаев, оживу, связи. Сгруппируйте хозяйства и изобразите интервальные ряды с помощью гистограмм.

3.10. Пользуясь формулой Стерджесса, определите интервал группировки работников сельскохозяйственных предприятий по уровню дохода. Общая численность работников — 5000 человек, минимальный и максимальный доход составляет 300 и 3000 руб., $\lg 5000 = 3,699$.

ГЛАВА 4

АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

4.1. АБСОЛЮТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

В итоге сводки статистических данных образуются статистические показатели, характеризующие результаты массовых явлений, процессов.

Разновидностью таких показателей являются абсолютные величины, отражающие в определенных условиях места и времени размер данного явления, процесса.

Различают два вида абсолютных величин: *индивидуальные* и *суммарные*. Индивидуальные абсолютные величины характеризуют размер признака отдельных единиц совокупности. Они получают непосредственно в результате статистического наблюдения и фиксируются в первичных учетных документах.

Суммарные абсолютные величины получают путем суммирования индивидуальных величин.

Абсолютные величины отражают естественную основу явлений и имеют свою размерность, единицы измерения.

При всем разнообразии единиц измерения их обычно подразделяют на три вида:

- натуральные;
- трудовые;
- стоимостные, денежные.

Натуральные измерители характеризуют явления в свойственной для них форме и выражаются в мерах длины, веса, объема и других или количеством единиц, числом событий.

В ряде случаев используются комбинированные единицы измерения, представляющие собой произведения двух величин. Например, производство электроэнергии измеряют в киловатт-часах, грузооборот — в тонно-километрах, затраты труда — в человеко-часах.

Запись: ткм, кВт-ч, чел.-ч, но не т/км, квт/ч, ч/ч.

Для получения суммарных абсолютных величин часто пользуются условными единицами измерения. Так, общее число трак-

торов измеряется в условных (эталонных) 75-сильных тракторах; объем механизированных работ — в условных (эталонных) гектарах; поголовье скота в условных головах (в пересчете на крупный рогатый скот); продукция сельского хозяйства — в условных зерновых единицах; минеральные удобрения — в условных туках или в пересчете на действующее вещество и т. д. (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Парк тракторов по сельскохозяйственному предприятию на 1 января 1999 г.

Марка трактора	Количество, шт.	Коэффициент перевода в условные (эталонные) тракторы	Количество условных (эталонных) тракторов
T-150	3	1,65	1,95
T-74	6	1,00	6,00
T-54	10	0,69	6,90
K-700	1	2,70	2,70
MT3-82	15	0,73	10,95
T-16	10	0,20	2,00
Итого	45	×	33,5 ≈ 34

Трудовые единицы измерения употребляют для характеристики показателей, отражающих наличие, распределение и использование трудовых ресурсов, численность работников, затраты труда в человеко-часах, человеко-днях.

Денежные единицы измерения используются для характеристики в денежном выражении многих статистических показателей, в ряде случаев позволяют выявить важные тенденции и процессы (табл. 4.2).

Таблица 4.2

Производство продукции на 1 чел.-ч
по сельскохозяйственному предприятию в 1999 г.

Продукция	Произведено на 1 чел.-ч, кг	Цена 1 кг, руб.	Произведено на 1 чел.-ч, руб.
Зерно	50	2	100
Картофель	45	6	270
Молоко	12	8	96
Привес свиней	2	60	120

Как видно из табл. 4.2, денежные показатели позволяют определить сравнительную эффективность производства различных видов продукции.

Денежным единицам измерения присущи и свои недостатки, связанные с изменением цен (табл. 4.3).

Таблица 4.3

Производство молока во всех категориях хозяйств *n*-го района

Показатель	1983	1999	1999 в % к 1983
Произведено в натуре, т	10000	5000	50
Действующие цены, руб. за 1 т	350	8000	22,8 раза
Произведено в действующих ценах, тыс. руб.	3500	40000	11,4 раза
Сопоставимая цена, руб. за 1 т	400	400	100
Произведено в сопоставимых ценах, тыс. руб.	4000	2000	50

Если рассматривать производство молока в действующих ценах, то получается, что оно возросло в 11,4 раза в 1999 г. по сравнению с 1983 г., на самом же деле оно сократилось в 2 раза (табл. 4.3). Здесь динамику денежных показателей следует сравнивать в сопоставимых (неизменных) ценах.

Абсолютные статистические показатели могут быть измерены с различной степенью точности. Это зависит от измеряемой совокупности, например глубину скважины можно измерить до метра, а глубину протектора шины до миллиметра; от степени обобщения, например численность работников предприятия измеряют в количестве человек, а в целом по стране уже в тысячах или миллионах человек, и целого ряда других условий.

Правильно выбранная размерность единицы измерения оказывает существенное влияние на результаты исследования, на трудоемкость проведения сводки и группировки и т. д.

4.2. ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Относительные величины представляют собой обобщающие показатели, выражающие меру количественных соотношений различных процессов и явлений.

Относительный показатель всегда представляет собой отношение двух величин. Числитель отношения — это данные, непосредственно нас интересующие, знаменатель, или основание отношения, служит своего рода эталоном, базой, критерием для оценки числителя.

В результате сравнения удастся лучше оценить исследуемую величину, глубже проникнуть в суть явления.

Посредством относительных показателей производится своеобразное нормирование исходных данных к общему знаменателю, что позволяет более правильно оценить суть исследуемого явления.

На первый взгляд (табл. 4.4) хозяйство № 2 произвело значительно меньше продукции, чем хозяйство № 1. Однако валовой продукции на 100 га здесь произведено на 30% больше.

Таблица 4.4

Производство валовой продукции по хозяйствам № 1 и № 2 в 1999 г.

Показатель	№ 1	№ 2	№ 2 в % к № 1
Валовая продукция, тыс. руб.	3500	2450	70
Площадь сельскохозяйственных угодий, га	17860	10000	56
Валовая продукция на 100 га сельскохозяйственных угодий, тыс. руб.	19,6	24,5	130

В относительных величинах используют различные базы сравнения.

Если база сравнения 1 — получают коэффициенты;
100 — получают проценты (%);
1000 — получают промилле (‰);
10000 — получают продецимилле (‱).

В каждом конкретном случае выбор той или иной формы относительной величины определяется задачами исследования и сущностью явления.

Относительные показатели могут быть подразделены на несколько типов. Основными являются относительные показатели динамики, выполнения плана, сравнения, координации, интенсивности и структуры.

Относительные показатели динамики. Относительные величины динамики характеризуют изменение явления во времени и показывают, во сколько раз увеличился или уменьшился уровень показателя по сравнению с каким-либо предшествующим периодом. Они выражаются в коэффициентах или процентах.

Относительные величины динамики могут быть базисными и цепными. Базисные показатели исчисляются в сравнении с постоянной базой, цепные — в сравнении к предшествующему периоду. Эти показатели называют темпами роста (табл. 4.5).

Таблица 4.5

Производство зерна в весе после доработки
в хозяйствах всех категорий Тверской области

Показатель	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
А	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
Производство, тыс. т	364,1	574,3	562,4	485,2	390,8	465,1	373,1	252,2
В процентах к 1991 г. (базисные темпы роста)	100	157,7	154,5	133,3	107,3	127,7	102,5	69,3
В процентах к предыдущему году (цепные темпы роста)	100	157,7	97,9	86,3	80,5	119,0	80,2	67,6

Базисные темпы роста, таким образом, рассчитывают

$$\frac{Y_1}{Y_0}, \frac{Y_2}{Y_0}, \frac{Y_3}{Y_0}, \dots, \frac{Y_n}{Y_0},$$

где $Y_0, Y_1, \dots, Y_n$ — уровни показателей динамики.

Цепные темпы роста рассчитывают следующим образом:

$$\frac{Y_1}{Y_0}, \frac{Y_2}{Y_1}, \frac{Y_3}{Y_2}, \dots, \frac{Y_n}{Y_{n-1}}.$$

Взаимосвязь цепных и базисных темпов роста. Если известны цепные темпы роста, то для нахождения базисных достаточно перемножить известный базисный на последующий цепной:

$$\frac{Y_1}{Y_0} \cdot \frac{Y_2}{Y_1} = \frac{Y_2}{Y_0};$$

$$\frac{Y_2}{Y_0} \cdot \frac{Y_3}{Y_2} = \frac{Y_3}{Y_0};$$

$$\frac{Y_3}{Y_0} \cdot \frac{Y_4}{Y_3} = \frac{Y_4}{Y_0} \text{ и т. д.}$$

Произведение цепных темпов роста дает в итоге последний базисный темп роста¹:

$$\frac{Y_1}{Y_0} \cdot \frac{Y_2}{Y_1} \cdot \frac{Y_3}{Y_2} \cdot \frac{Y_4}{Y_3} \cdot \frac{Y_5}{Y_4} \cdot \frac{Y_6}{Y_5} \cdot \frac{Y_7}{Y_6} = \frac{Y_7}{Y_0}.$$

В нашем примере (табл. 4.5):

$$\frac{Y_7}{Y_0} = 1,000 \cdot 1,5773 \cdot 0,9793 \cdot 0,8627 \cdot 0,8054 \cdot 1,1901 \cdot 0,8022 \cdot 0,6760 = 0,6926 \approx 69,3\%.$$

Если известны базисные показатели динамики, то для определения цепных темпов необходимо последующий базисный разделить на предыдущий базисный темп роста:

$$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{Y_2}{Y_0} : \frac{Y_1}{Y_0};$$

$$\frac{Y_3}{Y_2} = \frac{Y_3}{Y_0} : \frac{Y_2}{Y_0};$$

$$\frac{Y_4}{Y_3} = \frac{Y_4}{Y_0} : \frac{Y_3}{Y_0} \text{ и т. д.}$$

¹ Расчеты целесообразно проводить в коэффициентах с возможно более высокой точностью.

Например, по данным табл. 4.5, если известны $\frac{Y_7}{Y_0}$ и $\frac{Y_6}{Y_0}$,

получим

$$\frac{Y_7}{Y_6} = \frac{Y_7}{Y_0} : \frac{Y_6}{Y_0} = 0,6927/1,0247 = 0,6760 \approx 67,6\%.$$

Относительные показатели выполнения плана и планового задания. Относительный показатель выполнения плана представляет собой отношение фактического уровня к установленному плану.

Относительный показатель плана представляет собой отношение планового показателя к его базисному уровню.

Относительный показатель плана $\frac{Y_{пл}}{Y_0}$, т. е. величина установ-

ленного плана, делится на показатель достигнутого уровня в базисном периоде (табл. 4.6).

Таблица 4.6

Производство картофеля в колхозе «Смена»

Показатель	1998	1999		Относительный показатель		
	факт	план	факт	плана	выполнения плана	динамики
A	Y_0	$Y_{пл}$	Y_1	$Y_{пл}/Y_0$	$Y_1/Y_{пл}$	Y_1/Y_0
Производство картофеля, т	540	600	720	1,111	1,200	1,333

Относительный показатель выполнения плана $\frac{Y_1}{Y_{пл}}$, т. е. фак-

тически достигнутый уровень, делится на установленную величину плана.

Относительный показатель динамики $\frac{Y_1}{Y_0}$.

Между этими относительными величинами существует связь:

$$\frac{Y_1}{Y_0} = \frac{Y_{пл}}{Y_0} \cdot \frac{Y_1}{Y_{пл}}.$$

Относительные показатели сравнения. Относительные показатели сравнения получаются в результате сравнения одноименных показателей, относящихся к различным объектам, взятым за какой-либо период или на какой-то момент времени.

Из табл. 4.7 видно, что урожайность в Северо-Западном районе на 37,8 – 39,0 % ниже, чем в среднем по России, а в Краснодарском крае Северо-Кавказского района – в 2,3 – 2,6 раза выше.

Таблица 4.7

Урожайность зерновых культур в весе после доработки
(в хозяйствах всех категорий; ц/га)

Регион	В среднем за год		В % к уровню РФ	
	1986–1990	1991–1995	1986–1990	1991–1995
Российская Федерация	15,9	14,8	100	100
Северо-Западный район	9,7	9,2	61,0	62,2
Центральный район	15,7	15,2	98,7	102,7
В том числе Тверская область	11,3	9,4	71,1	63,5
Северо-Кавказский район	29,3	26,7	184,3	180,4
В том числе Краснодарский край	40,7	35,1	256,0	237,2

Относительные показатели координации. Показатели, получаемые соотношением между частями целого, называют относительными величинами координации. К таким величинам относятся, например, соотношение между численностью городского и сельского населения, между численностью мужчин и женщин и т. д. Относительные величины координации чаще всего выражаются числом единиц одной части на 100 или 1000 единиц другой (табл. 4.8).

Относительные показатели интенсивности. Относительные величины интенсивности – это показатели, характеризующие степень распространения, развития какого-либо явления в определенной среде. Относительные величины интенсивности всегда есть соотношение разноименных величин. В числителе отношения берется величина явления, степень развития которого изуча-

ется, а в знаменателе — объем среды, в которой происходит развитие. Это, например, показатели производства сельскохозяйственной продукции на 100 га земельных угодий, фондоотдача — производство продукции на 1 рубль производственных основных фондов, производительность труда — выход продукции на одного работника и др.

Таблица 4.8

Численность городского населения по отношению к сельскому в РФ
(в современных границах)

Показатель	1914	1970	1990	1997
Все население, млн. чел.:	67,5	130,1	148,0	147,5
городское	9,9	81,0	109,2	107,8
сельское	57,6	49,1	38,8	39,7
Отношение численности городского населения к сельскому на 1000 чел.	172	1650	2814	2715

Важность указанных показателей несомненна, поэтому их еще называют показателями экономического и социального развития.

Особый интерес представляет разновидность относительных величин интенсивности — это производство и потребление продукции на душу населения. Так, например, в табл. 4.9 приведены данные по потреблению продуктов питания на душу населения в РФ и развитых странах.

Таблица 4.9

Потребление продуктов питания
(на душу населения в год; килограммов)

Продукты	Россия (1996)	США (1994)	Япония (1992)	Германия (1994)
Мясо и мясные продукты	47	115	41	87
Молоко и молочные продукты	232	266	84	421
Яйца, шт.	207	138	218	316
Рыба и рыбные продукты	9	10	56	14
Картофель	125	64	103	74
Овощи	75	113	122	80
Фрукты и ягоды	31	100	60	131
Хлеб и хлебные продукты	117	104	119	74

Относительные показатели структуры. Относительные показатели структуры характеризуют долю отдельных частей в общем объеме совокупности (табл. 4.10).

Таблица 4.10

Структура посевных площадей сельскохозяйственных культур в Российской Федерации

Показатель	1985		1997	
	тыс. га	%	тыс. га	%
Вся посевная площадь	119121	100	96554	100
зерновые и зернобобовые культуры	68138	57,2	53634	55,5
технические культуры	5727	4,8	5398	5,6
картофель и овоще-бахчевые культуры	4426	3,7	4271	4,4
кормовые культуры	40830	34,3	33251	34,5

Относительные величины — один из важнейших способов обобщения статистической информации. Выбор вида относительных величин зависит от поставленных задач и целей исследования. При этом всегда необходимо помнить о взаимной связи абсолютных и относительных показателей. Относительные показатели в отрыве от абсолютных могут дать негативные выводы. Например, рост численности поголовья скота в три раза еще не значит, что это лучше, чем на 10 %. В первом случае была одна голова, стало три, во втором — было 1000, стало 1100.

Основные требования при использовании в анализе абсолютных и относительных величин — это обеспечение сопоставимости сравниваемых показателей, выбора базы для сравнения, сопоставимости методологии расчета показателей, степени охвата объектов и, конечно, учет количества единиц в статистической совокупности.

Между относительными величинами структуры и относительными величинами динамики существует связь, которую можно проследить на примере (табл. 4.11).

Таблица 4.11

Реализация молока хозяйствами *n*-го района

Хозяйство	1998		1999		Относительные величины динамики	
	продано, т	удельный вес хозяйств, %	продано, т	удельный вес хозяйств, %	продажи	удельного веса
А	m_0	F_0	m_1	F_1	K_m	K_F
1	41	31,8	38	27,7	92,7	87,3
2	37	28,7	39	28,5	105,4	99,3
3	23	17,8	30	21,9	130,4	122,8
4	10	7,8	9	6,6	90,0	84,7
5	18	13,9	21	15,3	116,7	109,9
Итого	129	100	137	100	106,2	×

Удельный вес хозяйства (относительная величина структуры F) рассчитывается отношением показателя по хозяйству к общему объему:

$$F = \frac{m}{\Sigma m} \cdot 100, \quad (4.1)$$

где m — объем реализации по хозяйству;

Σm — общий объем реализации по совокупности хозяйств.

В нашем примере — для первого хозяйства удельный вес в базисном периоде (1998 г.) составлял: $41/129=0,317829$, или в процентах $\approx 31,8$; в отчетном: $38/137 = 0,277372$, или в процентах $\approx 27,8$.

Относительные величины динамики реализации молока и удельного веса рассчитывают соответственно:

$$K_m = \frac{m_1}{m_0} \cdot 100; \quad K_F = \frac{F_1}{F_0} \cdot 100, \quad (4.2)$$

где K_m — относительная величина динамики продаж;

K_F — относительная величина динамики удельного веса.

Для первого хозяйства эти показатели составляют (табл. 4.11):

$$K_m = 38/41=0,926829 \approx 92,7\%;$$

$$K_F = 0,277372/0,317829 = 0,872708 \approx 87,3 \%.$$

Очевидно, что K_F можно определить и по следующему соотношению:

$$K_F = \frac{K_m}{K_{\Sigma m}} \cdot 100, \quad \text{или} \quad \frac{F_1}{F_0} = \frac{K_m}{K_{\Sigma m}}. \quad (4.3)$$

В этом не трудно убедиться, если подставить в (4.3) данные нашего примера. Так, для первого хозяйства:

$$K_F = \frac{0,926829}{137/129} = 0,872708 \approx 87,3\%.$$

Из формулы (4.3) полезны следующие соотношения:

$$F_1 = \frac{F_0 K_m}{K_{\Sigma m}}, \quad F_0 = \frac{F_1 K_{\Sigma m}}{K_m} \quad \text{и} \quad K_{\Sigma m} = \sum F_0 K_m.$$

Приведем пример решения задач.

Пусть за анализируемый период удельный вес коров в стаде возрос с 27 до 35 %. За это время общая численность поголовья крупного рогатого скота возросла на 12 %.

Определить: как изменилась численность коров?

$$\text{Имеем: } F_0 = 0,27; F_1 = 0,35; K_{\Sigma m} = 1,12.$$

Из формулы (4.3) $K_m = 0,35 \cdot 1,12 / 0,27 = 1,45185 \approx 145,2 \%$, т. е. поголовье коров за этот период возросло на 45,2 %.

УПРАЖНЕНИЯ

4.1. Проанализируйте состав машинно-тракторного парка двух хозяйств. Коэффициенты перевода на условные (эталонные) трактора возьмите из табл. 4.1.

Марка трактора	Хозяйство	
	№ 1	№ 2
К-700	3	—
Т-150	2	—
Т-74	6	2
МТЗ-82	10	18
Т-16	—	10
Итого физических единиц	21	30

4.2. Имеются следующие данные по численности поголовья различных видов скота.

	Поголовье (голов)	
	хозяйство № 1	хозяйство № 2
Крупный рогатый скот	800	1500
В том числе:		
коровы	400	450
свиньи	2000	—
овцы	1000	—
птица (куры)	—	5000

Определите общую численность скота в хозяйствах № 1 и № 2.

Усредненные коэффициенты перевода скота на условное поголовье следующие:

коровы — 1, остальные возрастно-половые группы крупного рогатого скота — 0,6;
 свиньи — 0,35;
 овцы — 0,1;
 лошади — 1,1
 птица — 0,02.

4.3. На птицеферме за год было израсходовано кормов: овса — 2 т, ячменя — 1 т, комбикормов — 5 т. Определите общие затраты кормов. Питательная ценность кормов в кормовых единицах: овес — 1; ячмень — 1,2; комбикорм — 1,3.

4.4. Назовите виды относительных величин и порядок их расчета.

4.5. Планом предусматривалось увеличить производство продукции на 5 %, фактически произведено больше, чем в базисном периоде на 10%.

Определите процент выполнения плана по производству продукции.

4.6. Имеются следующие данные по посевным площадям сельскохозяйственных культур и поголовью крупного рогатого скота.

	1995	1996	1997	1998
Площадь, га	2500	2700	2000	1900
Поголовье крупного рогатого скота, голов	850	900	750	600

Вычислите относительные показатели базисные и цепные.

4.7. Имеются следующие данные по внесению минеральных удобрений на 1 га пашни (в пересчете на 100 % питательных веществ в кг) по РФ.

	1990	1991	1992	1993	1994	1995
В % к 1990 г.	100	89,75	90,00	46,25	22,50	16,25

Определите абсолютные показатели по внесению минеральных удобрений и цепные относительные величины, если известно, что в 1990 г. на 1 га пашни было внесено 80 кг.

4.8. Известны следующие данные по внесению минеральных удобрений на 1 га пашни в 1995 г. (в пересчете на 100 % питательных веществ в кг) и поголовью крупного рогатого скота (на конец 1996 г.).

Страна	Внесено удобрений, кг	Поголовье скота, млн голов
Россия	13	35,1
США	108	103,0
Германия	238	15,7
Япония	414	4,9
Нидерланды	564	4,4

Вычислите относительные величины сравнения, приняв за базу уровень показателя России.

4.9. Удельный вес продукции животноводства в общей продукции хозяйства составляет 75 %, а продукции скотоводства — 40 %. Определите удельный вес продукции скотоводства в продукции животноводства.

4.10. Известны следующие данные о валовом внутреннем продукте РФ по отраслям экономики.

Отрасль	ВВП в 1996 г., млрд руб.	Численность занятого населения, млн чел.
Валовой внутренний продукт — всего	2200	66,0
в том числе:		
сельское хозяйство	153	9,8
лесное хозяйство	3	
промышленность	606	16,3
строительство	168	6,3
транспорт и связь	271	5,2
торговля, общественное питание	319	6,8
заготовки	4	
другие отрасли	676	21,6

Вычислите относительные величины структуры и интенсивности ВВП в расчете на одного занятого в отраслях.

ГЛАВА 5

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

5.1. СУЩНОСТЬ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Средними величинами в статистике называют показатели, дающие сводную характеристику совокупности или ее части по количественно варьирующему признаку. Средняя в статистике отражает общее, характерное для совокупности благодаря взаимному погашению в ней случайных, нетипичных различий между признаками отдельных ее единиц. Для того чтобы средние величины действительно отражали типичное явление, они должны определяться по однородным совокупностям, иначе они не только не будут иметь научной ценности, но и могут принести вред, искажая истинный характер изучаемого явления.

Совокупность, по которой исчисляется средняя, должна быть достаточно большой, иначе случайные отклонения в величине признака не будут погашаться и средняя не проявит закономерности, свойственной данному процессу.

В статистической практике общие средние дополняются групповыми. Общая средняя показывает типический размер всей совокупности, а групповые средние — отдельных ее частей со специфическими свойствами.

В статистике используют различные виды средних: простые и взвешенные, степенные и структурные. Наиболее часто применяют степенные средние: арифметическую, гармоническую, геометрическую. Из структурных средних используют моду и медиану.

5.2. СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ

Средняя арифметическая является самым распространенным видом средней. Поэтому, когда речь идет о средней величине и не указывается ее вид, чаще всего подразумевается именно средняя арифметическая.

Простая средняя арифметическая. Простой средней арифметической называется сумма данных величин, деленная на их число.

Если даны величины $X_1, X_2, \dots, X_n$, то их средняя арифметическая есть:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

Простая средняя арифметическая применяется в тех случаях, когда каждое явление, характеризующее индивидуальное значение варьирующего признака, встречается в совокупности один раз.

Средняя арифметическая взвешенная. Средняя арифметическая взвешенная применяется тогда, когда каждое значение варьирующего признака встречается в совокупности по несколько раз. При этом используются веса или частота признака f :

$$\bar{X} = \frac{\sum Xf}{\sum f}$$

Из табл. 5.1 видно, что посевная площадь зерновых культур в каждом хозяйстве строго определена, т. е. встречается в совокупности по одному разу. Поэтому для расчета средней площади посевов зерновых культур здесь используется простая средняя арифметическая.

Таблица 5.1

Посевные площади, урожайность и валовой сбор зерновых культур по хозяйствам n -го района в 1999 г.

Хозяйство	Площадь, га			Урожай- ность, ц/га	Валовой сбор, ц
	в натуре	уменьшенная			
		на 100	в 100 раз		
1	100	0	1,0	17,9	1790
2	150	50	1,5	24,0	3600
3	170	70	1,7	21,3	3621
4	90	—10	0,9	16,5	1485
5	140	40	1,4	28,9	4046
Итого	650	150	6,5	22,4	14542

$$\bar{X}_{пл} = \frac{\sum X}{n} = \frac{\text{Общая площадь}}{\text{Количество хозяйств}} = \frac{650}{5} = 130 \text{ га.}$$

Для расчета средней урожайности используем взвешенную среднюю арифметическую, так как урожайность в 17,9 ц с 1 га в

первом хозяйстве повторяется на площади в 100 га, в 24,0 ц с 1 га во втором хозяйстве повторяется на площади в 150 га и т. д. (Здесь в качестве частоты случаев (весов) используется площадь посева.)

$$\bar{X}_y = \frac{\sum X_y f_{пл}}{\sum f_{пл}} = \frac{\text{Валовой сбор}}{\text{Площадь посева}} = \frac{14542 \text{ ц}}{650 \text{ га}} = 22,3723 \approx 22,4 \text{ ц/га.}$$

Свойства средней арифметической.

1. Средняя постоянной величины равна ей самой: $\bar{A} = A$.
2. Произведение средней на сумму частот равно сумме произведений вариантов на частоты: $\bar{X} \sum f = \sum Xf$, в нашем примере:

$$22,3723 \cdot 650 = \sum Xf = 14542.$$

3. Изменение каждого варианта на одну и ту же величину изменяет среднюю на ту же величину:

$$\frac{\sum (X \pm A)}{\sum f} = \bar{X} \pm A.$$

Так, если мы изменили площади в каждом варианте на 100 га, то получим:

$$\frac{\sum (X - 100)}{n} = \frac{150}{5} = 30,$$

добавив 100, получим 130 га.

4. Изменение каждого варианта в одно и то же число раз изменяет среднюю во столько же раз:

$$\frac{\sum AXf}{\sum f} = A\bar{X}, \text{ в нашем примере: } \frac{\sum X/100}{n} = \frac{6,5}{5} \cdot 100 = 130 \text{ га.}$$

5. Изменение каждого из весов в одно и то же число раз не изменяет величины средней:

$$\frac{\sum X(Af)}{\sum Af} = \frac{A \sum Xf}{A \sum f} = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \bar{X}.$$

Если в нашем примере (см. табл. 5.1) площади по каждому хозяйству уменьшить в 100 раз ($A = 100$), то средняя урожайность (в ц/га) при этом не изменится:

$$\begin{aligned}\overline{X_y} &= \frac{17,9 \cdot 1 + 24,0 \cdot 1,5 + 21,3 \cdot 1,7 + 16,5 \cdot 0,9 + 28,9 \cdot 1,4}{1 + 1,5 + 1,7 + 0,9 + 1,4} = \\ &= \frac{145,42}{6,5} = 22,3723 \approx 22,4.\end{aligned}$$

6. Алгебраическая сумма отклонений всех вариантов от средней равна нулю (табл. 5.2):

$$\Sigma(x - \bar{x})f = 0.$$

Таблица 5.2

Пример для иллюстрации свойств 6, 7, 8 средней арифметической

Признак		$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$	$(X - 2)^2$	$(X - 4)^2$	$X + Y$
X	Y					
1	6	-2	4	1	9	7
2	7	-1	1	0	4	9
3	8	0	0	1	1	11
4	9	1	1	4	0	13
5	10	2	4	9	1	15
15	40	0	10	15	15	55

Здесь $\bar{X} = 3$, $\bar{Y} = 8$, $\bar{X} + \bar{Y} = 11$.

7. Средняя суммы равна сумме средних (табл. 5.2).

$$\overline{X + Y} = \bar{X} + \bar{Y}.$$

8. Сумма квадратов отклонений вариантов от средней арифметической меньше, чем от любых других величин (табл. 5.2).

$$\Sigma(X - \bar{X})^2 = \min.$$

5.3. СРЕДНЯЯ ГАРМОНИЧЕСКАЯ

Средняя гармоническая вычисляется для индивидуальных варьирующих признаков, выраженных в форме обратных показателей. Пусть, например, известны величины.

Валовой сбор овса по двум хозяйствам, ц	Урожайность, ц/га
2000	12,0
1600	16,0

Надо определить среднюю урожайность культуры по этим хозяйствам. Здесь ни простая, ни взвешенная средняя арифметические не дают искомого результата:

$$\overline{X_y} = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{12 + 16}{2} = 14;$$

$$\overline{X_y} = \frac{\Sigma Xf}{\Sigma f} = \frac{12 \cdot 2400 + 16 \cdot 1600}{4000} = 13,6.$$

Во взвешенной средней арифметической числитель не имеет ни физического, ни экономического смысла.

В этом случае в расчетах используют среднюю гармоническую.

Простая средняя гармоническая:

$$\overline{X} = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{X}}.$$

Взвешенная средняя гармоническая:

$$\overline{X_y} = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{f}{X}}.$$

В нашем примере средняя урожайность овса составляет:

$$\overline{X_y} = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{f}{X}} = \frac{2400 + 1600}{\frac{2400}{12} + \frac{1600}{16}} = \frac{4000}{300} \approx 13,3 \text{ ц/га}.$$

Здесь в числителе — валовой сбор по двум хозяйствам, в знаменателе — общая площадь посевов овса.

5.4. СРЕДНЯЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ

Среднюю геометрическую применяют для расчета средних темпов роста в рядах динамики

$$\bar{X} = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \dots \cdot X_n} = \sqrt[n]{\prod X_n} = \sqrt[n]{\frac{Y_n}{Y_0}}$$

где $\bar{X}$ — средний темп роста;
 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ — темпы роста;
 $\prod$ — знак произведения;
 Y_0 и Y_n — начальный и конечный уровни ряда.

Не вдаваясь в подробности анализа представленной в табл. 5.3 динамики, рассчитаем средние темпы роста. Так, по хозяйствам всех категорий средний темп роста составляет:

$$\bar{T} = \sqrt[8]{0,89 \cdot 0,81 \cdot 1,10 \cdot 0,95 \cdot 0,94 \cdot 0,99 \cdot 0,91 \cdot 0,98} = \sqrt[8]{\frac{551}{881}} = 0,943,$$

по остальным категориям хозяйств — соответственно 0,892; 1,045; 1,442.

Наибольший темп роста за указанный промежуток времени наблюдался в крестьянских (фермерских) хозяйствах. Но это вовсе не значит, что они делают погоду в производстве молока. Их удельный вес в общем производстве всего лишь около 2%.

Таблица 5.3
Производство молока в хозяйствах Тверской области*

Год	Хозяйства всех категорий		Сельскохозяйственные предприятия		Хозяйства населения		Крестьянские (фермерские) хозяйства	
	тыс. т	темпы роста	тыс. т	темпы роста	тыс. т	темпы роста	тыс. т	темпы роста
1991	786	0,89	583	0,83	202	1,11	1	—
1992	639	0,81	425	0,73	208	1,03	6	6,00
1993	700	1,10	448	0,105	238	1,14	14	2,33
1994	664	0,95	391	0,87	257	1,08	16	1,14
1995	625	0,94	361	0,92	249	0,97	15	0,94
1996	618	0,99	340	0,94	266	1,07	12	0,80
1997	564	0,91	303	0,89	249	0,94	12	1,00
1998	551	0,98	280	0,92	258	1,04	13	1,08

* В 1990 г. произведено соответственно 881, 699, 182 тыс. т.

5.5. СТРУКТУРНЫЕ СРЕДНИЕ

В статистике употребляются еще две разновидности средних величин, которые вытекают из характеристики статистических рядов и не являются результатом каких-либо алгебраических действий — это структурные средние: мода и медиана.

Модой называется величина, которая чаще всего встречается в статистическом ряду. Ее обозначают Mo .

В табл. 5.1 модой урожайности будет 21 ц с 1 га, так как эта урожайность встречается чаще всего, т. е. повторяется на 120 гектарах.

Медиана — это среднее значение показателя в ранжированном ряду. Ее обозначают Me .

Если проранжировать ряд урожайности (табл. 5.1), то из ряда 16,5; 17,9; 21,3; 24,0; 28,9 медианой будут 21,3 ц/га. Важное свойство медианы — это сумма отклонений вариантов признака от медианы, есть величина наименьшая:

$$\sum (X - Me) = \min.$$

В интервальном вариационном ряду моду определяют по формуле

$$Mo = X_0 + i \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)},$$

где X_0 — нижняя граница модального интервала;
 i — величина модального интервала;
 f_1, f_2, f_3 — частоты предмодального, модального и послемодального интервалов.

Например, по данным табл. 3.1 мода составит:

$$Mo = 300 + 300 \frac{759,3 - 495,8}{(759,3 - 495,8) + (759,3 - 267,4)} \approx 405 \text{ руб.}$$

Для расчета медианы в интервальном ряду используют формулу

$$Me = X_0 + i \frac{\sum f + S_{(m-1)}}{f_m},$$

где X_0 — нижняя граница медианного интервала;
 i — величина медианного интервала;
 $\sum f$ — сумма частот ряда;
 $S_{(m-1)}$ — сумма накопленных частот до медианного интервала;
 f_m — частота медианного интервала.

В нашем примере (табл. 3.1) медиана составит:

$$Me = 300 + 300 \frac{\frac{1647,1}{2} - 495,8}{759,3} \approx 429 \text{ руб.}$$

Для моментных рядов динамики для расчета средней целесообразно использовать формулу средней хронологической:

$$\bar{X} = \frac{0,5X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{n-1} + 0,5X_n}{n-1}.$$

Например, если известны данные о поголовье коров на 1-е число каждого месяца 2000 г.:

на 01.01	100;
на 01.02	120;
на 01.03	130;
на 01.04	90,

то среднее поголовье в первом квартале составит:

$$\bar{X} = \frac{0,5(100+90) + 120 + 130}{3} = 115 \text{ гол.}$$

То же самое получим, если воспользуемся средней арифметической:

$$\frac{\frac{100+120}{2} + \frac{120+130}{2} + \frac{130+90}{2}}{3} = 115 \text{ гол.}$$

Здесь в числителе представлено среднее поголовье коров по месяцам квартала. Если произвести несложные математические действия, то получим формулу средней хронологической в общем виде.

Это полезно знать о средних. В статистической совокупности не всегда отдельные единицы обладают заданными признаками. Например, из пяти хозяйств района занимаются свиноводством три, т. е. 0,6 от всей совокупности (60 % хозяйств). В этом случае рассчитывают средние по всей совокупности и по совокупности, в которой признак отличен от нуля. И здесь мы имеем:

$$f = \frac{\bar{X}}{\bar{X}'},$$

где f — удельный вес единиц совокупности, у которых признак отличен от нуля;
 $\bar{X}$ и $\bar{X}'$ — средние для всей совокупности и совокупности единиц, у которых признак отличен от нуля.

Пусть имеются данные по пяти хозяйствам о поголовье основных свиноматок: 120; 0; 25; 0; 50. Здесь из пяти хозяйств имеют свиноматок три, или 60% (3/5·100). Общая средняя по всем хозяйствам составит:

$$\bar{X} = \frac{120+0+25+0+50}{5} = 39 \text{ гол.}$$

Средняя по хозяйствам, которые занимаются свиноводством, составит:

$$\bar{X}' = \frac{120+25+50}{3} = 65 \text{ гол.}$$

Отсюда удельный вес хозяйств, занимающихся свиноводством, составит:

$$f = \frac{\bar{X}}{\bar{X}'} = \frac{39}{65} = 0,6 = 60\%.$$

Знание этого соотношения позволяет решать определенный класс задач. Например, урожайность ячменя с фактически убран-

ной площади составила 25 ц/га, весенне-летняя гибель и необработанная площадь составили 5 % всех посевов ячменя. Определите урожайность культуры в расчете на весенне-продуктивную площадь.

Здесь нам дано $\bar{X}' = 25$, $f = 95$, требуется определить $\bar{X}$. Из соотношения $f = \frac{\bar{X}}{\bar{X}'}$, следует, что $\bar{X} = f \bar{X}' = 0,95 \cdot 25 = 23,75$, т. е. урожайность ячменя в расчете на весенне-продуктивную площадь составит 23,8 ц/га.

УПРАЖНЕНИЯ

5.1. Урожайность и посевные площади зерновых культур по хозяйству в 1999 г. составили.

Культура	Урожайность, ц/га	Площадь, га
Озимая рожь	25	500
Ячмень	20	300
Овес	18	250

Определите среднюю урожайность зерновых культур по хозяйству.

5.2. Известны следующие показатели в I квартале по хозяйству.

Показатель	Месяц		
	1-й	2-й	3-й
Средний процент жира в молоке	3,5	3,7	4,0
Реализовано молока, ц	1200	1300	1500

Определите средний процент жира в молоке, реализованного в первом квартале.

5.3. Урожайность зерновых в двух хозяйствах составляет 20 и 22 ц/га. Определите среднюю урожайность по двум хозяйствам, если посевная площадь во втором хозяйстве в 1,5 раза больше.

5.4. Годовой надой на одну фуражную корову по двум хозяйствам составляет 3200 и 3500 кг. Определите среднюю продуктивность коров, если в первом хозяйстве поголовье коров составляет 80% от второго.

5.5. Автомобиль ехал из колхоза в город $1/3$ пути со скоростью 60 км/ч, а $2/3$ пути со скоростью 80 км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля.

5.6. Распределение хозяйств области по поголовью овец на 1 января 2000 г. характеризуется следующими данными.

Группы хозяйств	50–200	200–500	500–1000	1000–2000	Не имеют овец
Число хозяйств, в % к итогу	20	10	15	15	40

Определите среднее поголовье овец:

- в хозяйствах, имеющих овец;
- во всех хозяйствах;
- удельный вес хозяйств, имеющих овец, по соотношению средних.

5.7. По трем молочно-товарным фермам хозяйства известны следующие данные за отчетный год.

Молочно-товарная ферма	Валовой надой молока, ц	Надой на одну корову, кг	Число коров, закрепленных за одной дояркой, голов
1	650	3200	30
2	600	2800	22
3	400	2500	20

Определите:

- средний надой на одну корову;
- среднее число коров, закрепленных за одной дояркой.

5.8. Имеются следующие данные по хозяйствам области.

Группы хозяйств по себестоимости 1 ц картофеля, руб.	Число хозяйств	Валовой сбор в среднем на одно хозяйство, ц
До 200	100	4000
200–220	50	6000
220–240	30	10000
240 и более	20	14000

Определите среднюю себестоимость 1 ц картофеля по хозяйствам области.

5.9. Распределение коров по живому весу характеризуется следующими данными.

Живой вес, кг	Поголовье, голов
400–420	12
420–440	39
440–460	88
460–480	82
480–500	86

Определите средний живой вес одной коровы, моду и медиану.

5.10. Имеются следующие данные по реализации молока и картофеля по хозяйствам.

Хозяйство	Продано, т		Цены в руб. за 1 т		Выполнение плана, %	
	моло-ко	карто-фель	моло-ко	карто-фель	моло-ко	карто-фель
1	30	55	5500	3200	105	101
2	40	48	4800	3500	90	105
3	25	22	6200	4000	101	90

Определите среднюю цену реализации молока и картофеля и средний процент выполнения плана реализации молока и картофеля по хозяйствам.

ГЛАВА 6

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

6.1. ПОНЯТИЕ «ВАРИАЦИЯ»

Вариацией признака называется его изменение у единиц совокупности.

Средняя величина дает нам обобщающий показатель признака для всей совокупности, но не дает представления о различиях между единицами совокупности. Эти различия зачастую представляют также большой интерес для экономико-статистического анализа.

По данным табл. 6.1, средняя площадь посева составит:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{6500}{5} = 1300 \text{ га.}$$

Таблица 6.1

Посевные площади зерновых культур по хозяйствам n-го района в 2000 г.

Хозяйство	Посевная площадь, га (X)	(X - $\bar{X}$)	(X - $\bar{X}$) ²
1	1000	-300	90000
2	1500	200	40000
3	1700	400	160000
4	900	-400	160000
5	1400	100	10000
Итого	6500	0	460000

Показатели вариации относят к числу обобщающих показателей, характеризующих вариацию признака статистической совокупности. Эти показатели дополняют средние величины, характеризуют степень однородности статистической совокупности по данному признаку, границы вариации признака. *Соотношение показателей вариации определяет взаимосвязь между признаками.*

6.2. ПОРЯДОК РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВАРИАЦИИ

В статистике чаще всего используют следующие показатели (меры) вариации.

• **Размах вариации** (R) определяется как разность между экстремальными значениями признака:

$$R = X_{\max} - X_{\min}.$$

В нашем примере (табл. 6.1):

$$R = 1700 - 900 = 800 \text{ га.}$$

Недостаток показателя заключается в том, что он зависит от случайных величин. В этой связи более надежный показатель — это средний размах, исчисленный как средняя арифметическая из ряда размахов.

По нашим данным (табл. 6.1):

$$R_2 = 1500 - 1000 = 500 \text{ га;}$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2}{2} = \frac{800 + 500}{2} = 650 \text{ га.}$$

• **Среднее линейное отклонение** (l), которое рассчитывается по формуле

$$l = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{n} \text{ — простое;}$$

$$l = \frac{\sum |X - \bar{X}| f}{\sum f} \text{ — взвешенное.}$$

В нашем примере (табл. 6.1):

$$l = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{n} = \frac{1400}{5} = 280 \text{ га.}$$

• **Дисперсия** (σ^2), которая рассчитывается по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n} \text{ — простая;}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f} \text{ — взвешенная.}$$

Дисперсия в статистике является основным, широко используемым в статистической практике показателем меры вариации признака.

В нашем примере σ^2 равна:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n} = \frac{460\,000}{5} = 92\,000.$$

Рассмотрим основные свойства дисперсии.

1. Дисперсия постоянной величины равна нулю: $\sigma_c^2 = 0$.
2. Если все значения вариантов признака X уменьшить на постоянную величину A , то дисперсия не изменится: $\sigma_{X-A}^2 = \sigma_X^2$.
3. Если все значения вариантов X уменьшить в K раз, то дисперсия уменьшится в K^2 раз: $\sigma_{\frac{X}{K}}^2 = \sigma_X^2 \cdot K^2$.

На практике часто используют более простую формулу для расчета дисперсии:

$$\sigma^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2.$$

где $\overline{X^2}$ — средняя из квадратов вариантов;
 $\bar{X}^2$ — квадрат средней.

Формула получена из следующих преобразований:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum (X^2 - 2X\bar{X} + \bar{X}^2)}{n} = \\ &= \frac{\sum X^2}{n} - \frac{2\sum X\bar{X}}{n} + \frac{\sum \bar{X}^2}{n} = \frac{\sum X^2}{n} - 2\bar{X} + \bar{X}^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2. \end{aligned}$$

В качестве примера вычислим σ^2 годового удоя молока (табл. 6.2) при $A = 2500$ и $K = 1000$.

Таблица 6.2

Расчет σ^2 годового удоя молока

Годовой удой, кг	Число коров, голов (f)	Средина интервала (X)	$\frac{X-A}{K}$	$\left(\frac{X-A}{K}\right)f$	$\left(\frac{X-A}{K}\right)^2 f$
До 1000	2	500	-2	-4	8
1000-2000	8	1500	-1	-8	8
2000-3000	23	1500	0	0	0
3000-4000	13	3500	1	13	13
4000-5000	2	1500	2	4	8
Итого	48	x	x	5	37

$$\bar{X} = \frac{\left(\frac{X-A}{K}\right)f}{\sum f} = \frac{5}{48} \cdot 1000 + 2500 = 2604 \text{ кг};$$

$$\sigma^2 = \frac{37}{48} - \left(\frac{5}{48}\right)^2 \cdot 1000^2 = 760\,000 \text{ кг};$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{760\,000} = 872 \text{ кг}.$$

• Среднее квадратическое отклонение (стандартное отклонение) (σ):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$

Среднее квадратическое отклонение выражается в тех же единицах измерения, что и сами варианты, является именованной величиной.

Колеблемость альтернативного признака измеряется также дисперсией:

$$\sigma^2 = pq,$$

где p — доля вариантов, обладающих данными признаками;
 q — доля вариантов, не обладающих данными признаками.

При этом: $p + q = 1$.

Среднее квадратическое отклонение равно: $\sigma = \sqrt{pq}$.

Для сгруппированных данных различают три вида дисперсий:

- общую — σ^2 ;
- внутригрупповую — σ_i^2 ;
- межгрупповую — δ^2 .

Общая дисперсия σ^2 измеряет вариацию признака во всей совокупности под влиянием всех факторов:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f}.$$

Внутригрупповая дисперсия измеряет вариацию признака внутри группы:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (X - \bar{X}_i)^2 f}{\sum f},$$

где $\bar{X}_i$ — групповая средняя.

Средняя из внутригрупповых дисперсий рассчитывается следующим образом:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f}{\sum f}.$$

Межгрупповая дисперсия измеряет колеблемость групповых средних вокруг общей средней:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{X}_i - \bar{X})^2 f}{\sum f}.$$

Между общей дисперсией σ^2 , средней из частных (внутригрупповых) дисперсий $\overline{\sigma_i^2}$, межгрупповых дисперсий δ^2 существует связь, как в треугольнике Пифагора (правило сложения дисперсий):

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2.$$

Рассмотрим пример дисперсионного анализа. Требуется определить влияние уровня квалификации на производительность труда по двум бригадам: 1-я бригада имеет более низкий уровень квалификации по сравнению со 2-й (табл. 6.3).

Таблица 6.3

Производительность труда двух бригад

	1-я бригада							2-я бригада						
	1	2	3	4	5	6	Σ	1	2	3	4	5	6	Σ
Изготовлено продукции за один час (X_i)	13	14	15	17	16	15	90	18	19	22	20	24	23	126
$X_i - \bar{X}_i$	-2	-1	0	2	1	0	0	-3	-2	1	-1	3	2	0
$(X_i - \bar{X}_i)^2$	4	1	0	4	1	0	10	9	4	1	1	9	4	28

1. $\bar{X}_1 = 90 / 6 = 15$, $\bar{X}_2 = 126 / 6 = 21$ — групповые средние.

$$2. \sigma_1^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X}_1)^2}{n} = \frac{10}{6} = 1,67$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X}_2)^2}{n} = \frac{28}{6} = 4,67 \text{ — групповые дисперсии.}$$

$$3. \bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{1,67 \cdot 6 + 4,67 \cdot 6}{12} = \frac{38}{12} = 3,17 \text{ — средняя из групповых дисперсий.}$$

4. Определяем общую среднюю

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{\sum \bar{X}_i f_i}{\sum f_i} = \frac{15 \cdot 6 + 21 \cdot 6}{12} = 18.$$

5. Определяем межгрупповую дисперсию:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{X}_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(15 - 18)^2 \cdot 6 + (21 - 18)^2 \cdot 6}{12} = \frac{108}{12} = 9,00.$$

6. $\sigma^2 = \bar{\sigma}^2 + \delta^2 = 3,17 + 9,00 = 12,17$ — правило сложения дисперсий.

7. Проверка правильности правила сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{(13 - 18)^2 + (14 - 18)^2 + \dots + (23 - 18)^2}{12} = \frac{146}{12} = 12,17.$$

8. Определяем коэффициент детерминации (D):

$$\eta^2 = D = \frac{\delta^2}{\sigma^2} \cdot 100 = \frac{9}{12,17} \cdot 100 = 74\%,$$

т. е. производительность труда по отобранным бригадам на 74% зависит от уровня квалификации работников.

• **Коэффициент вариации** (v) — относительная величина, служащая для характеристики колеблемости признака. Он представляет собой процентное отношение абсолютных величин:

- вариационного размаха (R);
- среднего линейного отклонения (l);
- среднего квадратического отклонения (σ) к средней ($\bar{X}$):

$$v_R = \frac{R}{\bar{X}} \cdot 100 \text{ — этот коэффициент иначе называют коэффициентом осцилляции;}$$

$$v_l = \frac{l}{\bar{X}} \cdot 100;$$

$$v_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100.$$

Последний коэффициент наиболее употребителен, и если нет других указаний, то под коэффициентом вариации имеют в виду именно его.

По данным (табл. 6.3), коэффициенты вариации по бригадам составят:

$$v_1 = \frac{1,67}{15} \cdot 100 = 11,1\%;$$

$$v_2 = \frac{4,67}{21} \cdot 100 = 22,2\%.$$

Колеблемость признака по 2-й бригаде в два раза выше, чем по 1-й.

УПРАЖНЕНИЯ

6.1. Распределение студентов агрофака характеризуется следующими данными.

Возраст студентов (X)	17	18	19	20	21	22
Число студентов (f)	5	50	70	10	12	13

Вычислите по этим данным:

- размах вариации;
- среднее линейное отклонение;
- дисперсию;
- среднее квадратическое отклонение;
- коэффициенты вариации.

6.2. По известным данным определите:

- среднюю урожайность;
- размах вариации;
- среднее линейное отклонение;
- дисперсию;
- среднее квадратическое отклонение;
- коэффициенты вариации.

Группы хозяйств по урожайности картофеля, ц/га	100—120	120—140	140—160	160—180	180—200
Посевная площадь, га	50	70	80	100	120

6.3. Ниже приводятся данные по двум молочно-товарным фермам. Определите, на какой из ферм вариация веса коров более сильная.

Ферма	Средний вес коров, кг ($\bar{X}$)	Среднее квадратическое отклонение веса коров, кг (σ)
1	400	50
2	450	50

6.4. Известны следующие данные по молочно-товарной ферме за отчетный месяц.

Показатель	Средняя	Среднее квадратическое отклонение
Удой, кг	400	60
% жира в молоке	3,8	0,19

Установите, какой из этих признаков характеризуется более сильной вариацией.

6.5. Ниже приведены данные о распределении сельскохозяйственных предприятий по наличию основных фондов.

Группы предприятий по наличию основных фондов, млн руб.	Число предприятий			Итого
	государственных	кооперативных	АО	
2—4	3	2	6	11
4—6	5	4	7	16
6—8	6	5	5	16
8—10	3	4	—	7
Итого	17	15	18	50

Вычислите:

- внутригрупповые дисперсии;
- среднюю из внутригрупповых дисперсий;
- межгрупповую дисперсию;
- общую дисперсию наличия основных фондов по предприятиям.

6.6. Известны следующие данные по реализации молока в первом квартале.

	Январь	Февраль	Март
Всего реализовано, т	40	42	45
В том числе первым сортом, %	80	75	70

Вычислите:

- дисперсию доли первого сорта по месяцам;
- среднюю из групповых (месячных) дисперсий;
- межгрупповую дисперсию;
- общую дисперсию доли первого сорта.

Проверьте правильность расчетов по правилу сложения дисперсий.

6.7. Сменная выработка деталей рабочими составила: 10, 12, 13, 15, 18.

Определите:

- размах вариации;
- дисперсию;
- среднее квадратическое отклонение;
- коэффициент вариации.

Вычислите дисперсию по формуле $\overline{X^2} - \bar{X}^2$ и определите, какой из способов более рационален.

ГЛАВА 7

РЯДЫ ДИНАМИКИ

7.1. ВИДЫ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Рядом динамики называется временная последовательность значений статистических показателей (хронологические ряды, временные ряды).

Ряд динамики состоит из двух элементов: моментов, или периодов времени, к которым относятся статистические показатели, и самих показателей, называемых уровнем ряда. Оба элемента — время и уровень называют членами ряда динамики.

По времени динамические ряды делятся на моментные и интервальные.

В моментных рядах динамики уровень ряда выражает величину явления на определенную дату (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Поголовье крупного рогатого скота в хозяйствах всех категорий
Тверской области
(на конец года; тыс. голов)

Год	Крупный рогатый скот	Год	Крупный рогатый скот
1916	742	1980	994
1940	686	1985	977
1950	826	1990	901
1960	756	1995	571
1970	946	1998	417

Уровни моментных рядов суммировать не имеет смысла, а разница дает представление об абсолютных изменениях показателя (уровней ряда).

В интервальных рядах уровни ряда выражают размеры явления за определенный промежуток времени (табл. 7.2).

Каждый уровень интервального ряда динамики характеризует величину за определенный промежуток времени (в нашем примере это год).

Таблица 7.2

Валовой сбор зерна в хозяйствах всех категорий Тверской области

Год	Тыс. т	Год	Тыс. т	Год	Тыс. т
1985	807	1990	942	1995	489
1986	1146	1991	473	1996	574
1987	890	1992	707	1997	454
1988	553	1993	721	1998	314
1989	922	1994	616		

По полноте времени ряды динамики могут быть полными и неполными. В полных рядах даты или периоды следуют друг за другом с равными интервалами. В неполных рядах в последовательности времени равные интервалы не соблюдаются.

По способу выражения уровней ряды динамики могут быть рядами абсолютных, средних и относительных величин.

Динамические ряды для наглядности изображаются на графиках чаще всего с помощью статистических кривых в прямоугольной системе координат с различными шкалами. Если ряд динамики имеет резко отличные уровни, то по оси ординат откладывают не значение уровней, а их логарифмы. Такая шкала называется полулогарифмической.

На одной координатной сетке можно изобразить несколько рядов динамики. В этом случае трудности возникают в связи с различным измерением показателей, но их можно избежать, если показатели представить в виде относительных величин.

7.2. ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ

Важнейшим правилом является требование сопоставимости всех уровней динамического ряда между собой.

Сопоставимость по территории. Несопоставимость по территории возникает вследствие изменений границ стран, областей, районов, укрупнения или разукрупнения хозяйств. Для приведения данных к сравнимому виду производится пересчет прежних данных с учетом новых границ, изменений территории.

Сопоставимость по кругу охватываемых объектов. Здесь несопоставимость может возникать из-за перехода ряда объектов из одного подчинения в другое (табл. 7.3).

Таблица 7.3

Объем реализации продукции агрофирмой «Осень»
(млн руб.)

	1990	1991	1992	1993	1994	1995
10 предприятий	120	125	130	150		
12 предприятий				170	180	200

Здесь имеются два разорванных ряда. Для того чтобы получить один сомкнутый ряд, используются относительные показатели. Показатели в год слияния принимаются за 100 %. В нашем случае за 100 % принимается 170 для последующих лет и 150 — для предыдущих (табл. 7.4).

Таблица 7.4

Динамика реализации продукции агрофирмой «Осень»

	1990	1991	1992	1993	1994	1995
В % к 1993	80,0	82,8	86,7	100,0	105,9	117,6

В моментных рядах может возникнуть несопоставимость по критическому моменту регистрации. Например, поголовье скота нельзя показывать на различные даты.

Несопоставимость из-за различия единиц измерения очевидна. Однако при построении таких динамических рядов надо применять параллельные ряды. Например, использование минеральных удобрений можно считать в действующем веществе и в натуре.

Уровни динамического ряда должны быть сопоставимы по методике расчета. Несопоставимость статистических данных может возникнуть из-за различного понимания единиц совокупности, поскольку к их определению можно подходить по-разному. Наконец, очевидна несопоставимость различных единиц измерений одних и тех же продуктов и изделий, денежных единиц разных стран, несопоставимость денежных единиц внутри страны за разные периоды.

Таким образом, важнейшим условием правильности построения ряда динамики является сопоставимость уровней по территории, моменту регистрации, кругу охватываемых объектов, единицам измерения, единицам совокупности, методике расчетов.

7.3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЯДА ДИНАМИКИ

Большинство статистических характеристик основано на абсолютном или относительном сравнении уровней динамических рядов. К показателям динамики относят: абсолютный прирост, темпы роста и прироста, абсолютное значение одного процента прироста и ряд других. Сравнимый уровень называется *текущим*, а уровень, с которым производится сравнение, *базисным*. За базисный уровень часто принимают либо предыдущий уровень, либо начальный в данном динамическом ряду, либо другой по соображениям исследователя.

Если производится сравнение каждого уровня с предыдущим, то получаются *цепные показатели динамики*. Если каждый уровень сравнивается с начальным или каким-либо другим, принятым за базу сравнения, то получаются *базисные показатели динамики*.

Используя данные об урожайности сахарной свеклы по сельскохозяйственному предприятию за 1990–1999 г. (табл. 7.5), рассмотрим аналитические характеристики рядов динамики.

- **Абсолютный прирост** (Δ_i) определяется формулой

$$\Delta_i = Y_i - Y_b, \quad (7.1)$$

где $b = i - 1$ или $b = 1$.

Если рассчитывается разность между уровнем i -го периода (y_i) и предыдущим уровнем (y_{i-1}), то получают цепной абсолютный прирост. Когда же уровни сопоставляются с исходным показателем ряда, определяется базисный абсолютный прирост.

- **Темпы роста** (T_p) различают тоже цепные и базисные:

$$T_p = 100 y_i / y_b = 100(1 + \Delta_i / y_b). \quad (7.2)$$

Цепными и базисными бывают и **темпы прироста** (T_n):

$$T_n = 100 \Delta_i / y_b = T_p - 100. \quad (7.3)$$

Темпы роста и прироста могут выражаться не только в процентах, но и в частях от единицы. Их тогда именуют коэффициентами роста и прироста.

- **Абсолютное значение** (α) 1% прироста цепного или базисного равно

$$\alpha = 0,01 y_b. \quad (7.4)$$

Таблица 7.5

Аналитические характеристики ряда динамики урожайности сахарной свеклы по п-му сельскохозяйственному предприятию

Год	Урожайность, ц/га	Абсолютный прирост (Δ_i)	Темп роста, % (T_p)	Темп прироста, % (T_n)	Значение абсолютного прироста, 1% (α)	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	ty	t^2	y^2	$\bar{y}_x$
1990	316	-	100,9	0,9	3,16	-15	225	316	1	9956	320
1991	319	3	100,9	0,9	3,16	-12	144	638	4	101761	323
1992	327	8	102,5	2,5	3,19	-4	16	981	9	106929	325
1993	333	6	101,8	1,8	3,27	2	4	1332	16	110889	327
1994	318	-15	95,5	-4,5	3,33	-13	169	1590	25	101124	330
1995	331	13	104,1	4,1	3,18	0	0	1986	36	109561	332
1996	346	15	104,5	4,5	3,31	15	225	2422	49	119716	334
1997	359	13	103,8	3,8	3,46	28	784	2872	64	128881	337
1998	336	-23	93,6	-6,4	3,59	5	25	3024	84	112896	340
1999	325	-11	96,7	-3,3	3,36	-6	36	3250	100	105625	342
Σ	3310	9	$\times$	$\times$	$\times$	[100]	1628	18411	385	1097238	3310

Абсолютное значение 1% базисного прироста, в отличие от цепного, является для всего ряда динамики величиной постоянной. Все упомянутые здесь показатели приведены в табл. 7.5. (Небольшие расхождения в показателях могут быть за счет округления.) Например, в 1994 г. базисный абсолютный прирост составил 2 ц, а темп прироста $\approx 0,632911392$. Значение 1 % базисного прироста составит ровно 3,16 ($2/0,632911392$).

• **Средние уровни интервального (y_n) и моментного (y_m) рядов** динамики определяют по следующим формулам:

$$\bar{y}_n = \Sigma y_i / n; \quad (7.5)$$

$$\bar{y}_m = \left[1/2(y_1 + y_n) + \sum_{i=2}^{n-1} y_i \right] / (n-1), \quad (7.6)$$

где n — число членов ряда.

В табл. 7.5 приведен интервальный ряд динамики. Средний уровень этого ряда составляет:

$$y_n = 3310/10 = 331 \text{ ц/га.}$$

Если бы этот ряд был моментным, то его средний уровень был бы равен:

$$y_m = [1/2 (316 + 325) + 2669] / 9 \approx 332.$$

• **Средний цепной (Δ_u) и базисный (Δ_b) абсолютные приросты** определяют формулой:

$$\bar{\Delta} = \Sigma \Delta_i / (n-1). \quad (7.7)$$

По данным табл. 7.5 они составляют:

$$\bar{\Delta}_u = 9/9 = 1; \Delta_b = 150/9 = 16,7.$$

• **Средний темп роста (T_p)** рассчитывают по формуле средней геометрической:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{T_{p1} \cdot T_{p2} \cdot \dots \cdot T_{pn}} = 100 \sqrt[n-1]{y_n / y_1}, \quad (7.8)$$

где $T_{p1}, T_{p2}, T_{p3}, \dots, T_{pn}$ — цепные темпы роста за 2, 3, ..., n -й периоды.

В рассматриваемом примере этот темп составляет:

$$\bar{T}_p = 100 \sqrt[9]{325/316} = 100,3\%.$$

Исследования показывают, что кроме средних цепных темпов роста целесообразно рассчитывать и анализировать средние базисные темпы (T_{pb}). Их определяют по формуле

$$\bar{T}_{pb} = \sqrt[n-1]{T_{pb2} \cdot T_{pb3} \cdot \dots \cdot T_{pb,n}} = \frac{100 \sqrt[n-1]{y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_n}}{y_1}, \quad (7.9)$$

где $T_{pb2}, T_{pb3}, \dots, T_{pb,n}$ — базисные темпы роста.

Расчеты показывают, что $\bar{T}_{pb}$ равно 105,2 %.

• **Средний темп прироста** находят с помощью формулы

$$\bar{T}_n = \bar{T}_p - 100. \quad (7.10)$$

Поскольку средний цепной темп роста в нашем примере составляет 100,3 %, то

$$\bar{T}_n = 100,3 - 100 = 0,3\%.$$

Опыт анализа рядов динамики указывает на необходимость использования дополнительных показателей, которые приведены ниже.

• **Границы варьирования**, определяющие пределы колебания уровней анализируемого ряда динамики. Из данных табл. 7.5. видно, что показатель за 1990–1999 г. колебался от 316 до 359 ц/га.

• **Размах вариации**, представляющий собой разность между максимальным и минимальным уровнями ряда, составляет:

$$359 - 316 = 43 \text{ ц/га.}$$

• **Коэффициент выравниваемости**, рассчитываемый как соотношение минимального и максимального уровней:

$$K_v = 316 : 359 = 0,880.$$

• **Среднее абсолютное отклонение**, которое в нашем примере составляет:

$$d = 100 : 10 = 10 \text{ ц/га.}$$

Оно показывает, что уровень производства продукции на предприятии ежегодно изменялся в среднем на 10 ц/га.

• **Дисперсия**, представляющая собой средний квадрат отклонения уровней ряда:

$$\sigma^2 = 1628 : 10 = 162,8.$$

• **Среднее квадратическое отклонение**

$$\sigma = \sqrt{162,8} = 12,8 \text{ ц/га.}$$

• **Коэффициент вариации**, который характеризует колеблемость ряда динамики:

$$v = 12,8 : 331 = 0,039.$$

Анализируемый ряд динамики является относительно устойчивым, так как колеблемость его уровней равна 3,9 %.

• **Коэффициент корреляции**¹ составляет:

$$r = 0,5621,$$

что свидетельствует о средней тесноте связи роста урожайности (у) по годам (t) анализируемого периода.

• **Тренд** — производственная функция, моделирующая динамику исследуемого показателя (у):

$$y = 317,27 + 2,4970 t.$$

• **Коэффициент регрессии тренда** указывает на то, что урожайность в среднем ежегодно повышалась почти на 2,5 ц/га.

• **Корреляционное отношение**, которое при линейной зависимости равно коэффициенту парной линейной корреляции $\eta = 0,5621$.

• **Коэффициент детерминации** в рассматриваемом примере составляет:

$$D = 100 \cdot 0,5621^2 = 31,6\%.$$

Он показывает, что 31,6 % всех изменений обусловлено временем (t).

¹ Об этом и нижеприведенных показателях смотрите в последующих разделах и главах.

• **Средний коэффициент эластичности** ($\bar{\epsilon}$) равен 0,042. Это значит, что с увеличением факторного признака (t) на 1 % урожайность повышалась в среднем на 0,042 %.

• **Прогнозируемые уровни** исследуемого показателя определяются на основе полученного тренда. В нашем примере прогноз на предстоящее пятилетие имеет вид:

$$345, 347, 350, 352 \text{ и } 355 \text{ ц/га.}$$

Иногда при анализе рядов динамики используют и такие показатели, как мода, медиана, асимметрия, эксцесс, средний прогрессивный уровень, уровень лучших периодов и др.

Исследуя статистические ряды, можно использовать большую систему различных аналитических характеристик, лишь бы она обеспечивала получение содержательных, реальных и эффективных результатов.

7.4. ВЫЯВЛЕНИЕ ТЕНДЕНЦИИ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЕЙ РЯДА ДИНАМИКИ

Метод укрупнения интервалов. Пусть дан ряд динамики (табл. 7.6), по которому видна значительная колеблемость его уровней.

Таблица 7.6

Валовой сбор овощных культур (включая закрытый грунт) по хозяйствам всех категорий Тверской области

Год	Тыс. т	Год	Тыс. т
1981	202	1990	92
1982	152	1991	75
1983	145	1992	79
1984	141	1993	105
1985	100	1994	87
1986	107	1995	209
1987	95	1996	302
1988	120	1997	168
1989	103	1998	230

Максимум производства овощей приходился на 1996 г. (302 тыс. т), минимальный уровень зафиксирован в 1991 г. — 75 тыс. т. Размах вариации оставляет 227 тыс. т при среднегодовом производстве за этот период 140 тыс. т.

Если укрупнить интервалы, то мы получим новый ряд (табл. 7.7).

Таблица 7.7

Валовой сбор овощных культур по хозяйствам всех категорий
Тверской области

Годы	Тыс. т	В среднем за год, тыс. т
1981–1985	600	120
1986–1990	517	103
1991–1995	555	111
1996–1998	700	233
1981–1990	1117	112
1991–1998	1255	157

Но если по интервалам в пять лет (последний — 3 года) тоже нельзя установить тенденцию, то по десятилетиям (последний период — 8 лет) она явно просматривается в сторону увеличения производства овощей в области.

Метод укрупнения интервалов не требует особых математических изощрений, но приводит к ясному пониманию тенденции (увеличение, уменьшение), хотя измерить количественно не позволяет.

Метод скользящей средней. Метод заключается в расчете средних способом «скольжения» за определенные промежутки времени (3, 5, 7, 9 лет или иные временные интервалы). При этом методом скользящей средней исключается первый уровень из принятого интервала и включается следующий (табл. 7.8).

Из данных этой таблицы по всем скользящим средним мы видим, что до начала 1990-х годов наблюдался спад производства овощей и в дальнейшем значительный рост их производства. Наиболее наглядно это видно по 9-летним скользящим средним.

Таблица 7.8

Динамика производства овощных культур по хозяйствам всех категорий
Тверской области

Год	Тыс. т	3-летние		7-летние		9-летние	
		сумма	сред- няя	сумма	сред- няя	сумма	сред- няя
1981	202	—	—	—	—	—	—
1982	152	—	166	—	—	—	—
1983	145	499	146	—	—	—	—
1984	141	428	129	—	135	—	—
1985	100	286	116	—	123	—	129
1986	107	248	101	—	116	—	117
1987	95	302	107	942	108	—	109
1988	120	322	106	860	99	—	101
1989	103	318	105	811	96	1165	97
1990	92	315	90	758	96	1055	96
1991	75	270	82	692	94	978	107
1992	79	246	86	671	107	912	130
1993	105	259	91	669	136	876	135
1994	87	271	134	661	146	863	150
1995	209	401	199	750	168	965	—
1996	302	598	226	949	—	1172	—
1997	168	679	233	1025	—	1230	—
1998	230	700	—	1176	—	1347	—

Аналитическое выравнивание ряда динамики. Наиболее эффективным способом выявления тенденции развития является аналитическое выравнивание. При этом уровни ряда динамики выражаются в виде временных функций:

$$y_t = f(t).$$

Аналитическое выравнивание в каждом отдельном случае может быть осуществлено с помощью той или иной математической функции.

Наиболее простой функцией является прямая:

$$y_t = a_0 + a_1 t,$$

где y_t — расчетные показатели ряда динамики;
 a_0, a_1 — параметры функции;
 t — время.

Параметры функции в данном случае определяются решением следующей системы уравнений:

$$a_0 n + a_1 \sum t = \sum y;$$

$$a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt,$$

где n — число членов ряда;
 y — текущее значение показателя.

Для упрощения расчетов принимают:

$$\sum t = 0.$$

При этом текущие значения времени условно обозначают следующим образом. Если ряд нечетный, то срединное значение года принимают за нуль, до середины нумерация по порядку идет с минусом, далее с плюсом. Если ряд четный, то два срединных года принимаются вверх с минусом по нечету, вниз — с плюсом по нечету. Тогда нахождение параметров упрощается:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} \text{ (средний уровень ряда);}$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{t^2} \text{ (тренд, тенденция).}$$

Рассмотрим порядок расчетов при выравнивании ряда динамики по прямой валового сбора овощей (табл. 7.9).

Из данных табл. 7.9 следует, что

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \bar{y} = \frac{2512}{18} = 139,56;$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{3136}{1938} = 1,62;$$

$$y_t = 139,56 + 1,62t.$$

Таблица 7.9

Исходные и расчетные данные для аналитического выравнивания валового сбора овощей по хозяйствам всех категорий Тверской области

Год	Тыс. т, y	Условное время, t	t^2	yt	y_t	t^4	yt^2	y'_t
1981	202	-17	289	-3734	112	83521	58378	195
1982	152	-15	225	-2280	115	50625	34200	169
1983	145	-13	169	-1885	119	28561	24505	147
1984	141	-11	121	-1551	122	14641	17061	128
1985	100	-9	81	-900	125	6561	8100	113
1986	107	-7	49	-749	128	2401	5243	101
1987	95	-5	25	-475	131	625	2375	93
1988	120	-3	9	-360	135	81	1080	89
1989	103	-1	1	-103	138	1	103	89
1990	92	1	1	92	141	1	92	92
1991	75	3	9	225	144	81	675	99
1992	79	5	25	395	148	625	1975	110
1993	105	7	49	735	151	2401	5145	124
1994	87	9	81	783	154	6561	7047	142
1995	209	11	121	2299	157	14641	25289	164
1996	302	13	169	3916	161	28561	51038	189
1997	168	15	225	2520	164	50625	37800	218
1998	230	17	289	3910	167	83521	66470	250
Σ	2512	0	1938	3136	2512	374034	346576	2512

Подставив в полученную функцию условные обозначения года, получим расчетные значения валового сбора овощей (y_t). Например, для 1981 г. оно составит 112 тыс. т ($139,56 + 1,62 \cdot (-17)$).

При аналитическом выравнивании по параболе второго порядка

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

система уравнений для определения ее параметров следующая:

$$a_0 n + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y;$$

$$a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt;$$

$$a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2,$$

при $\Sigma t = 0$, система примет вид

$$a_0 n + a_2 \Sigma t^2 = \Sigma y;$$

$$a_1 \Sigma t = \Sigma yt;$$

$$a_0 \Sigma t^2 + a_2 \Sigma t^4 = \Sigma yt^2.$$

Подставив данные табл. 7.9, получим:

$$18a_0 + 1938a_2 = 2512;$$

$$1938a_1 = 3136;$$

$$1938a_0 + 374034a_2 = 346576.$$

Решив систему уравнений, получим значения параметров: $a_0 = 90,03$; $a_1 = 1,62$; $a_2 = 0,46$; функция, таким образом, примет вид

$$y_t = 90,03 + 1,6t + 0,46t^2.$$

Для оценки аналитических уравнений рассчитывают показатели вариации, по которым судят о колеблемости аналитических рядов вокруг средней, корреляционное отношение и коэффициент детерминации, по которым судят о близости аналитических рядов к эмпирическому (фактическому):

$$R = \sqrt{1 - \frac{\Sigma(y - y_t)^2}{\Sigma(y - \bar{y})^2}}, \quad D = 100R^2,$$

где R — корреляционное отношение;

D — коэффициент детерминации.

В нашем примере (табл. 7.10) общая дисперсия (σ^2), среднее квадратическое отклонение (σ) и коэффициент вариации (v) составят:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(y - \bar{y})^2}{n} = \frac{64\,667}{18} = 3592,61;$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{3592,61} = 59,94 \approx 60 \text{ тыс. т};$$

$$v = \frac{\sigma}{\bar{y}} = \frac{59,94}{139,56} \cdot 100 = 42,95 \approx 43\%.$$

Таблица 7.10

Расчет дисперсий валового сбора овощей по хозяйствам всех категорий
Тверской области

Год	Валовой сбор, тыс. т	y_t	y'_t	$(y - \bar{y})^2$	$(y_t - \bar{y})^2$	$(y'_t - \bar{y})^2$	$(y - y_t)^2$	$(y - y'_t)^2$
1981	202	112	195	3899	760	3074	8100	49
1982	152	125	169	155	603	867	1369	289
1983	145	119	147	30	423	55	676	4
1984	141	122	128	2	308	134	361	169
1985	100	125	113	1565	212	705	625	169
1986	107	128	101	1060	134	1487	441	36
1987	95	131	93	1986	73	2168	1296	4
1988	120	135	89	382	21	2556	225	961
1989	103	138	89	1337	2	2556	1225	196
1990	92	141	92	2262	2	2262	2401	0
1991	75	144	99	4168	20	1645	4761	576
1992	79	148	110	3668	71	874	4761	961
1993	105	151	124	1194	131	242	2116	361
1994	87	154	142	2762	208	6	4489	3025
1995	209	157	164	4822	304	597	2704	2025
1996	302	161	189	26387	460	2444	19881	12769
1997	168	164	218	809	597	6153	16	2500
1998	320	167	250	8179	753	12197	3969	400
Σ	2512	2512	2512	64447	5082	40022	59416	24444

Колеблемость нашего ряда (производства овощей) высокая, по годам она составляет 43 %, или 60 тыс. т.

Аналогичные показатели по аналитическому ряду по прямой ($y_t = 139,56 + 1,62t$) составят:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(y_t - \bar{y})^2}{n} = \frac{5082}{18} = 281,33;$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{282,33} = 59,94 \approx 17 \text{ тыс. т};$$

$$v = \frac{\sigma}{y} = \frac{16,8}{139,56} \cdot 100 = 12,04 \approx 12\%.$$

Колеблемость аналитического ряда, выравненного по прямой, вокруг средней, незначительна = 12 %, или 17 тыс. т.

Аналитический ряд, выравненный по параболе ($y'_t = 90,03 + 1,62t + 0,46t^2$), имеет следующие показатели колеблемости:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n} = \frac{40\,022}{18} = 2223,44;$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2223,44} = 47,15 \approx 47 \text{ тыс. т};$$

$$v = \frac{47,15}{139,56} \cdot 100 = 33,79 \approx 34\%.$$

Здесь колеблемость значительная, но меньше, чем колеблемость эмпирического ряда.

Расчеты коэффициентов корреляции и детерминации дают следующие результаты:

$$R_{y_t} = \sqrt{1 - \frac{59\,416}{64\,667}} = 0,285;$$

$$D_{y_t} = 100R_{y_t}^2 = 100 \cdot 0,285^2 = 8,1\%;$$

$$R_{y'_t} = \sqrt{1 - \frac{24\,494}{64\,667}} = 0,788;$$

$$D_{y'_t} = 100R_{y'_t}^2 = 100 \cdot 0,788^2 = 62,1\%.$$

По коэффициентам корреляции (корреляционному отношению) и детерминации можно сделать заключение, что аналитический ряд, выравненный по параболе, ближе к эмпирическому, чем ряд, выравненный по прямой (рис. 7.1).

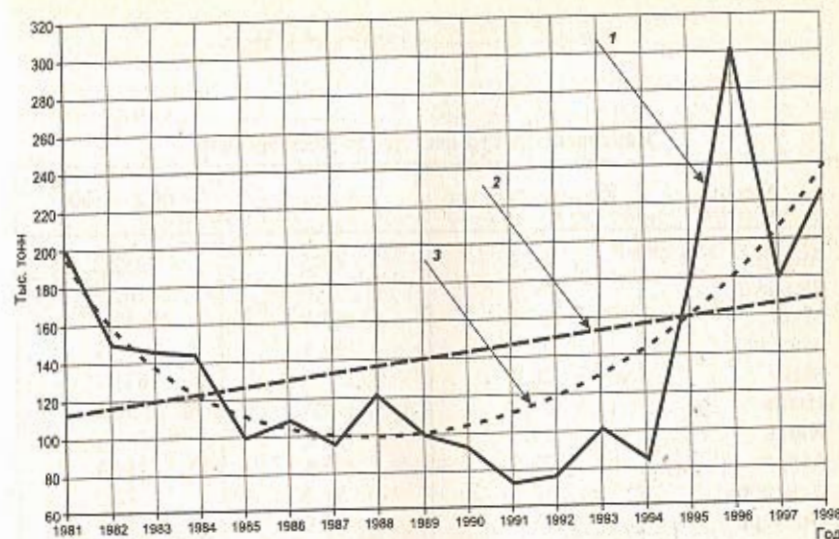


Рис. 7.1. Валовой сбор овощей в хозяйствах всех категорий Тверской области:

1 — фактический сбор;

2 — валовой сбор, выравненный по прямой ($y_t = 139,56 + 1,62t$);

3 — валовой сбор, выравненный по параболе ($y_t = 90,03 + 1,62t + 0,46t^2$).

7.5. ИЗМЕРЕНИЯ СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

При анализе рядов динамики важное значение имеет выявление *сезонных колебаний*. Этим колебаниям свойственны более или менее устойчивые изменения уровней ряда по внутригодовым периодам.

Одним из показателей измерения сезонных колебаний является *индекс сезонности* ($J_{сез}$):

$$J_{сез} = \frac{y_t}{\bar{y}} \cdot 100,$$

где y_t — текущее значение признака;
 $\bar{y}$ — среднегодовое его значение.

Рассмотрим пример (табл. 7.11).

В этом примере средний уровень ряда составляет (среднемесячный показатель):

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{227,2}{12} = 18,93 \approx 18,9 \text{ шт.}$$

Таблица 7.11

Яйценоскость кур-несушек по месяцам года

Месяц	Количество, шт.	$J_{\text{сез}}$	$(J_{\text{сез}} - 100)^2$
Январь	12,0	63,5	1332,2
Февраль	16,5	87,3	161,3
Март	20,0	105,8	33,6
Апрель	25,1	132,8	1075,8
Май	28,6	151,3	1631,1
Июнь	24,1	127,5	156,2
Июль	22,5	119,0	361,9
Август	21,5	113,8	190,4
Сентябрь	17,3	91,5	72,2
Октябрь	15,5	82,0	324,0
Ноябрь	10,1	53,4	2153,0
Декабрь	14,0	74,0	676,0
Итого	227,2	100	9766,8

Индекс сезонности составляет для января: $\frac{12}{18,9} \cdot 100 = 63,5\%$,
для февраля: $\frac{16,5}{18,9} \cdot 100 = 87,3\%$ и т. д.

Показателем колеблемости индекса сезонности является среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (J_{\text{сез}} - 100)^2}{12}} = \sqrt{\frac{9766,8}{12}} = 28,5\%.$$

Как правило, помесечные данные одного года в силу элемента случайности бывают ненадежными для выявления сезонности. Поэтому используют помесечные данные за несколько лет (минимум за три года). Тогда для каждого месяца рассчитывается среднемесячный уровень, а сезонность определяется как:

$$J_{\text{сез}} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100,$$

где $\bar{y}_i$ — среднемесячные уровни;
 $\bar{y}$ — среднее за месяц ($\sum y_i / 12$).

Экстраполяция уровней ряда на предстоящий период. Экстраполяция уровней ряда на предстоящий период (прогнозирование) производится с помощью средних характеристик ряда динамики: среднего абсолютного прироста и среднего темпа роста. Чаще всего это делается с помощью функции, полученной в результате выравнивания ряда.

Например, по данным табл. 7.5 средний абсолютный прирост урожайности сахарной свеклы составил 1 ц/га. Прогноз на предстоящее пятилетие определим по формуле

$$y_{\text{прог}} = y_0 + \bar{A} t_{\text{прог}},$$

где $\bar{A}$ — средний абсолютный прирост;

$$y_{2000} = 316 + 1 \cdot 11 = 327 \text{ и далее } 328, 329, 330, 331 \text{ ц/га.}$$

По среднему темпу роста прогнозные показатели определяют по формуле

$$y_{\text{прог}} = y_0 \bar{T}^{t_{\text{прог}}}.$$

В нашем примере средний темп роста урожайности (табл. 7.5) составил 1,003. Поэтому можно ожидать урожай сахарной свеклы на 2000–2004 гг. в следующих объемах:

$$y_{2000} = 316 \cdot 1,003^{11} = 327 \text{ и далее } 328, 329, 330, 331 \text{ ц/га.}$$

Функция аналитического выравнивания нашего ряда:

$$y = 317,27 + 2,4970t.$$

Подставляя вместо t номера прогнозируемых лет, получим:

$$y_{2000} = 317,27 + 2,4970 \cdot 11 = 345 \text{ и далее } 347, 350, 352, 355 \text{ ц/га.}$$

УПРАЖНЕНИЯ

7.1. Имеются следующие данные о численности населения и производстве мяса в России.

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Численность населения на начало года, млн чел.	147,4	148,2	148,3	148,3	148,0	147,9	147,6	147,1	146,7	146,1
Скот и птица на убой в убойном весе, млн. т	10,1	9,4	8,3	7,5	6,8	5,8	5,3	4,9	4,6	...

Определите:

- среднюю численность населения по годам;
- производный ряд динамики производства мяса на душу населения по каждому году, кг;
- показатели рядов динамики;
- средние уровни и средние показатели рядов динамики;
- прогноз уровней ряда на 2005 г.

7.2. Имеются следующие данные о поголовье коров в хозяйствах всех категорий *n*-й области (тыс. голов).

	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
На 1 января	38	39	40	42					
На 1 июля				45	43	47	45	46	48

Установите причину несопоставимости уровней ряда динамики.

Приведите уровни ряда к сопоставимому виду¹.

7.3. Посевные площади картофеля и льна-долгунца по всем категориям хозяйств Тверской области характеризуются следующими данными (тыс. га).

	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Картофель	71	64	47	49	51	39	50	52	52	48
Лен-долгунец	109	103	77	84	77	48	60	64	46	32

¹ Один из способов следующий: определяется коэффициент соотношения уровней двух рядов — $45/42 = 1,071$, умножая на этот коэффициент верхний ряд, получим один сомкнутый сопоставимый (приблизленно) ряд.

Произведите аналитическое выравнивание по прямой, рассчитайте необходимые показатели для оценки функций, сделайте прогноз на 2005 г.

7.4. Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда динамики и недостающие в таблице цепные показатели.

Год	Произведено продукции, млн руб.	Абсолютный прирост, млн руб.	Темп роста, %	Темп прироста, %	Абсолютные значения 1% прироста, млн руб.
1995	93,0				
1996		5,0			
1997			103,0		
1998				6,0	
1999					
2000		7,0			1,15

7.5. Абсолютный прирост физического объема продукции по группам предприятий за 1991 — 1995 гг. составил 1,5 млн руб., а абсолютное значение 1% прироста продукции — 50 тыс. руб. Каким должен быть среднегодовой темп роста физического объема продукции на 1996 — 2000 гг., если прирост останется на прежнем уровне?

7.6. Абсолютное значение 1% прироста посевных площадей хозяйств района за 1991 — 1995 гг. составило 250 га, а средний годовой темп роста — 104,5%.

Определите:

- посевную площадь хозяйств района в 1990 г.;
- посевную площадь хозяйств района в 1995 г.;
- темп роста посевных площадей за 1991 — 1995 гг.;
- абсолютный прирост посевных площадей за 1991 — 1995 гг.;
- средний годовой абсолютный прирост посевных площадей хозяйств района.

7.7. Известны среднемесячные надои молока на одну корову по хозяйству, кг.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
299	282	311	308	309	359	365	344	298	253	242	256

Определите:

- индексы сезонности надоя молока;
- среднее квадратическое отклонение индекса сезонности.

7.8. Известны следующие данные по внесению удобрений на 1 га посева по РФ.

Удобрения	1985	1990	1993	1994	1995	1996	1997
Минеральные (100% д. в.), кг	85	88	46	24	17	17	18
Органические, т	3,6	3,5	2,6	1,8	1,4	1,2	1,0

Источник. Сельское хозяйство России. — М.: Госкомстат России, 1998.

Определите среднегодовые темпы роста (сокращения) внесения удобрений за 1985–1990 гг., за 1993–1997 гг. и за 1985–1997 гг.

ГЛАВА 8

ИНДЕКСЫ

8.1. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ И ОБЩИЕ ИНДЕКСЫ

Понятие «индексы». Слово индекс (index) означает указатель. В статистике индексом называется относительная величина, которая характеризует изменение во времени, состояние в пространстве уровня изучаемого явления или степень выполнения плана.

С помощью индексов решаются следующие задачи:

- определяются средние изменения сложных, непосредственно несоизмеримых совокупностей во времени. При решении этих задач индексы выступают как синтетические показатели динамики;
- оценивается средняя степень выполнения плана по совокупности в целом или ее части. Здесь они выступают как индексы выполнения плана;
- устанавливаются средние соотношения сложных явлений в пространстве. Эта задача решается с помощью территориальных индексов;
- определяется роль отдельных факторов, функционально связанных с результативными признаками в общем изменении сложных явлений во времени и пространстве. Изучается влияние структурных сдвигов на результативный показатель. Здесь индексы выступают как аналитическое средство.

По степени охвата явлений и процессов индексы делятся на *индивидуальные и общие*. В зависимости от методологии расчета общие индексы подразделяются на *агрегатные индексы, средние из индивидуальных индексов и индексы средних величин*.

Индивидуальные индексы. Индивидуальные индексы выражают соотношение отдельных элементов совокупности. Это темпы роста, показатели выполнения плана или относительные показатели территориального сравнения.

Пример расчета индивидуальных индексов приведен в табл. 8.1.

Таблица 8.1
Производство основных продуктов животноводства в России
(в хозяйствах всех категорий)

Продукция	В среднем за год		1991–1995 в % к 1986–1990
	1986–1990	1991–1995	
Скот и птица на убой (в убойном весе), тыс. т	9671	7550	78,1
Молоко, млн т	54,2	45,4	83,8
Яйца, млрд шт.	47,9	40,3	84,1
Шерсть, тыс. т	225	151	67,1
Мед, тыс. т	47,1	50,5	107,2

В табл. 8.1 индивидуальные индексы показывают изменение в динамике производства продукции животноводства в целом по стране. Так, производство скота и птицы в убойном весе в 1991–1995 гг. сократилось по сравнению со среднегодовым производством в 1986–1990 гг. на 21,9 %, молока – на 16,2, яиц – на 15,9, шерсти – на 32,9 % и лишь производство меда выросло на 7,2 %.

В статистической литературе приняты следующие обозначения:

q – количество;

p – цена;

z – себестоимость;

t – затраты времени на производство продукции.

Таким образом, индивидуальный индекс физического объема продукции (табл. 8.1) исчисляется:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0},$$

где q_1, q_0 – количество произведенной продукции в отчетном и базисном периодах.

Этот индекс может характеризовать изменение физического объема продукции во времени, как в нашем примере, так и соотношение в пространстве, если сравнивать производство одного и того же вида продукции за один и тот же период по разным объектам (областям, районам, хозяйствам).

В табл. 8.2 приведены индексы валового сбора картофеля по областям Центрального района России в сравнении с валовым сбором картофеля во всех категориях хозяйств Тверской области. Индексы иллюстрируют изменение валового сбора картофеля в области. Если в среднем за 1986–1990 гг. Тверская область была в числе лидеров (уступая только Брянской, Московской и Рязанской областям), то в 1991–1995 гг. область отошла на задний план.

Таблица 8.2
Валовой сбор картофеля по областям Центрального района России
(в хозяйствах всех категорий; тыс. т)

Область	В среднем за год		В % к валовому сбору по Тверской области	
	1986–1990	1991–1995	1986–1990	1991–1995
Брянская	1941	1589	248,8	308,5
Владимирская	578	534	74,1	103,7
Ивановская	346	320	44,4	62,1
Калужская	679	542	87,0	105,2
Костромская	313	276	40,1	53,6
Московская	1516	1218	194,4	236,5
Орловская	699	732	89,6	142,1
Рязанская	994	741	127,4	143,9
Смоленская	744	693	95,4	134,6
Тверская	780	515	100,0	100,0
Тульская	689	943	88,3	183,1
Ярославская	393	357	50,4	69,3

Этот индекс также характеризует степень выполнения плана, если

$$i_{пл} = \frac{q_1}{q_{пл}},$$

Аналогично строятся индивидуальные индексы цен, себестоимости и трудоемкости:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}; i_z = \frac{z_1}{z_0}; i_t = \frac{t_1}{t_0}.$$

Как видно, индивидуальные индексы представляют собой, по существу, относительные величины динамики, выполнения плана или сравнения.

Индекс как относительный показатель выражается в виде коэффициентов или процентов.

Если имеются данные за ряд периодов или уровней, в качестве базы сравнения может быть принят начальный уровень или уровень предыдущего периода. В первом случае мы получим индексы с постоянной базой — *базисные индексы*, во втором случае — индексы с переменной базой — *цепные индексы*.

Если базисные и цепные индексы охватывают один и тот же период, то произведение цепных индексов равно последнему базисному:

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{q_3}{q_2} \cdot \dots \cdot \frac{q_n}{q_{n-1}} = \frac{q_n}{q_0}$$

Отношение последующего базисного индекса к предшествующему равно цепному индексу:

$$\frac{q_2}{q_0} : \frac{q_1}{q_0} = \frac{q_2}{q_1};$$

$$\frac{q_3}{q_0} : \frac{q_2}{q_0} = \frac{q_3}{q_2} \text{ и т. д.}$$

В статистике часто приходится иметь дело с показателями, которые связаны между собой как сомножители в произведении. Например, валовой сбор является произведением площади и урожайности, фонд зарплаты равен произведению средней зарплаты на численность работников и т. д.

В такой же связи находятся и индексы эти показателей, т. е. индекс произведения равен произведению индексов сомножителей (табл. 8.3):

$$i_{pq} = i_p \cdot i_q;$$

$$i_{ny} = i_n \cdot i_y,$$

где i_p — индивидуальный индекс цен;
 i_q — индивидуальный индекс физического объема;
 i_n — индивидуальный индекс посевной площади;
 i_y — индивидуальный индекс урожайности.

Таблица 8.3

Посевные площади, урожайность и валовой сбор картофеля в хозяйствах всех категорий Тверской области

Показатель	1995	1998	Индивидуальные индексы (i)
Площадь (П), тыс. га	50,1	48,2	0,9621
Урожайность (У), т с 1 га	15,54	12,20	0,7850
Валовой сбор (УП), тыс. т	778,5	587,9	0,7552

В нашем примере (табл. 8.3) индивидуальные индексы площади и урожайности равны соответственно 0,9621 и 0,7850, индивидуальный индекс валового сбора равен 0,7552 (587,9/778,5). Связь индексов:

$$i_{yn} = i_y \cdot i_n = 0,7850 \cdot 0,9621 = 0,7552.$$

По известным двум индексам, таким образом, всегда можно найти третий.

Общие (сводные) индексы. Общие (сводные) индексы показывают соотношение совокупности явлений, состоящей из разнородных, непосредственно несоизмеримых элементов (табл. 8.4).

Таблица 8.4

Реализация продуктов на городских рынках в 2000 г.

Продукты	Ноябрь		Декабрь		Расчетные величины, тыс. руб.		
	прода- но, т (q_0)	цена за 1 кг, руб. (p_0)	прода- но, т (q_1)	цена за 1 кг, руб. (p_1)	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	$p_0 q_1$
Свинина	40	90	25	100	3900	2500	2250
Говядина	30	65	40	70	1950	2800	2600
Молоко	10	6	8	8	60	64	48
Яблоки	50	10	20	15	500	300	200
Итого	×	×	×	×	6110	5664	5098

Формой представления сводных (общих) индексов является агрегатная. При расчетах агрегатных индексов для разнородной совокупности находят такой общий показатель, в котором можно объединить все ее элементы. В нашем примере это объем реализации продуктов в денежной форме (табл. 8.4).

Если мы сравним объем реализации указанных продуктов в декабре с его величиной в ноябре, то получим общий индекс объема реализации:

$$J_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{5664}{6110} = 0,9270.$$

На величину данного индекса оказывает влияние как изменение цен, так и изменение объемов их реализации. Для того чтобы определить влияние на объем реализации только цен (индексируемая величина), необходимо количество проданных товаров (веса индекса) зафиксировать на каком-то постоянном уровне. При исследовании динамики таких показателей, как цена, себестоимость, производительность труда, урожайность, количественный показатель фиксируют на уровне текущего периода.

В нашем примере общий индекс цен составит:

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{5664}{5098} = 1,1110.$$

Числитель индекса содержит фактический объем реализации в текущем периоде. Знаменатель представляет условную величину, показывающую объем реализации при условии сохранения цен базисного периода. Поэтому это соотношение отражает имевшее место изменение цен. В декабре по сравнению с прошлым месяцем цены выросли на 11,1 %.

Общий индекс физического объема продукции рассчитывают аналогичным образом. Веса здесь выступают цены, которые фиксируются на базисном уровне:

$$J_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{5098}{6110} = 0,8344.$$

Физический объем реализации продуктов, таким образом, сократился на 16,6 %.

Между рассчитанными индексами существует связь:

$$J_{pq} = J_p \cdot J_q = 1,1110 \cdot 0,8344 = 0,9270.$$

Разница между числителем и знаменателем приведенных формул дает абсолютную величину изменений.

Так, общий объем реализации (товарооборот) за указанный промежуток времени изменился:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 5664 - 6110 = -446 \text{ тыс. руб.},$$

т. е. уменьшился на 446 тыс. руб., в том числе:

- за счет изменения цен:

$$\Delta_p = \sum p_1 q_0 - \sum p_0 q_0 = 5664 - 5098 = 566,$$

увеличился на 566 тыс. руб.;

- за счет изменения физического объема продаж:

$$\Delta_q = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 5098 - 6110 = -1012 \text{ тыс. руб.};$$

$$\Delta_{pq} = \Delta_p + \Delta_q = 566 - 1012 = -446 \text{ тыс. руб.}$$

Другие агрегатные индексы. Рассмотрим следующие данные по хозяйству (табл. 8.5).

Таблица 8.5

Производство основных видов сельскохозяйственной продукции, себестоимость и прямые затраты труда по хозяйству

Продукция	Базисный период			Текущий период		
	производство, т	себестоимость, т/руб.	затраты труда на тонну, чел.-ч	производство, т	себестоимость, т/руб.	затраты труда на тонну, чел.-ч
А	q_0	z_0	t_0	q_1	z_1	t_1
Зерно	1500	1720	12	1300	1650	15
Картофель	2000	1240	28	1800	1300	24
Молоко	1200	2800	80	1500	1750	70
Привес свиней	300	18520	210	350	18050	180

Сводный (общий) индекс производственных затрат (себестоимости всей продукции) равен:

$$J_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{14\ 927\ 500}{13\ 976\ 000} = 1,0681.$$

Общие затраты (себестоимость произведённой продукции) возросли на 6,8 %, или на 951500 руб. (14927500 — 13976000).

Общий индекс себестоимости за анализируемый период составил:

$$J_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{14\ 927\ 500}{15\ 150\ 000} = 0,9853.$$

Это означает, что общие затраты за счет снижения себестоимости продукции на 1,47 % (100 — 98,53) сократились на 222500 руб. (14927500 — 15150000).

Общий индекс объемов производства продукции составил:

$$J_q = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{15\ 150\ 000}{13\ 976\ 000} = 1,0840.$$

За счет общего увеличения объемов производства продукции затраты возросли на 8,4 % (108,4 — 100), или на 1174000 руб.

Произведем проверки:

$$J_{zq} = J_z \cdot J_q = 0,9853 \cdot 1,0840 = 1,0681,$$

$$\Delta_{zq} = \Delta_z + \Delta_q = -222500 + 1174000 = 951500 \text{ руб.}$$

Аналогично рассчитываются общие индексы затрат труда (J_{tq}), трудоемкости (J_t) и физического объема продукции (J_q):

$$J_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{230\ 700}{233\ 000} = 0,9901;$$

$$J_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} = \frac{230\ 700}{259\ 500} = 0,8890;$$

$$J_q = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{259\ 500}{233\ 000} = 1,1137.$$

Трудоемкость продукции (затраты труда на единицу продукции) является обратной величиной производительности труда:

$$W = \frac{1}{t},$$

поэтому общий индекс производительности труда составит:

$$J_W = \frac{\sum \frac{1}{t_1} q_1}{\sum \frac{1}{t_0} q_1} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} = \frac{1}{J_t} = \frac{1}{0,8890} = 1,1248,$$

т. е. производительность труда за изучаемый период выросла на 12,5 %.

8.2. СРЕДНИЙ АРИФМЕТИЧЕСКИЙ И СРЕДНИЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ ИНДЕКСЫ

Агрегатный индекс может быть вычислен и при помощи индивидуальных индексов, потому что всякий общий индекс является средневзвешенным из индивидуальных индексов. Необходимость в этом возникает в том случае, когда по элементам, входящим в индекс, не известны отдельные значения p , q , z , t , а имеются индивидуальные индексы i_p , i_q , i_z , i_t и произведения pq , zq , tq .

Рассмотрим это на примере агрегатного индекса физического объема. Индивидуальный индекс физического объема равен

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \text{ отсюда } q_1 = i_q q_0. \text{ Заменяя в числителе агрегатного индекса}$$

физического объема $J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$ q_1 на $i_q q_0$, получим

$$J_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \text{ Это и есть среднеарифметический индекс физиче-}$$

ского объема (табл. 8.6).

Таблица 8.6

Объем реализации основных продуктов животноводства по хозяйству

Продукция	Объем реализации в базисном периоде, тыс. руб.	Индивидуальный индекс $i_q = q_1/q_0$	$i_q q_0 p_0$
Шерсть	1520	1,20	1824,0
Молоко	2846	0,95	2703,7
Скот и птица на убой (в убойном весе)	4795	1,02	4890,9
Итого	9161	×	9418,6

$$J_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{9418,6}{9161} = 1,028, \text{ или } 102,8 \%$$

Таким образом, объем реализации в отчетном периоде увеличился на 2,8%, а в абсолютном размере — на 257,6 тыс. руб. (9418,6 — 9161).

В тех случаях, когда не известны отдельные значения p_1 и q_1 , а дано их произведение $p_1 q_1$ и индивидуальные индексы цен $i_p = p_1/p_0$, применяется среднегармонический индекс цен.

Так, из $i_p = p_1/p_0$ определяем $p_0 = p_1/i_p$. Заменив в агрегатном индексе цен $J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ на p_1/i_p , получим:

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1}{i_p} q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1},$$

это и будет среднегармонический индекс (табл. 8.7).

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1} = \frac{10546}{11932,25} = 0,884 = 88,4\%.$$

В отчетном периоде цены на указанные продукты снизились на 11,6 %, абсолютная потеря от снижения цен составила 1193,25 — 10546 = 1386,25 руб.

Таблица 8.7

Реализация продукции по хозяйству

Продукция	Продано в отчетном периоде, руб. $p_1 q_1$	Снижение цен, %	Индивидуальный индекс $i_p = p_1/p_0$	$\frac{1}{i_p} p_1 q_1$
Скот и птица на убой (в убойном весе)	1255	—5	0,95	1192,25
Молоко	6291	—10	0,90	6990
Овощи	3000	—20	0,80	3750
Итого	10546	×	×	11932,25

Аналогично исчисляются средний арифметический и средний гармонический индексы себестоимости и трудоемкости.

8.3. ИНДЕКСЫ ПЕРЕМЕННОГО И ФИКСИРОВАННОГО СОСТАВОВ

При изучении динамики средних показателей, уровни которых зависят от изменения вариантов и весов, используются индексы переменного и фиксированного составов.

Рассмотрим их построение и содержание на примере индекса себестоимости (табл. 8.8).

В нашем примере на величину общего индекса себестоимости картофеля оказывает влияние не только изменение себестоимости единицы продукции по каждому хозяйству, но и изменение удельного веса каждого хозяйства в общем объеме производства картофеля.

Общий индекс, в котором отражается влияние этих двух факторов, определяется как отношение средних:

$$\bar{z}_1 = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \text{ и } \bar{z}_0 = \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}, \text{ т. е. } J_z = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}.$$

Индекс, рассчитанный как отношение взвешенных средних с различными весами, называется *индексом переменного состава*.

Таблица 8.8

Производство картофеля и его себестоимость по хозяйствам

Хозяйство	Картофель, т		Себестоимость 1 т, руб.		Себестоимость всей продукции, тыс. руб.			индивидуальный индекс себестоимости единицы продукции
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	прод. отчетного периода по себестоимости базисного	
	q_0	q_1	z_0	z_1	$z_0 q_0$	$z_1 q_1$	$z_0 q_1$	$i_z = z_1 / z_0$
1	15	18	1,7	1,5	25,5	27,0	30,6	0,88
2	20	32	1,1	1,0	22,0	32,0	35,2	0,91
Σ	35	50	1,36	1,18	47,5	59,0	65,8	0,87

В нашем примере он равен:

$$J_{znc} = (59,0/50,0) : (47,5/35) = 1,18 : 1,36 = 0,8695 \approx 87\%.$$

Это означает, что средняя себестоимость 1 т картофеля снизилась на 13 %, т.е. больше чем по каждому хозяйству (в первом — на 12 %, во втором — на 9 %).

Здесь на среднюю себестоимость по двум хозяйствам повлияли два фактора: изменение себестоимости 1 т картофеля и изменение удельного веса каждого хозяйства в общем объеме производства картофеля, в частности увеличение доли второго хозяйства, у которого себестоимость значительно ниже (от 20/35 = 57 % до 32/50 = 64 %).

Агрегатный индекс себестоимости в нашем примере составит:

$$J_{zfc} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{59,0}{65,8} = 0,8967 \approx 90\%.$$

Этот индекс показывает, что по двум хозяйствам себестоимость 1 т картофеля снизилась в среднем на 10 % за счет изменения только себестоимости единицы продукции при постоянной

структуре весов (постоянном количестве — объеме производства картофеля).

Индексы, отражающие изменение средних величин за счет влияния только индексируемых величин при постоянных весах, называются *индексами фиксированного (постоянного) состава*.

Степень влияния структурных сдвигов на изменение средней себестоимости определяется отношением:

$$J_{стр} = \frac{J_{znc}}{J_{zfc}} \quad \text{или} \quad \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}.$$

В нашем примере он равен:

$$J_{стр} = 0,8695/0,8967 = 0,9697 \approx 97\%.$$

Таким образом, от изменения структуры производства картофеля по хозяйствам средняя его себестоимости снизилась на 3%:

$$J_{znc} = J_{zfc} \cdot J_{стр} = 0,8967 \cdot 0,9697 = 0,8695,$$

что соответствует общему изменению себестоимости картофеля по хозяйствам.

Используя только индексы, получим значение себестоимости картофеля в текущем периоде:

$$1,36 \cdot 0,8967 \cdot 0,9697 = 1,18 \text{ тыс. руб. за 1 т.}$$

Общее изменение себестоимости 1 т картофеля в абсолютных величинах составит:

$$\Delta_{общ} = (z_1 - z_0) = (1,18 - 1,36) = (-0,18) \text{ тыс. руб.}$$

В том числе за счет снижения себестоимости в хозяйствах:

$$\Delta_z = (z_0 - z_0 \cdot J_{zfc}) = (1,36 - 1,36 \cdot 0,9) = (-0,14) \text{ тыс. руб.}$$

За счет структурных сдвигов:

$$\Delta_{стр} = \frac{\sum z_0 q_1}{q_1} - \bar{z}_0 = \frac{65,8}{50} - 1,36 = (-0,04) \text{ тыс. руб.};$$

$$\Delta_{общ} = \Delta_z + \Delta_{стр} = (-0,14) + (-0,04) = (-0,18) \text{ тыс. руб.}$$

В практической деятельности предприятий урожайность отдельных культур возрастает, других — падает, продуктивность различных видов скота тоже может повышаться и снижаться. В этом случае рассчитывается общий средний индекс урожайности всех культур и продуктивности скота ($\bar{J}$):

$$\bar{J} = \frac{\sum if}{\sum f},$$

где i — индивидуальные индексы урожайности культур и продуктивности скота;

f — частота (веса) для общего индекса урожайности — площади посевов, в животноводстве — поголовье скота в пересчете на условные.

Например, мы имеем следующие данные по хозяйству (табл. 8.9).

Таблица 8.9

Индивидуальные индексы урожайности
и площади посевов сельскохозяйственных культур

Культура	Индивидуальные индексы (i_y)	Площадь посевов в текущем периоде (Π)
Зерновые	1,01	1000
Картофель	0,95	200
Лен	0,80	150
Многолетние травы (зеленая масса)	1,30	300
Итого	1,04	1650

Общий индекс урожайности всех культур составит:

$$\bar{J} = \frac{\sum i_y \Pi}{\sum \Pi} = \frac{1710}{1650} = 1,0364.$$

УПРАЖНЕНИЯ

8.1. Валовой сбор зерновых культур в хозяйстве увеличился в текущем периоде по сравнению с базисным на 20 %, а посевные площади сократились на 10 %.

Определите индекс урожайности зерновых культур.

8.2. Известны следующие данные по хозяйству.

Вид скота	Продуктивность	Индивидуальный индекс показателя	Поголовье в пересчете на условное, гол.
Коровы	Годовой надой, кг	0,95	400
Молодняк крупного рогатого скота	Среднесуточный прирост живой массы, г	1,25	800
Свины	Среднесуточный привес, г	1,30	1000

Рассчитайте общий индекс продуктивности скота.

8.3. Имеются цепные индексы площадей льна-долгунца по хозяйству.

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Индексы	100	106,7	104,6	108,1	106,7	104,1

Вычислите базисные индексы площадей льна-долгунца (за базу принять 1995 г.).

8.4. Известны следующие данные по реализации продукции.

Продукт	Продано, кг		Цена 1 кг, руб.	
	в базисном периоде	в текущем периоде	в базисном периоде	в текущем периоде
Масло	210	220	75	70
Сыр	68	70	40	75

Вычислите индивидуальные и общие индексы цен, физического объема и общей реализации. Проведите анализ изменения товарооборота.

8.5. Вычислите общие индексы цен, физического объема и общей реализации (товарооборота) по следующим данным.

Продукция	Товарооборот, тыс. руб.		Цена за 1 кг, руб.	
	в базисном периоде	в текущем периоде	в базисном периоде	в текущем периоде
Картофель	84,0	99,0	5	6
Капуста	18,0	12,0	12	10
Морковь	9,0	9,0	6	9

8.6. Известны следующие данные по реализации продукции.

Продукция	Фактический товарооборот в ценах базисного периода, тыс. руб.		Индекс цен, %
	в базисном периоде	в текущем периоде	
Картофель	208	226	95
Молоко	992	1074	102

Вычислите общие индексы цен, физического объема продукции и товарооборота.

8.7. Известны следующие данные по хозяйству.

Продукция	Объем производства в базисном периоде, тыс. руб.	Прирост в текущем периоде, %
Растениеводство	1200	10
Животноводство	1800	15

Определите:

- прирост продукции в целом по хозяйству в абсолютном выражении;
- общий индекс объема производства продукции.

8.8. Известны следующие данные по хозяйству.

Продукция	Затраты на производство, тыс. руб.		Изменение себестоимости в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	в базисном периоде	в текущем периоде	
Зерно	1200	1700	+5
Молоко	2500	1800	-8
Яйца	500	800	-10

Определите общий индекс себестоимости по хозяйству.

8.9. По фермам хозяйства имеются следующие данные.

Ферма	1999		2000	
	план производства молока, т	% выполнения плана	фактически произведено молока, т	% выполнения плана
1	400	102	410	103
2	250	103	270	101
3	300	98	290	102

Определите общий индекс выполнения плана по производству молока по хозяйству в 1999 и 2000 гг.

8.10. На сколько процентов следует увеличить производительность труда, чтобы при снижении численности рабочих на 20 % объем произведенной продукции не изменился?

8.11. Производительность труда в хозяйстве за последние 5 лет выросла на 20 %, а численность работников – на 10 %. Как изменился за этот период объем произведенной продукции?

8.12. Известны следующие данные по хозяйству.

Культура	Затраты рабочего времени в текущем периоде, % к итогу	Изменение затрат труда в текущем периоде по сравнению с базисным
Пшеница	25	98,4
Рожь	60	95,4
Ячмень	15	99,0

Вычислите общий индекс производительности труда по хозяйству.

8.13. Имеются следующие данные по хозяйству.

Культура	Посевные площади, га		Урожайность, ц/га	
	в базисном периоде	в отчетном периоде	в базисном периоде	в отчетном периоде
А	P_0	P_1	Y_0	Y_1
Зерновые	700	710	20	22
Картофель	100	90	200	140
Кукуруза (зеленая масса)	90	120	300	300

Вычислите общий индекс урожайности культур.

ГЛАВА 9

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

9.1. ЭКОНОМИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ

Связи объективного мира. Процессы и явления объективного мира находятся в причинно-следственных взаимосвязях и обусловленности. Исследование любого экономического показателя необходимо вести путем раскрытия его связей и соотношений с другими показателями. Изучение и практическое использование реально существующих взаимосвязей и зависимостей между варьирующими параметрами экономики весьма актуальны в настоящее время.

В любой конкретной связи одни показатели выступают в роли факторов, другие — в качестве результатов их действия. *Факторными* называют те показатели, которые обуславливают изменение других (результативных) показателей. *Результативными* называют показатели, зависящие от факторных.

В основу классификации многообразия связей в экономике обычно кладут тесноту связи между результативными и факторными показателями, характер связи, вид уравнения, используемого в качестве математической модели изучаемой связи, количество факторов.

В зависимости от тесноты связи подразделяют на функциональные и корреляционные, от характера — на прямые и обратные, от вида уравнений — на прямолинейные и криволинейные, от числа факторов — на однофакторные и многофакторные.

Функциональные связи. Если каждому значению аргумента — фактора соответствует одно определенное значение результативного показателя — функции, то зависимость называют функциональной. Такие зависимости встречаются часто в области точных естественных наук; математике, физике, химии, астрономии. Например, площадь круга является функцией ее радиуса:

$$S = \frac{1}{2}Cr = \pi r^2 (\approx 3,142r^2) = \pi \frac{d^2}{4} (\approx 0,785d^2), \quad (9.1)$$

где C — длина окружности;
 r — радиус;
 d — диаметр.

А путь, к примеру, пройденный телом, является функцией времени и скорости движения:

$$S = vt, \quad (9.2)$$

где v — скорость;
 t — время.

Значительно реже функциональные связи встречаются в экономике. Например, валовой сбор культуры есть функция площади посева и урожайности:

$$Q = UP, \quad (9.3)$$

где Q — валовой сбор;
 U — урожайность;
 P — площадь.

Для функциональных связей характерным является ограниченное число факторов, что обеспечивает их сравнительную простоту. Другая их особенность — устойчивость. Факторы здесь в одинаковой степени проявляются во всех случаях независимо от изменения других признаков исследуемого явления. Например, валовой надой молока является функцией поголовья коров и их средней продуктивности независимо от породы, способа содержания, уровня кормления и т. д. Установив какую-то функциональную зависимость по данным единичного исследования, ее можно применять во всех аналогичных случаях.

Для точных наук функциональные связи являются основой основ исследования, для экономики же они особого значения не имеют, кроме эмпирического представления отдельных показателей. К примеру, уровня рентабельности:

$$R = \frac{ВП - ПЗ}{ПЗ} \cdot 100, \quad (9.4)$$

где $ВП$ — валовая продукция;
 $ПЗ$ — производственные затраты, или фондоотдачи.

$$f = \frac{\text{ВП}}{\text{ПОФ}}, \quad (9.5)$$

где ПОФ — производственные основные фонды.

Корреляционная зависимость. Корреляционная зависимость — это такая взаимосвязь, при которой среднее значение результативного показателя находится в зависимости от значения другого или других показателей-факторов. В отличие от функциональной связи, корреляционная не является полной, строго однозначной. Одному и тому же значению факторного показателя могут соответствовать различные, а не строго определенные значения результативного показателя. Корреляционная связь проявляется в среднем в массе наблюдений. Примером такой связи могут служить зависимость суточной производительности тракторного агрегата от стажа работы тракториста. С увеличением стажа работы средняя производительность повышается. Но эта связь не является функциональной, поскольку в отдельных случаях при одном и том же стаже работы будет иметь место различная производительность агрегата.

Экономические показатели складываются под влиянием множества объективных и субъективных факторов. Поскольку учет всех факторов, влияющих на результативные показатели, практически невозможен, закономерности, устанавливаемые в экономике, не являются точными и устойчивыми. Поэтому при исследовании взаимосвязей экономических показателей используют корреляционные зависимости.

Будучи неполными и устойчивыми, корреляционные связи не могут быть установлены по данным единичного исследования, а только по результатам массовых наблюдений. И если в функциональных связях количество учитываемых факторов является ограниченным, то в корреляционных оно может быть довольно значительным.

Следует отметить, что деление показателей в экономике на факторные и результативные относительно. В одних связях показатель может быть зависимым, в других — может выступать в качестве фактора. Например, в зависимости объема товарооборота от цены (p) и количества товаров (q) pq является функцией, а p и q аргументами-факторами. В зависимости цены от объема реализации и количества товара результативным показателем является

цена, факторами — pq и q . Вместе с тем смена мест показателей не должна выходить за пределы реально существующих связей. Например, можно изучать зависимости урожайности картофеля от количества осадков, но нельзя вести речь о зависимости количества осадков от урожайности.

Производственные функции. Исследуемые корреляционные связи в экономике также называют *экономико-статистическими*. Их круг является довольно обширным. Среди них особое место занимают связи, которые определяют уровень производственных показателей. Такие связи получили название *производственных функций*. Таким образом, производственная функция — это экономико-статистическая модель связи, характеризующая изменение уровня результативных производственных показателей в зависимости от одного или ряда важнейших производственных факторов. Например, это функции производства продукции от затрат различных ресурсов, функции издержек от количества полученной продукции, функции производительности труда от фондо- и энерговооруженности, функции урожайности от доз внесения удобрений, функции продуктивности животных от уровня их кормления и т. д.

Способы задания производственных функций. Производственные функции задаются различными способами. Наиболее распространенным является *аналитический способ*. Производственная функция при аналитическом выражении представляет собой математическое уравнение, моделирующее зависимость результативного экономического показателя от одного или ряда производственных факторов. Например, наиболее типичной формой кривой динамики цен на отдельные продукты является функция

$$y = a + \frac{b}{t - c}, \quad (9.6)$$

где a — минимальный уровень цен;
 b, c — постоянные параметры процесса;
 t — время в годах.

Преимуществом аналитического способа являются его компактность, легкая воспроизводимость и приспособленность к выполнению над функциями ряда математических действий. К его недостаткам следует отнести отсутствие наглядности и то, что

для определения значений результативных показателей необходимо выполнить ряд вычислений, и к тому же не всегда простых.

Табличный способ задания производственных функций заключается в представлении результативного показателя, соответствующего определенным значениям факторов, в виде таблицы. Заранее вычисленными значениями функций можно быстро воспользоваться в любое время, что позволяет более оперативно решать вопросы анализа и планирования сельскохозяйственного производства. Чаще всего составляют таблицы с каким-то определенным шагом. При необходимости определения уровня результативного показателя при значениях факторов, отсутствующих в таблице, прибегают к интерполяции, когда значения факторов промежуточные, и к экстраполяции, когда они находятся за пределами таблицы. Это один из недостатков табличного способа; к другому недостатку относится его некомпактность, поскольку таблицы часто занимают большой объем, особенно когда они имеют несколько входов.

Нередко производственные функции задаются *графическим* способом. Здесь зависимость исследуемого показателя от фактора представляется в виде графика. Его построение обычно ведется в прямоугольной системе координат на основе аналитического выражения функции или ее табулированных значений. Преимуществом графического способа является наглядность, недостатком — невысокая точность, которую можно повысить выбором соответствующего масштаба. К недостаткам относится и то, что возможности способа ограничены только одним фактором.

9.2. ВИДЫ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИХ ПАРАМЕТРОВ

Классификация производственных функций. Производственных функций существует большое множество. Любая, в достаточной мере изученная закономерность, зависимость может быть смоделирована производственной функцией. Статистико-экономические зависимости (производственные функции) можно классифицировать по целому ряду признаков.

С точки зрения степени влияния человека на исследуемый результативный показатель производственные функции бывают *объективными, субъективными и объективно-субъективными*. Объективные — это такие связи, которые не зависят от воли людей.

Субъективные же связи определяются целенаправленной деятельностью человека, его сознанием, волей, умением. Находят практическое применение и смешанные объективно-субъективные производственные функции. К таким функциям относится, например, зависимость урожая культуры от метеорологических факторов (температуры, осадков) и количества вносимых органических и минеральных удобрений.

По признаку сложности производственные функции можно разделить на две группы: *простые* и *сложные*. Простые — это немногofакторные, элементарные зависимости. Сложные производственные функции моделируют зависимости от целого ряда факторов, которые в определенной мере взаимосвязаны друг с другом.

Производственные функции по степени полноты учета факторных признаков делят на закрытые и открытые. Простые детерминированные зависимости являются закрытыми. Здесь не возникает необходимости ввода новых факторов. Большинство сложных стохастических производственных функций составляют группу открытых зависимостей. Со временем, по мере углубления исследований, в такие производственные функции вводятся новые факторы, и они могут переходить в группу закрытых.

Возможен и обратный процесс, т.е. превращение закрытой производственной функции в открытую. Это происходит в случае неполного разложения факторного признака на ряд подфакторов. Поэтому простая, детерминированная, закрытая производственная функция становится открытой.

Производственные функции строят по данным как вариационных, так и динамических рядов. Нередко встречаются зависимости, полученные в результате обработки информации предприятий за ряд лет. Поэтому можно считать, что производственные функции бывают вариационные, динамические и вариационно-динамические. Следует отметить, что зависимости, моделирующие тенденции изменения экономических показателей во времени, принято именовать трендами. Их определяют в целях анализа и разработки экономико-математических моделей прогнозирования уровня экономических показателей.

Если исходить из числа факторов, учтенных в модели, то производственные функции делят на *одно- и многофакторные*.

В зависимости от вида математической модели производственные функции делят на *линейные и криволинейные*.

Направление влияния факторных признаков на зависимый показатель бывает прямое, обратное и комбинированное. Соответственно этому и производственные функции делят на прямые, обратные и комбинированные.

Когда производственная функция получена в результате обработки данных выборки, то она именуется *выборочной*. *Генеральная* производственная функция — это зависимость, построенная с учетом всей генеральной совокупности.

Производственные функции строят по однолетним и многолетним данным. В связи с этим экономико-статистические зависимости можно подразделить на *однопериодные* и *многопериодные*. Периодом может быть месяц, квартал, год, пятилетка и т. п.

Статистико-экономические зависимости составляются на основе информации в целом по народному хозяйству, по его отдельным отраслям, по каким-то регионам, по конкретным хозяйствам, по их объединениям и подразделениям. Поэтому производственные функции бывают: *межотраслевыми*, *отраслевыми*, *региональными*, *межхозяйственными* и *хозяйственными*. Производственные функции, построенные на уровне народного хозяйства, именуют *макроэкономическими*. Модели, полученные в результате обработки информации предприятий, их подразделений и объединений, называют *микроэкономическими*.

Классификация производственных функций приведена ниже.

Классификационные признаки	Виды производственных функций
Степень влияния человека	• Объективные • Субъективные • Объективно-субъективные*
Теснота зависимости	• Детерминированные • Стохастические
Сложность связей	• Простые • Сложные
Полнота учета факторов	• Закрытые • Открытые
Вид ряда данных	• Вариационные • Динамические • Вариационно-динамические
Число факторов	• Однофакторные • Многофакторные

Вид математической модели	• Линейные • Криволинейные
Направление влияния факторов	• Прямые • Обратные • Комбинированные
Полнота учета информации	• Выборочные • Генеральные
Временной фактор	• Однопериодные • Многопериодные
Уровень управления	• Межотраслевые • Отраслевые • Региональные • Межхозяйственные • Хозяйственные

Виды производственных функций. Вид производственной функции определяется видом уравнения, которое используется в качестве ее математической модели. Поскольку на многие результативные показатели оказывают весьма различное влияние множество производственных факторов как по величине, так и по направлению, то моделирование таких процессов может осуществляться также с помощью большой совокупности математических уравнений.

В математике имеется много разных уравнений, которые могут имитировать динамику и зависимость исследуемых результативных показателей от ряда производственных факторов. Но положение с моделированием статистико-экономических зависимостей осложняется рядом обстоятельств.

1. Одно и то же математическое уравнение как математическая модель может использоваться для построения нескольких (различных) зависимостей.

2. Одна и та же производственная связь может имитироваться разными математическими уравнениями.

3. Апробированные математические модели с изменением места и времени часто оказываются практически неприемлемыми.

4. Идеальной производственной функцией следует считать ту, которая наиболее точно воспроизводит исследуемое явление или процесс. Но построение таких идеальных статистико-экономических моделей возможно только в простейших случаях.

5. Поскольку сельскохозяйственное производство характеризуется сочетанием самых различных форм движения материи (в неорганической природе, в живой природе и в человеческом обществе), то многие сложные процессы в обозримом будущем вряд ли будут смоделированы с практически приемлемой точностью.

6. С развитием науки и техники, с внедрением достижений научно-технического прогресса в аграрную экономику применение производственных функций будет все более эффективным. Это станет достигаться по-видимому путем вскрытия новых реальных зависимостей, закономерностей, законов; посредством разработки и внедрения более совершенных многофакторных и динамических производственных функций; вследствие более результативного использования математических методов и ЭВМ.

Наиболее простой однофакторной статистико-экономической зависимостью является линейная функция

$$y = ax. \quad (9.7)$$

Эта функция моделирует прямую пропорциональную зависимость. Ее графиком является прямая, которая проходит через начало координат. Число (a) называется угловым коэффициентом прямой. С помощью этой производственной функции моделируют зависимость, например, стоимости продукции (y) от ее количества или цены ее единицы (x).

На практике чаще используют линейную производственную функцию вида

$$y = a_0 + a_1x. \quad (9.8)$$

Линейная производственная функция (9.8) моделирует зависимость, например, уровня оплаты труда (y) от его производительности (x).

Широкое распространение в экономических исследованиях получила производственная функция, моделью которой является парабола второго порядка

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2. \quad (9.9)$$

Производственную функцию (9.9) целесообразно использовать для моделирования зависимостей, имеющих одну экстремальную точку (точку минимума или максимума). Такой является, например, зависимость урожая культуры (y) от внесения удобрений (x). С увеличением количества применяемых удобрений урожайность повышается, при высоких дозах ее рост замедляется.

В некоторых случаях прибегают к целой рациональной функции вида

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n. \quad (9.10)$$

Эту функцию используют тогда, когда исследуемая зависимость содержит ряд экстремумов.

Для моделирования обратных пропорциональных зависимостей применяют производственную функцию

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x}. \quad (9.11)$$

Ее графиком является гипербола, сдвинутая по оси ординат на a_0 . Производственная функция (9.11) хорошо моделирует зависимость, например, издержек на единицу продукции (y) от производительности оборудования (x).

С целью более точного описания исследуемой зависимости прибегают к функции вида

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2}. \quad (9.12)$$

Правомерным является также использование обратной рациональной функции

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \dots + \frac{a_n}{x^n}. \quad (9.13)$$

В последние годы находит практическое применение следующая степенная функция:

$$y = a_0x^{a_1}. \quad (9.14)$$

График этой функции напоминает кривую $y = x^a$, точки которой сдвинуты по оси ординат в зависимости от величины a_0 .

Анализируя ряды динамики и исследуя уровень важнейших экономических параметров предприятия, часто используют показательную производственную функцию

$$y = a_0 a_1^x. \quad (9.15)$$

Для моделирования периодических, сезонных колебаний, волнообразных процессов применяют различные тригонометрические уравнения. Простейшими из них являются следующие уравнения синусоиды:

$$y = \sin x. \quad (9.16)$$

$$y = a \sin x. \quad (9.17)$$

$$y = a_0 + a_1 \sin x. \quad (9.18)$$

Опыт свидетельствует о целесообразности использования, например, уравнения (9.18) в качестве модели производственной функции, выражающей зависимость трудовой активности (y) водителей автомобилей и других работников от месяца года (x). Порядковый месяц года (x) в производственной функции фигурирует как аргумент в радианах. Находят применение и более сложные тригонометрические функции.

Разумеется, выше приведены далеко не все виды однофакторных производственных функций. В реальной действительности однофакторные зависимости имеют незначительный удельный вес. В большинстве связи и зависимости многофакторны. Но в анализе, прогнозировании, планировании и в научных исследованиях предпочтение пока что отдается однофакторным производственным функциям. Однако в будущем использование многофакторных зависимостей станет, безусловно, преобладающим.

Видов многофакторных производственных функций можно привести очень много. По аналогии с однофакторными зависимостями они бывают прямыми, обратными, комбинированными, степенными, показательными, логарифмическими, геометрическими, тригонометрическими; могут сочетать различные виды уравнений и т. д. Приведем несколько основных видов множественных зависимостей. Наиболее распространенной из них является многофакторная линейная функция

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n. \quad (9.19)$$

Она моделирует, например, зависимость себестоимости производства единицы продукции (y) от затрат различных ресурсов в расчете на единицу измерения отрасли ($x_1, x_2, \dots, x_n$).

Правоммерно применение и обратной многофакторной функции

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \dots + \frac{a_n}{x_n}. \quad (9.20)$$

Эффективным является использование многофакторных парабол второго порядка. Для примера приведем такую двухфакторную зависимость:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + a_3 x_2 + a_4 x_2^2 + a_5 x_1 x_2. \quad (9.21)$$

Большое распространение получили степенные многофакторные производственные функции вида

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n}. \quad (9.22)$$

Наряду с многофакторной степенной функцией в исследованиях, в анализе и планировании используют множественные показательные функции

$$y = a_0 a_1^{x_1} a_2^{x_2} \dots a_n^{x_n}. \quad (9.23)$$

Эту производственную функцию часто применяют параллельно с другими множественными зависимостями. Вопрос о предпочтительности какой-то зависимости решается исходя из аналитических характеристик построенных производственных функций. Иногда одновременно используют ряд производственных функций, полученных в результате обработки одной и той же информации, что дает возможность выполнять их сравнительный анализ и оценку.

Приведенные многофакторные производственные функции далеко не исчерпывают все их множество.

Основные направления использования производственных функций. Сейчас трудно назвать такую область человеческой деятельности, где не могли бы применяться статистико-экономические зависимости или производственные функции. Одни из основных направлений их использования следующие.

1. *Определение влияния различных факторов на анализируемые результативные показатели.* Именно с данного направления и начинается история развития исследований производственных функций.

Чаще всего для этого используют линейные одно- и многофакторные зависимости, коэффициенты которых в определенной мере характеризуют абсолютное влияние факторных признаков. Находят применение и другие производственные функции.

2. *Поиск оптимального сочетания факторов.* Наилучшей, оптимальной именуют такую комбинацию факторных признаков, при которой зависимый показатель достигает экстремального (максимального или минимального) уровня. Это очень важная экономическая задача. В экономических системах весьма часто складываются такие ситуации, когда объемы производственных ресурсов находятся далеко не в рациональном сочетании.

Расчет оптимального сочетания факторов можно выполнить только на основе знания степени их влияния. Имея модель производственного процесса, несложно определить необходимые объемы производственных ресурсов, т.е. производственные функции дают возможность находить рациональное сочетание факторов, что способствует повышению эффективности использования трудовых, материальных и финансовых ресурсов.

3. Предметом анализа, как известно, являются *хозяйственные процессы предприятий, их подразделений и объединений*, происходящие под воздействием как объективных, так и субъективных факторов, и результаты их деятельности, характеризующиеся определенной системой показателей. Перед экономическим анализом ставится ряд задач, основные из которых следующие: расчет степени выполнения установленных нормативов и планов, оценка уровня использования производственных ресурсов, вскрытие имеющихся резервов, оптимизация разрабатываемых планов и т. д.

На основе построенных производственных функций производится расчет целого ряда аналитических характеристик. В частности, определяют коэффициент детерминации, среднюю и предельную эффективность факторов, норму взаимозаменяемости ресурсов и другие показатели, которые невозможно получить с помощью традиционных способов и приемов экономического анализа.

4. Особая область использования производственных функций — это *прогнозирование и планирование уровня важнейших показателей производства*. Прогнозирование является предварительным этапом разработки плана и обеспечивает в определенной мере научное обоснование концепции экономического развития на плановый период.

Поскольку прогнозирование имеет очень большое политическое, экономическое и научно-техническое значение, к настоящему времени сформировалась специальная наука, которая получила название прогностики.

Сейчас используется ряд методов прогнозирования. Часть из них базируется на построении производственных функций и на экстраполяции показателей во времени. Производственные функции, моделирующие изменение уровня показателей во времени, получили название *трендов*. Они определяют тенденцию изменения экономических параметров. На основе трендов составляют прогноз динамики важнейших показателей.

Такой методический подход является возможным, поскольку развитие экономических процессов в целом носит почти равномерный характер. Это обстоятельство обуславливает определенную инерционность поведения экономических систем. Согласно законам физики мерой инерции является масса тела. Поэтому, чем крупнее экономическая система, тем она более инерционна. Разумеется, в таких системах выше будет и достоверность уровня прогнозируемых показателей. Но последнее в значительной степени зависит и от времени упреждения прогноза. Чем этот промежуток времени больше, тем ниже достоверность прогноза. На базе спрогнозированных показателей появляется возможность более обоснованно определять плановые параметры на предстоящий период и отдельные последующие годы.

5. *Значительную роль производственные функции могут играть в обработке информации.* Экономической информацией называют информацию об общественных процессах производства, распределения, обмена и потребления материальных благ. Самые различные формы воплощения экономической информации получили наименование экономических данных.

Процесс обработки информации включает ее хранение, преобразование и передачу. Под преобразованием информации понимают подготовку исходных данных, формирование производных показателей, решение подготовительных задач, группировку,

ранжирование, агрегирование, дезагрегирование показателей, сжатие информации и т. д. Сжатие информации достигается путем построения соответствующих производственных функций. Так, например, потребность коров массой 500 кг в кормовых единицах (y_1), переваримом протеине (y_2) и каротине (y_3) выражается следующими производственными функциями:

$$y_1 = 3,479 + 0,580x;$$

$$y_2 = 199,836 + 67,459x;$$

$$y_3 = 75,041 + 30,612x,$$

где x — суточный удой.

Подставив в приведенные зависимости уровень продуктивности коров, получим необходимую информацию об их потребности в питательных веществах.

6. *Использование производственных функций является также эффективным в целях обоснования нормативов.* Внедрение научно обоснованных нормативов — одно из решающих условий повышения производительности труда и эффективности производства.

Производственные функции предоставляют возможность для научно обоснованного определения норм затрат труда и производства продукции в зависимости от сложившихся нормообразующих факторов. Так, если имеется производственная функция, моделирующая производство продукции в зависимости от наличия факторов, то можно рассчитать ее нормативный уровень и уровень достижения норматива.

7. В последние годы, в связи с необходимостью совершенствования экономического механизма хозяйствования, *производственные функции начали применять в целях обоснования уровня оплаты труда.* Такой подход является закономерным. В решении проблемы стабилизации, а затем и увеличения производства продукции на предприятиях важнейший фактор — это внедрение эффективных систем оплаты труда.

Оплата является действенным экономическим рычагом роста производительности труда, улучшения качества и увеличения объемов производства продукции, снижения ее себестоимости и повышения эффективности производства.

8. *Важную роль могут играть производственные функции при оценке результатов хозяйственной деятельности.* Подведение итогов работы предприятий и их производственных подразделений, а также целых регионов с учетом круга основных показателей приводит к задаче комплексной оценки результатов хозяйственной деятельности. Комплексная оценка должна представлять собой обобщенную характеристику достигнутых результатов. Для того чтобы такая оценка была действенным орудием хозяйственного управления, ее конструкция не может быть сложной и труднообъяснимой и, самое главное, она должна обеспечивать получение реального, достоверного, практически значимого критерия.

Теоретически следует, казалось бы, оценивать достижения предприятий или их подразделений по одному какому-то показателю, синтезирующему все стороны производственно-финансовой деятельности того или иного объекта. Однако сложность работы предприятий и недостаточный уровень развития экономической науки не позволяют выделить из числа обобщающих результативных показателей какой-либо один в качестве определяющего. Поэтому задача комплексной оценки результатов хозяйственной деятельности предприятий сводится к агрегированию ряда основных показателей с помощью различных методов.

Если имеется ряд результативных показателей и соответствующих производственных факторов, строят функции по каждому из зависимых признаков. На основе полученных производственных функций определяют теоретический уровень результативного показателя. Затем рассчитывают индекс его выполнения. Такие расчеты производятся по всем показателям, которые хотят учесть при подведении итогов. В конце определяют общий индекс с учетом значимости каждого показателя. Этот индекс и является комплексной оценкой результатов хозяйственной деятельности.

9.3. МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Постановка задачи и необходимая информация. Постановка задачи построения производственной функции формулируется следующим образом: построить производственную функцию, выражающую зависимость результативного признака от одного или ряда факторов.

Процесс построения производственной функции представляет определенную сложность и поэтому подразделяется на ряд последовательных этапов:

- выбор зависимой переменной и отбор производственных факторов, оказывающих на нее влияние;
- подготовка исходной информации;
- идентификация математической модели производственной функции;
- параметризация производственной функции;
- оценка построенной зависимости;
- расчет аналитических характеристик производственных функций.

Выбор зависимой переменной ведется посредством экономического анализа. Такой переменной служит тот показатель, который наиболее полно характеризует исследуемый процесс или явление. Этот результативный признак может выражаться прямым или каким-то косвенным показателем. К числу прямых показателей относятся: качество изделий, выпуск продукции, урожай и т.д. Косвенными, например, при изучении эффективности производства, являются: производительность труда, себестоимость 1 ц продукции и т.д.

Результативные экономические показатели находятся в зависимости от большого числа факторов, и очень важно правильно их отобрать. Если исходить из различных свойств факторов, то их можно подразделить на известные и неизвестные, наблюдаемые и ненаблюдаемые, систематические и случайные, измеримые и неизмеримые, управляемые и неуправляемые, объективные и субъективные, количественные и качественные, существенные и несущественные.

В процессе построения производственных функций отбирают в зависимости от поставленной задачи *известные, наблюдаемые, систематические, измеримые, управляемые факторы, которые играют наиболее существенную роль*. Не следует стремиться к учету слишком большого числа факторов. Особенно это касается построения первого варианта производственной функции, поскольку это ведет к усложнению ее математической модели, к затруднениям в расчетах и в интерпретации полученных результатов.

После выбора зависимых и влияющих переменных необходимо произвести сбор исходной информации. На практике приме-

няют три основных способа получения исходных данных. Первый — *постановка эксперимента*. Этот способ обеспечивает высокую точность информации и является наиболее приемлемым. Но в экономике постановка эксперимента часто очень дорогая и не всегда практически возможна или целесообразна.

Поэтому используют второй способ — это *обработка статистических данных*. Он менее точный, но более распространенный по сравнению с первым. Третий способ — *комбинированный*, т.е. часть исходных данных получают экспериментальным путем, а отдельные показатели — по данным статистики.

К исходной информации предъявляется ряд требований. Прежде всего ее *объем должен быть достаточным*. Из практики известно, что для построения производственной функции требуется не менее 20–30 наблюдений.

Следующее условие, которому должна соответствовать исходная информация для построения производственных функций, — это *достоверность*. Впрочем, это требование могло бы занимать первое место, поскольку если информация недостоверна, то она бесполезна и не может служить основанием для построения производственных функций. Поэтому при сборе исходной информации следует вести логический, арифметический и другие виды контроля. Сомнительные данные необходимо перепроверить с тем, чтобы в расчетах использовалась только достоверная информация.

Одно из требований, предъявляемых к информации, — это *доступность*. Порой случается, что на каком-то предприятии имеется информация, которая необходима другому предприятию или какому-то лицу. Заполучить эту информацию бывает весьма сложно. И часто затруднения возникают не только в вопросах оплаты. Разумеется, это не касается каких-то секретных данных. И тем не менее информация должна быть доступной.

Оперативность — это тоже важное требование, которому должна соответствовать информация, необходимая для построения производственных функций. Какой бы ценной ни была информация, несвоевременное представление сводит на нет ее значимость, так как информация очень быстро устаревает. Поэтому опоздавшие данные превращаются в недоброкачественную и бесполезную информацию.

Большое значение имеет *однородность* информации. Здесь имеется в виду однородность по месту, времени, технологии и по другим обстоятельствам.

Следует также указать на то, что процесс получения информации для построения статистико-экономических зависимостей не должен быть дорогостоящим. Это касается и хранения, и преобразования, и передачи информации.

Когда исследование ведется по данным всех объектов, то статистическое наблюдение называется *сплошным*. Однако иногда оно оказывается практически нецелесообразным или неосуществимым, и тогда прибегают к наблюдению какой-то части объектов. Но по его результатам судят об изучаемой зависимости во всей совокупности объектов. Такое наблюдение именуется *выборочным*. Наблюдаемая часть объектов называется выборкой, а все они — генеральной совокупностью.

Совершенно очевидно, что информация о генеральной совокупности, полученная по данным выборки, характеризуется некоторой погрешностью. Поэтому здесь возникают две задачи. Первая — как организовать выборочное наблюдение, чтобы информация о генеральной совокупности содержала как можно меньше ошибок. Вторая задача касается распространения полученных результатов на генеральную совокупность и их оценки.

Моделирование исследуемых зависимостей. После выбора факторных признаков и зависимых показателей, а также подготовки исходной информации ведется *идентификация математической модели производственной функции*, т. е. производится выбор соответствующего математического уравнения.

Этот этап построения производственных функций является весьма ответственным, поскольку если вид модели исследуемой связи установлен неверно, то все последующие расчеты не будут иметь какого-либо значения.

Наиболее простым из них является графический (визуальный) способ. Его сущность сводится к тому, что выбор вида производственной функции ведется на основе графика, построенного по данным исходной информации.

В случае, когда характер графика исходных данных не позволяет решить вопрос о виде существующей связи, используют скользящие средние. При этом исходные данные разбивают на небольшие, например, трех- или пятилетние периоды. Причем каждый следующий период получают путем сдвига предыдущего

на один год. Продолжительность периодов рекомендуется выбирать в прямой зависимости от колеблемости исходных данных. Если построить график по средним данным за ряд таких последовательных периодов, то он будет иметь более выровненный характер.

Следующим способом идентификации модели статистико-экономических зависимостей является экономический анализ связи между результативными и факторными показателями. Например, если необходимо установить вид функции, моделирующей себестоимость единицы продукта от производительности агрегата или в целом технологического процесса, то явно целесообразна функция

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x},$$

где a_0 и a_1 — параметры функции;

y и x — соответственно себестоимость и производительность.

Нередко эффективным является способ аналогии. Он применим в тех случаях, когда возникает необходимость выбора математической модели производственной функции в зависимостях, аналогичных тем, которые уже рассматривались. При этом можно воспользоваться ранее избранной моделью.

Выбирая вид производственной функции, иногда прибегают к составлению группировочных комбинационных таблиц. Сгруппированные по факторному признаку данные могут подсказать, какое уравнение целесообразно использовать как модель исследуемой зависимости. В том случае, когда равномерное увеличение фактора вызывает примерно равномерное изменение зависимого признака, моделью целесообразно взять уравнение прямой. Если же при указанном характере роста факторного признака идет равномерно ускоренное изменение результативного показателя, то в качестве модели следует использовать параболу второго порядка.

В последние годы все шире находит применение способ «перебора» моделей производственных функций на ЭВМ. Наиболее приемлемая модель определяется по уровню статистических характеристик всех видов производственных функций, которые включены в специально разработанную программу. Разумеется,

этот способ идентификации математической модели производственной функции в определенной мере расточительный, но результативный.

В особо сложных случаях только использование всего комплекса известных способов и проверка различных гипотез могут привести к получению практически приемлемой модели. Этап идентификации модели производственной функции является весьма ответственным и заслуживает особого внимания.

Способы расчета параметров производственных функций. После выбора зависимой переменной и факторных признаков, сбора и подготовки информации, идентификации модели следует четвертый этап — *параметризация производственных функций*. На этом этапе рассчитываются параметры исследуемой зависимости при помощи ряда способов.

Наибольшее распространение получил способ наименьших квадратов, который был предложен немецким ученым К. Ф. Гауссом и французскими математиками А. М. Лежандром и П. С. Лапласом в первой четверти XIX в. Способ предназначался для обработки и оценки ошибок. Но он оказался настолько удачным, что его используют и сейчас, хотя и в несколько других целях.

Сущность этого способа заключается в том, что величина параметров производственной функции должна быть такой, чтобы достигался минимум суммы квадратов отклонений между теоретическими (y_x) и фактическими (y) значениями зависимого показателя. Если моделью исследуемой зависимости выбрано уравнение прямой $y_x = a_0 + a_1x$, то a_0 и a_1 необходимо рассчитать так, чтобы

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - y)^2 = \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1x_i - y)^2 \rightarrow \min. \quad (9.24)$$

Поскольку x и y заданы, то S является величиной, зависимой от определяемых параметров a_0 и a_1 :

$$S = f(a_0, a_1). \quad (9.25)$$

Так как производная функции в точке минимума равна нулю, на основе (9.25) можно записать:

$$\frac{dS}{da_0} = 2\sum(a_0 + a_1 - y) \cdot 1 = 0; \quad (9.26)$$

$$\frac{dS}{da_1} = 2\sum(a_0 + a_1 - y) \cdot x = 0.$$

После преобразований эта система уравнений принимает вид:

$$na_0 + a_1 \sum x = \sum y; \quad (9.27)$$

$$a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy.$$

Системы вида (9.27) получили наименование нормальных.

Системы нормальных уравнений решаются различными способами, чаще всего с помощью определителей. Так, определитель системы (9.27) представляет

$$\Delta = \begin{vmatrix} n & \sum x \\ \sum x & \sum x^2 \end{vmatrix} = n\sum x^2 - (\sum x)^2,$$

определители Δa_0 и Δa_1 — соответственно

$$\Delta a_0 = \begin{vmatrix} \sum y & \sum x \\ \sum xy & \sum x^2 \end{vmatrix} = \sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy;$$

$$\Delta a_1 = \begin{vmatrix} n & \sum x \\ \sum x & \sum xy \end{vmatrix} = n\sum xy - \sum x \sum y;$$

$$a_0 = \frac{\Delta a_0}{\Delta} = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}; \quad (9.28)$$

$$a_1 = \frac{\Delta a_1}{\Delta} = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}. \quad (9.29)$$

В случае двухфакторной линейной зависимости

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$

система нормальных уравнений будет иметь вид

$$na_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 = \sum y; \quad (9.30)$$

$$a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1 x_2 = \sum x_1 y;$$

$$a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1 x_2 + a_2 \sum x_2^2 = \sum x_2 y.$$

Система (9.30) решается относительно неизвестных a_0, a_1, a_2 известными способами. В конечном итоге можно использовать формулы

$$a_1 = \frac{\sigma_y(r_{y1} - r_{y2}r_{12})}{\sigma_1(1 - r_{12}^2)}; \quad (9.31)$$

$$a_2 = \frac{\sigma_y(r_{y2} - r_{y1}r_{12})}{\sigma_2(1 - r_{12}^2)}; \quad (9.32)$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}_1 - a_2\bar{x}_2, \quad (9.33)$$

где σ_1, σ_2 — средние квадратические отклонения соответствующих факторов;

r_{12} — коэффициент парной линейной корреляции между x_1 и x_2 ;

r_{y1}, r_{y2} — коэффициенты парной линейной корреляции между y и соответствующими факторами.

Поочередно дифференцируя функцию по ее параметрам и приравнявая нулю производные, всегда можно получить систему нормальных уравнений, сколь сложной ни была бы функция.

Иногда для получения системы нормальных уравнений прибегают к *линеаризации* функций, а затем по аналогии с прямой (в случае однофакторной модели) записывают систему.

Для определения параметров однофакторной степенной зависимости $y = a_0 x^{a_1}$ ее сводят путем логарифмирования к линейному виду:

$$\lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x.$$

Коэффициент регрессии a_1 и $\lg a_0$ получают в результате решения системы нормальных уравнений:

$$\begin{aligned} n \lg a_0 + a_1 \sum \lg x &= \sum \lg y; \\ \lg a_0 \sum \lg x + a_1 \sum \lg^2 x &= \sum \lg x \lg y. \end{aligned} \quad (9.34)$$

Вычислив $\lg a_0$, путем потенцирования находят свободный член a_0 .

Чтобы рассчитать параметры однофакторной показательной функции $y = a_0 a_1^x$, ее следует линеаризовать:

$$\lg y = \lg a_0 + x \lg a_1.$$

Логарифмы искомых параметров являются корнями системы нормальных уравнений

$$\begin{aligned} n \lg a_0 + \lg a_1 \sum x &= \sum \lg y; \\ \lg a_0 \sum x + \lg a_1 \sum x^2 &= \sum x \lg y. \end{aligned} \quad (9.35)$$

Оценка построенных производственных функций. После получения производственных функций производится их оценка. Когда в качестве исходной информации использовалась вся генеральная совокупность, а не данные выборки, то оценку осуществляют по так называемым показателям *тесноты связи*. Если построена линейная однофакторная зависимость, то для ее оценки вычисляют *коэффициент парной линейной корреляции*:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] \cdot [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}, \quad (9.36)$$

где n — число наблюдений.

Коэффициент парной линейной корреляции находится в границах от -1 до $+1$. Когда он равен -1 , связь является функциональной, но обратной, т.е. с увеличением факторного признака зависимый показатель снижается и наоборот. Если же коэффициент парной линейной корреляции составляет $+1$, связь тоже функциональная, но прямая. Коэффициент парной линейной корреляции может быть равным нулю. В этом случае какая-либо связь между факторным и зависимым признаками отсутствует. Коэффициент парной линейной корреляции не изменяется при смене мест факторного и зависимого признаков, т.е. $r_{yx} = r_{xy}$.

В случае построения линейной многофакторной зависимости оценка ведется по *коэффициенту множественной линейной корреляции* (R):

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_x - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}, \quad (9.37)$$

где y, y_x и $\bar{y}$ — соответственно фактический, теоретический и средний уровни зависимого показателя.

Если принять градацию тесноты связи за 0; 0,3; 0,7; 1, то когда абсолютная величина показателя тесноты связи равна нулю, связь отсутствует. Если же она меньше 0,3, связь считается слабой. В случае когда показатель по абсолютной величине находится в пределах от 0,3 до 0,7, связь является средней. Если же он больше 0,7, связь называется сильной, и когда показатель тесноты связи равен 1, она — функциональная. В экономических научных исследованиях используют производственные функции, в которых абсолютная величина показателя тесноты связи больше 0,7.

Рассмотрим пример построения производственной функции по данным табл. 9.1.

Таблица 9.1

Фондовооруженность и производительность труда
на предприятиях *n*-го района

Предприятие	Фондово- оруженность	Валовая продукция на среднегодового работника, руб.	Расчетный уровень произво- дительности труда
1	7909	5262	6251
2	7726	5769	6070
3	7959	5819	6301
4	8201	6220	6542
5	8848	7104	7185
6	12177	10315	10493
7	11690	11510	10009
8	11869	12128	10187
9	13245	12674	11555
10	16258	12341	14549
ΣΣ	105882	89142	89142

Как видно из таблицы, с ростом фондовооруженности труда на предприятиях происходит соответствующее повышение производительности труда. Поэтому здесь в качестве математической модели производственной функции целесообразно взять уравнение прямой $y = a_0 + a_1 x$. Система нормальных уравнений имеет вид

$$10 a_0 + 105882 a_1 = 89142;$$

$$105882 a_0 + 1196693722 a_1 = 1018980280.$$

Решив эту систему нормальных уравнений, получим:

$$a_0 = -1608,5970; a_1 = 0,9938.$$

Следовательно, производственная функция, которая моделирует влияние фондовооруженности (x) на производительность труда (y), имеет вид

$$y = -1608,5970 + 0,9938 x.$$

Коэффициент регрессии показывает, что с повышением фондовооруженности труда на 1 руб. его производительность возрастала в среднем на 0,9938 руб. Свободный член производственной функции, равный - 1608,5970, отражает усредненное влияние неучтенных в этом исследовании факторов, а также воздействие фондовооруженности в той степени, в какой она не коррелирует с результативным показателем.

Вычислим коэффициент парной линейной корреляции:

$$r = \frac{10 \cdot 1018980277 - 105882 \cdot 89142}{\sqrt{(10 \cdot 1018980277 - 105882^2) \cdot (10 \cdot 882884200 - 89142^2)}} = 0,9198.$$

Полученный коэффициент корреляции является довольно большим, что свидетельствует о высокой тесноте связи. Иными словами, производительность труда находится в очень тесной зависимости от фондовооруженности. Поэтому построенная производственная функция может найти применение в анализе, прогнозировании, планировании и управлении производством. На этом оценка полученной зависимости и собственно процесс построения производственной функции завершаются.

Рассмотрим построение многофакторной линейной производственной функции на примере зависимости себестоимости 1 ц молока (y) от продуктивности коров (x_1) и трудоемкости производства молока (x_2) (табл. 9.2).

Если моделью исследуемой зависимости взять линейную функцию, то система нормальных уравнений будет иметь вид

$$11a_0 + 34129a_1 + 64,3a_2 = 292,7;$$

$$34129a_0 + 1,060982 \cdot 10^8 a_1 + 198671a_2 = 906177,4;$$

$$64,3a_0 + 19867a_1 + 379,95a_2 = 1719,99.$$

Таблица 9.2

Влияние продуктивности коров (x_1)
и трудоемкости производства молока (x_2) на его себестоимость (y)

№ п/п	Продуктивность коров, кг	Затраты труда на 1 ц молока, чел.-ч	Себестоимость молока, руб.
1	2815	7,0	29,5
2	2953	6,7	28,9
3	3127	5,6	26,3
4	3084	6,5	27,2
5	3102	5,8	26,7
6	3127	5,5	25,8
7	3136	5,6	25,9
8	3258	5,0	25,5
9	3014	6,0	27,0
10	3152	5,4	25,0
11	3361	5,2	24,9
$\Sigma\Sigma$	34129	64,3	292,7

Ее решением является: $a_0 = 27,7801$, $a_1 = -0,003284$, $a_2 = 1,5426$. Поэтому можно записать следующую производственную функцию:

$$y = 27,7801 - 0,003284x_1 + 1,5426x_2.$$

Коэффициент множественной линейной корреляции составляет

$$R = \sqrt{1 - \frac{1,7365}{22,1091}} \approx 0,9599.$$

Уровень коэффициента множественной корреляции указывает на высокую тесноту связи в исследуемой зависимости. Поэтому производственная функция может быть использована в аналитических и плановых расчетах.

Построение криволинейной производственной функции рассмотрим на примере, приведенном в табл. 9.1. Нами была получена линейная зависимость производительности труда от его фондовооруженности. Теперь в качестве математической модели производственной функции будет взято уравнение гиперболы

$$y = a_0 = \frac{a_1}{x}.$$

Система нормальных уравнений имеет вид:

$$10a_0 + 1,005398 \cdot 10^{-3}a_1 = 89142;$$

$$1,005398 \cdot 10^{-3}a_0 + 1,068117 \cdot 10^{-7} = 8,273951.$$

При ее решении получим: $a_0 = 20994,18$; $a_1 = -1,201513 \cdot 10^8$. Следовательно, производственная функция, моделирующая влияние фондовооруженности среднегодового работника на производительность труда, выглядит следующим образом:

$$y = 20994,18 - \frac{1,201513 \cdot 10^8}{x}.$$

Аналитические характеристики производственных функций и их экономическая трактовка. Построенные производственные функции в дальнейшем необходимо использовать в целях углубленного исследования экономических явлений и процессов. На основе полученных статистико-экономических зависимостей представляется возможность рассчитать ряд аналитических характеристик, которые нельзя получить с помощью традиционных методов. К числу важнейших аналитических характеристик относятся: коэффициент детерминации, средняя и предельная эффективность ресурса, коэффициент эластичности, норма взаимозаменяемости факторов, изокванты, изоклиналии и др.

Коэффициент детерминации характеризует удельный вес факторного признака или признаков в общей вариации зависимого показателя. Аналогично с показателями тесноты связи различают коэффициент парной (однофакторной) детерминации и коэффициент множественной детерминации. Коэффициент детерминации (K_d) рассчитывают как квадрат соответствующего показателя тесноты связи. Нередко детерминацию исчисляют в процентах.

$$K_d = 100 \text{ г}^2; K_d = 100 \text{ R}^2; K_d = 100 \eta^2. \quad (9.38)$$

В примере, приведенном в табл. 9.1, коэффициент парной линейной корреляции равен 0,9198. Поэтому детерминация составляет

$$K_d = 100 \cdot 0,9198^2 = 84,6\%.$$

Это значит, что уровень фондовооруженности среднегодового работника обуславливает 84,6 % всех колебаний производительности труда; остальные 15,4 % объясняются влиянием других, не учтенных в этом исследовании факторов.

Коэффициент множественной линейной корреляции, полученный на основе данных табл. 9.2, составляет 0,9599. Поэтому множественная детерминация равна:

$$K_d = 100 \cdot 0,9599^2 = 92,1\%.$$

Следовательно, продуктивность коров и трудоемкость производства молока совместно обуславливают 92,1 % всех вариаций его себестоимости. Только 7,9 % изменений затрат на производство 1 ц молока является следствием не учтенных здесь факторов.

Аналогичное содержание имеет коэффициент детерминации и в случае криволинейных зависимостей. Выше приведена производственная функция, моделью которой было избрано уравнение гиперболы. Корреляционное отношение в этом примере составляло 0,9681. Поэтому детерминация будет равна:

$$K_d = 100 \cdot 0,9681^2 = 93,7\%.$$

Когда детерминация меньше 10 %, она считается слабой, если же она находится в пределах 10 – 50 % – средней, свыше 50 % – сильной и при 100 % – полной.

Средняя эффективность ресурса определяется путем деления соответствующей производственной функции на объем использованного ресурса. Эффективность измеряется в единицах результативного показателя в расчете на единицу ресурса. Среднюю эффективность ресурса необходимо рассчитывать как в анализе, так и в прогнозировании и планировании производства.

Если моделью статистико-экономической зависимости служит уравнение прямой $y = a_0 + a_1x$, средняя эффективность будет равна:

$$\bar{\partial}_x = \frac{y}{x} = \frac{a_0}{x} + a_1. \quad (9.39)$$

Как видно, средняя эффективность ресурса в этом случае изменяется по гиперболическому закону. Чем больше факторный признак x , тем средняя его эффективность ближе к a_1 .

Когда математической моделью производственной функции является парабола второго порядка $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$, средняя эффективность ресурса составляет

$$\bar{\partial}_x = \frac{a_0}{x} + a_1 + a_2x. \quad (9.40)$$

В случае гиперболической зависимости $y = a_0 + a_1/x$ средняя эффективность ресурса равна:

$$\bar{\partial}_x = \frac{a_0x + a_1}{x^2}. \quad (9.41)$$

Средняя эффективность ресурса однофакторной степенной производственной функции $y = a_0x^{a_1}$ определяется формулой

$$\bar{\partial}_x = a_0x^{a_1-1}. \quad (9.42)$$

Когда математической моделью производственной функции служит однофакторное показательное уравнение вида $y = a_0a_1^x$, средняя эффективность ресурса рассчитывается по формуле

$$\bar{\partial}_x = a_0a_1^x/x. \quad (9.43)$$

Среднюю эффективность ресурса в случае многофакторной линейной зависимости лучше всего рассчитывать по формуле

$$\bar{\partial}_{x_i} = ya_i/(y - a_0). \quad (9.44)$$

Допустим, что построена линейная двухфакторная зависимость

$$y = 4 + 2x_1 + 3x_2.$$

Средние уровни факторных признаков составляют

$$x_1 = 20 \text{ и } x_2 = 10.$$

Тогда средняя эффективность ресурсов x_1 и x_2 в соответствии с формулой (9.44) рассчитывается следующим образом:

$$\bar{\partial}_{x_1} = \frac{74 \cdot 2}{70} = \frac{148}{70}, \quad \bar{\partial}_{x_2} = \frac{74 \cdot 3}{70} = \frac{222}{70}.$$

Общий объем производства продукции (y) при этом составляет

$$20 \frac{148}{70} + 10 \frac{222}{70} = 74.$$

Это соответствует реальному объему производства. Но таким образом вычислить среднюю эффективность ресурса можно лишь после построения соответствующей производственной функции.

Средняя эффективность ресурса многофакторной степенной зависимости $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_i^{a_i} \dots x_n^{a_n}$ определяется уравнением:

$$\bar{\partial}_i = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_i^{a_i-1} \dots x_n^{a_n}. \quad (9.45)$$

Аналогичным образом поступают и при расчете средней эффективности ресурса в многофакторных показательных производственных функциях.

Предельная эффективность ресурса (∂_x) определяется как первая производная статистико-экономической зависимости по соответствующему фактору. В общем виде можно записать

$$\partial_x = \frac{dy}{dx}. \quad (9.46)$$

Предельная эффективность ресурса измеряется в единицах зависимого показателя в расчете на единицу факторного признака.

В случае парной линейной зависимости $y = a_0 + a_1 x$ предельная эффективность ресурса составляет

$$\partial_x = \frac{d(a_0 + a_1 x)}{dx} = a_1. \quad (9.47)$$

Иными словами, является постоянной величиной и равной коэффициенту регрессии a_1 . По своему содержанию она пред-

ставляет собой изменение зависимого показателя при увеличении факторного признака на единицу.

Когда математической моделью производственной функции является уравнение параболы второго порядка $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$, то предельная эффективность ресурса будет равна:

$$\partial_x = a_1 + 2a_2 x. \quad (9.48)$$

При гиперболической однофакторной зависимости $y = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$ предельная эффективность ресурса равна:

$$\partial_x = -a_1/x^2. \quad (9.49)$$

В том случае, когда в качестве математической модели производственной функции используется однофакторное степенное уравнение $y = a_0 x^{a_1}$, предельная эффективность ресурса составляет

$$\partial_x = a_0 a_1 x^{a_1-1}. \quad (9.50)$$

Когда математической моделью производственной функции служит многофакторное линейное уравнение $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$, предельная эффективность ресурса x равна:

$$\partial_x = a_x. \quad (9.51)$$

И в этом случае она является постоянной величиной, которая показывает, на сколько изменяется зависимый показатель y с увеличением факторного признака на единицу.

Следующая аналитическая характеристика производственных функций — *эластичность*. Ее рассчитывают путем умножения предельной эффективности ресурса на соотношение значений фактора и зависимого признака:

$$\varepsilon = \partial_x / y. \quad (9.52)$$

Если в формулу подставить средние уровни факторного и результативного показателей, то эластичность будет именоваться средней.

При линейной производственной функции $y = a_0 + a_1 x$ эластичность составляет

$$\varepsilon = \frac{a_1 x}{a_0 + a_1 x} \quad (9.53)$$

Она показывает, на сколько процентов изменяется результирующий показатель y с отклонением факторного признака x на 1%, т. е. представляет собой соотношение темпов прироста y и x . Знание уровня и сравнение эластичности различных ресурсов позволяет планировать их более рациональное использование.

Эластичность параболической зависимости второго порядка $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ может быть рассчитана следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{(a_1 + 2a_2 x)x}{a_0 + a_1 x + a_2 x^2} \quad (9.54)$$

Из приведенной формулы видно, что коэффициент эластичности есть соотношение предельной и средней эффективности используемого ресурса (фактора).

Когда математической моделью производственной функции является уравнение гиперболы $y = a_0 + a_1/x$, эластичность составляет

$$\varepsilon = \frac{a_1}{a_0 + a_1 x} \quad (9.55)$$

Коэффициент эластичности в случае степенной однофакторной производственной функции $y = a_0 x^{a_1}$ составляет

$$\varepsilon = a_0 a_1 x^{a_1-1} \frac{x}{a_0 x^{a_1}} = a_1 \quad (9.56)$$

В этом случае значение эластичности совпадает с коэффициентом регрессии и показывает, примерно на сколько процентов увеличивается зависимый показатель с ростом факторного признака на 1%.

В многофакторных производственных функциях различают частную и общую эластичность. Если математической моделью статистико-экономической зависимости является многофакторное линейное уравнение $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_i x_i + \dots + a_n x_n$, то частный коэффициент эластичности фактора x_i будет равен:

$$\varepsilon = \frac{a_i x_i}{a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_i x_i + \dots + a_n x_n} \quad (9.57)$$

Он представляет собой соотношение темпов прироста зависимого показателя y и факторного признака x . Когда $\varepsilon_{x_i} > 1$, то y прирастает в большей мере, чем x_i ; если же $\varepsilon_{x_i} < 1$, наоборот, — в меньшей степени, чем x_i , и при $\varepsilon_{x_i} = 1$, темпы их прироста совпадают.

Общая (суммарная) эластичность факторов составляет

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_i + \dots + \varepsilon_n \quad (9.58)$$

Она показывает, на сколько процентов изменяется зависимый показатель y при увеличении факторных признаков на 1%.

В многофакторной степенной статистико-экономической зависимости $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_i^{a_i} \dots x_n^{a_n}$ коэффициент эластичности фактора x_i составляет

$$\varepsilon = a_0 a_i x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_i^{a_i-1} \dots x_n^{a_n} \frac{x_i}{a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_i^{a_i} \dots x_n^{a_n}} = a_i \quad (9.59)$$

Этот частный коэффициент эластичности примерно равен темпу прироста зависимого показателя y при увеличении факторного признака на 1%.

Общая эластичность факторов равна:

$$\varepsilon = a_1 + a_2 + \dots + a_i + \dots + a_n \quad (9.60)$$

Это значит, что с увеличением всех факторов на 1% результирующий показатель возрастает в $1,01^{a_1 + a_2 + \dots + a_i + \dots + a_n}$ раз.

На основе построенных многофакторных производственных функций предоставляется возможность находить такие сочетания факторов, которые обеспечивают получение фиксированного уровня зависимого показателя. Допустим, имеется следующая линейная двухфакторная зависимость:

$$y = 24 + 6x_1 + 2x_2,$$

и нас интересуют такие комбинации факторов, при которых y равнялось бы 60. Для получения необходимых сочетаний факторов следует решить уравнение производственной функции относительно одного из них. Выразим x_2 через x_1 :

$$x_2 = 18 - 3x_1.$$

Если $x_1 = 0$, то $x_2 = 18$; когда $x_2 = 0$, $x_1 = 6$. Изменяя значения x_1 от 0 до 6, получают соответствующие уровни x_2 . Сочетание производственных факторов x_1 и x_2 , обеспечивающих фиксированный уровень зависимого признака y приведены ниже.

Производственные факторы		Зависимый признак
x_1	x_2	y
0	18	60
1	15	60
2	12	60
3	9	60
4	6	60
5	3	60
6	0	60

Каждая пара факторов x_1 и x_2 обеспечивает уровень y , равный 60. При наличии еще каких-то факторов, например x_3 , его следовало бы зафиксировать на каком-то уровне.

Уравнение, определяющее уровень одного из факторов через другой факторный признак при фиксированном значении зависимого показателя, именуется аналитическим выражением *изокванты*. Линия, соединяющая точки затрат различных ресурсов, обеспечивающих заданный выпуск продукции y , называется *изоквантой* (рис. 9.1).

Если имеется ряд комбинаций x_1 и x_2 , при которых y остается величиной постоянной, то можно вести речь о *взаимозаменяемости факторов*.

Из приведенных выше данных видно, что увеличение фактора x_1 на единицу обуславливает уменьшение фактора x_2 на три единицы. Следовательно, единица фактора x_1 заменяет три единицы фактора x_2 . На рис. 9.1 показано, что предельная норма заменяемости ресурсов есть тангенс угла наклона изокванты АВ к оси Ox_1 .

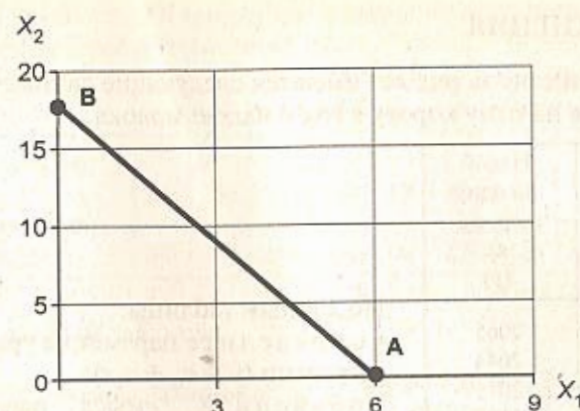


Рис. 9.1. Изокванта АВ производственной функции

$$y = 24 + 6x_1 + 2x_2.$$

Предельная норма заменяемости факторов рассчитывается как соотношение предельных эффективностей взаимозаменяемых ресурсов:

$$\begin{aligned} N_{1/2} &= \partial_{x_1} / \partial_{x_2} = \operatorname{tg} \alpha; \\ N_{1/2} &= 6/2 = 3. \end{aligned} \quad (9.61)$$

В приведенном примере предельная норма заменяемости ресурсов — величина постоянная. Но имеются производственные функции, в которых она является величиной переменной.

При построении производственных функций на ЭВМ по специально составленным программам обычно выдается машинная программа, в которой приводятся коэффициенты системы нормальных уравнений, обратная к ней матрица, параметры зависимости, коэффициент множественной корреляции, средние значения факторных и зависимых признаков, средние квадратические отклонения, коэффициенты вариации, асимметрия, эксцесс, матрица коэффициентов парной корреляции, средняя эластичность факторов, остаточная дисперсия, F -критерий и другие необходимые аналитические показатели. Все эти показатели и аналитические характеристики должны найти надлежащее применение в процессе использования производственных функций в анализе и планировании производства.

УПРАЖНЕНИЯ

9.1. По хозяйству за ряд лет имеются следующие данные по расходу кормов на одну корову в год и надою молока.

Расход кормов, ц к. ед. (x)	Надой на одну корову, кг (y)
34,7	2065
34,6	2044
34,2	2011
35,7	2193
35,8	2228
35,7	2262
36,7	2295
36,0	2207
43,1	2316
42,2	2439
39,6	2491
41,4	2556

По данным таблицы:

- определите параметры уравнения регрессии ($y = a_0 + a_1x$);
- объясните смысл параметров a_0 и a_1 ;
- определите коэффициент парной корреляции r , коэффициент детерминации $D = 100 r^2$;
- объясните смысл коэффициентов корреляции и детерминации.

9.2. По хозяйствам района имеются следующие данные по внесению удобрений и урожайности зерновых культур.

Внесено минеральных удобрений, ц/га (x)	1	2	3	4	5	6	7
Урожайность, ц/га (y)	23	27	30	33	35	37	38

По данным таблицы:

- постройте уравнение регрессии ($y = a_0 + a_1x + a_2x^2$);
- объясните смысл параметров a_0 , a_1 , a_2 ;
- вычислите корреляционное отношение (индекс корреляции):

$$i = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}}$$

и объясните его содержание.

9.3. По хозяйствам имеются следующие данные по валовому надою молока и себестоимости 1 ц.

Хозяйство	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Валовой надой, т (x)	200	250	300	350	400	400	500	500	600	600
Себестоимость 1 ц, руб. (y)	200	190	180	190	160	150	150	140	140	130

По данным таблицы:

- постройте уравнение регрессии $y = a_0 + \frac{a_1}{x}$;
- рассчитайте индекс корреляции и коэффициент детерминации, объясните их содержание.

9.4. По хозяйствам имеются следующие данные по урожайности и себестоимости картофеля.

Хозяйство	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Урожайность, ц/га (x)	86	101	96	104	155	126	105	122	170	65
Себестоимость 1 ц, руб. (y)	237	180	211	170	112	124	160	126	82	351

По данным таблицы:

- постройте уравнение регрессии $y = a_0 + \frac{a_1}{x}$;
- определите индекс корреляции и коэффициент детерминации, объясните их содержание.

9.5. Имеется функция, описывающая связь между годовым надоём молока и расходом кормов на одну корову: $y = 629,95 + 43,54x$.

- определите расход кормов x на одну корову при плане надоя молока y 2700 кг;
- при расходе кормов на одну корову в год 48,5 ц к. ед. определите возможный уровень надоя молока.

9.6. Зависимость урожайности культуры от количества внесенных минеральных удобрений описывается следующей функцией:

$$y = 18,71 + 4,60x - 0,26x^2.$$

Определите оптимальную дозу внесения удобрений и постройте график функции.

9.7. Имеется функция, показывающая зависимость издержек производства на одну корову (y) в зависимости от численности поголовья (x):

$$y = 540 - 8x - 0,05x^2 + 0,0001x^3.$$

Определите оптимальный размер фермы.

9.8. Установлена следующая корреляционная зависимость между средней температурой осени (20 августа – 20 октября) (x) и числом дней, начиная с первого августа до оптимального срока озимого сева (y):

$$y = 10,04x - 0,258x^2 - 48,4.$$

Определите оптимальные сроки начала сева озимых для лет со средней температурой осени: а) $+13^\circ$; в) $+8^\circ$.

ГЛАВА 10

СТАТИСТИКА РАСТЕНИЕВОДСТВА

10.1. СТАТИСТИКА ЗЕМЕЛЬНОГО ФОНДА

Задачи статистики земельного фонда. Под земельным фондом понимается общая площадь земель в границах отдельных землепользователей, административно-территориальных единиц или в целом по стране. Земля в сельском хозяйстве является главным средством производства. Отсюда вытекают основные задачи статистики земельных ресурсов:

- определение общего размера земельного фонда с дифференциацией по категориям землепользователей и видам угодий;
- определение состояний угодий и учет их трансформаций¹;
- сравнительная оценка качества земель и учет их мелиораций;
- исчисление и анализ показателей эффективности использования земли.

Классификация земель по целевому назначению. В соответствии с целевым назначением и хозяйственным использованием различают земли:

- сельскохозяйственного назначения;
- земли населенных пунктов;
- земли промышленности, транспорта, курортов, заповедников и иного несельскохозяйственного назначения;
- земли государственного запаса;
- земли государственного лесного фонда;
- земли государственного водного фонда.

Землями сельскохозяйственного назначения называют земли, находящиеся в пользовании или в собственности предприятий, хозяйств, обществ и организаций, занимающихся производством сельскохозяйственной продукции.

К землям населенных пунктов относят территории, отведенные генеральным планом развития городов, поселков и иных населенных пунктов.

¹ Здесь: переход одних видов угодий в другие.

Земли государственного запаса — это участки (территории), которые не предоставлены в пользование различным землепользователям и находятся в ведении государства.

Земли государственного лесного фонда — это земли, покрытые лесами, а также земли, предназначенные для ведения лесного хозяйства.

К землям водного фонда относят земли водохозяйственных предприятий, организаций и хозяйств.

Таким образом, земельный фонд по целевому назначению и хозяйственному использованию делят на земли сельскохозяйственного назначения, используемые в сельскохозяйственном производстве, и несельскохозяйственного назначения.

Распределение земель по землепользователям и угодьям. Общий земельный фонд делят на сельскохозяйственные и несельскохозяйственные угодья. К сельскохозяйственным угодьям (СУ) относят земли, на которых ведется сельское хозяйство, т. е. предназначенные для получения сельскохозяйственной продукции:

- пашня (земли, используемые под посевы и пары);
- залежь (необработанная пашня);
- многолетние насаждения (сады, ягодники, виноградники и т. п.);
- сенокосы (земли, используемые для сенокосения);
- пастбища (земли, используемые для выпаса скота).

К несельскохозяйственным угодьям (НУ) относят следующие виды угодий:

- леса и кустарники (в том числе площади, предназначенные для ведения лесного хозяйства);
 - болота;
 - земли под водой (площади, занятые реками, озерами, водохранилищами);
 - земли под постройками, дорогами, прогонами;
 - прочие земли, не используемые в сельском хозяйстве.
- Землепользователями являются (табл. 10.1):
- сельскохозяйственные предприятия;
 - промышленные, транспортные и иные несельскохозяйственные предприятия, организации и учреждения;
 - граждане.

Земельный кадастр. Под земельным кадастром понимается систематизированный свод сведений о земле, характеризующий землепользователей, распределение земель, качество и сравни-

тельную ценность земли по республикам, краям, областям, районам, хозяйствам и внутрихозяйственным подразделениям.

Земельный кадастр включает сведения:

- о землепользователях;
- количественный учет земель;
- бонитировку (классификацию) земель;
- экономическую оценку земель;
- кадастровые земельные карты.

Таблица 10.1

Распределение земель России по землепользователям, занимающимся сельскохозяйственным производством, и видам угодий (млн га; по состоянию на 1 января 1998 г.)

Землепользователь	Общая земельная площадь	В том числе сельскохозяйственные угодья	Из них	
			пашня	сенокосы и пастбища
Земли, используемые землепользователями, занимающимися сельскохозяйственным производством	699,9	206,2	124,6	77,6
В том числе:				
сельскохозяйственные предприятия и организации	549,0	165,8	108,6	54,8
крестьянские (фермерские) хозяйства	29,5	11,7	8,8	2,8
граждане	11,0	10,2	4,6	4,2
Земли, находящиеся в ведении городских, поселковых и сельских органов власти	30,1	17,4	2,2	15,1
Прочие	80,3	1,1	0,4	0,7

Источник. Сельское хозяйство в России. — М.: Госкомстат России, 1998.

Существующая землеустроительная служба ежегодно на 1 января составляет земельный баланс с точностью до сотых долей гектара по землепользователям и угодьям.

В нашей стране принята единая классификация почв, предложенная Почвенным институтом им. В. В. Докучаева. Все почвы систематизированы: по генетическим типам, подтипам, ро-

дам, видам и разновидностям. Каждая разновидность почвы имеет определенные природные, только ей присущие физико-химические свойства. Под бонитировкой почв понимается определение их количественного состава согласно принятой классификации.

Под экономической оценкой земли понимается сравнительная ценность земли как средства производства в зависимости от ее природных свойств, окружающей среды и экономических условий.

Экономическая оценка земли — завершающий этап земельного кадастра, после которого составляют кадастровые карты.

Земельный кадастр необходим для дальнейшего совершенствования руководства и управления в сельском хозяйстве, усиления хозрасчетных стимулов, объективной оценки хозяйственно-финансовой деятельности сельскохозяйственных предприятий, создания равных условий оплаты за равный труд.

В качестве критериев экономической оценки используются валовая продукция и чистый доход с единицы площади земельных угодий. Оценка земли по валовому продукту позволяет установить ценность земли как средства производства с точки зрения выхода валовой продукции на единицу площади. Этот показатель необходим для дифференцированного подхода к планированию объема производства на 100 га земельной площади, рационального использования сельскохозяйственных угодий и т. д. Оценка же земли по чистому доходу дает возможность выразить относительную ценность земли с точки зрения доходности (рентабельности), получаемой с единицы площади, и может быть использована при дифференцированном налогообложении, выявлении ренты и т. д.

Оценку земли выражают в баллах или коэффициентах по формуле

$$Б \text{ (или } K_z) = \frac{ВП(ЧД)}{ВП_z(ЧД_z)} \cdot 100,$$

- где $Б$ — оценочный балл;
 K_z — коэффициент оценки участков земли по валовой продукции или чистому доходу;
 $ВП$ и $ЧД$ — валовая продукция и чистый доход с единицы площади оцениваемой земли;
 $ВП_z$ и $ЧД_z$ — соответственно валовая продукция и чистый доход с земель, принятых за эталон, т. е. оцененных в 100 баллов или принятых за единицу.

При такой оценке лучшие по качеству почвы в соответствии с принятой классификацией, дающие наибольший выход продукции и чистый доход, оценивают в 100 баллов или принимают за единицу. Все остальные земли будут иметь соответствующий балл (Б) или коэффициент (K_z).

Для сравнительной локальной оценки земли можно использовать среднюю многолетнюю урожайность ведущей культуры, которая принимается за единицу. Тогда урожайность по районам (хозяйствам) будет иметь соответствующие коэффициенты — больше или меньше единицы. Использование категории урожайности в качестве критерия сравнительной локальной оценки земель связано с тем, что она содержит не только почвенно-климатические, но и экономические условия.

Показатели использования земли. К этим показателям относят ряд коэффициентов, по которым судят об интенсивности использования общей земельной площади, пахотных угодий и пашни:

- коэффициент интенсивности вовлечения земли в хозяйственный оборот (K_x):

$$K_x = \frac{СУ}{ОП},$$

- где $СУ$ — площадь сельскохозяйственных угодий;
 $ОП$ — общая земельная площадь;

- удельный вес пахотных земель в составе сельскохозяйственных угодий ($K_{пз}$):

$$K_{пз} = \frac{П + З + МН}{СУ},$$

- где $П$, $З$, $МН$ — соответственно площади пашни, залежи и многолетних насаждений;

- коэффициент использования пахотных земель ($K_{ипз}$):

$$K_{ипз} = \frac{П}{П + З + МН};$$

- коэффициент использования пашни ($K_{ип}$):

$$K_{\text{ип}} = \frac{\text{ПП}}{\text{П}},$$

где ПП — посевная площадь сельскохозяйственных культур.

Основной показатель экономической эффективности использования земли — выход продукции сельского хозяйства в натуральном и денежном выражении в расчете на 100 га земельных угодий.

Каждый вид сельскохозяйственной продукции относится или ко всем сельскохозяйственным угодьям, или к пашне, или к посевам зерновых культур в зависимости от того, какие угодья в основном используются для его производства. Например, производство зерна рассчитывают на 100 га пашни; мяса, молока и шерсти — на 100 га сельскохозяйственных угодий; свинины — на 100 га пашни; яиц — на 100 га посевов зерновых культур. Показатель эффективности исчисляют по формуле

$$\mathcal{E}_3 = \frac{\text{О}}{\text{СУ(или П}_3)} \cdot 100,$$

где $\mathcal{E}_3$ — эффективность использования земли;
О — объем произведенной продукции;
СУ — площадь сельскохозяйственных угодий;
П — площадь пашни.

Показатели производства продукции на 100 га земельных угодий характеризуют экономическую эффективность использования земли в динамике по хозяйству, району, области, республике или же в целом по стране.

Из стоимостных показателей экономической эффективности использования земли наибольшее значение имеют выход валовой и товарной продукции, валового и чистого дохода в расчете на 100 га сельскохозяйственных угодий. Расчет ведется по формулам:

$$\mathcal{E}_3 = \frac{\text{ВП (или ТП, ВД, ЧД)}}{\text{СУ}} \cdot 100,$$

где ВП и ТП, ВД и ЧД — соответственно валовая и товарная продукция, валовой и чистый доход (руб.).

Указанные денежные показатели для сравнительных целей можно использовать только в отношении хозяйств и районов в пределах одной зоны с одинаковыми распаханностью и качеством земельных угодий. В других случаях они малопригодны из-за различной структуры сельскохозяйственных угодий.

Для сравнительных целей применяются показатели экономической эффективности использования земли, рассчитанные по формуле

$$\mathcal{E}_3 = \frac{\text{ВП (или ТП, ВД, ЧД)}}{K_3 \text{ ПУ}} \cdot 100,$$

где ПУ — площадь условной пашни (га).

Коэффициенты перевода сельскохозяйственных угодий в условную пашню рассчитывают в зависимости от их продуктивности в кормовых единицах. Например, средняя многолетняя продуктивность 1 га в центнерах кормовых единиц: пашни — 18; сенокосов — 3,6, пастбищ — 1,8. Продуктивность пашни принимают за единицу. Таким образом, коэффициент перевода для сенокосов составляет 0,2 (3,6/18), для пастбищ — 0,1 (1,8/18).

Коэффициент экономической оценки земли служит для сравнения по качеству земельных угодий различных зон, районов, отдельных хозяйств.

10.2. СТАТИСТИКА ПОСЕВНЫХ ПЛОЩАДЕЙ

Статистика учитывает посевные площади под отдельными культурами, группой культур и общую посевную площадь.

Статистика посевных площадей является важным разделом статистики растениеводства, так как наряду с урожайностью определяет валовой сбор продукции.

Специальные посевы. Наряду с посевными площадями культур в чистом виде на пашне различают специальные посевы.

Уплотненные (междурядные) — посевы в междурядьях пропашных культур и сада. Площади в междурядьях пропашных культур в общий итог посевной площади не включаются, а учитываются отдельно в пересчете на сплошные посевы, исходя из норм высева семян. Посевы в междурядьях сада включают в площадь соответствующей культуры и в общую посевную площадь.

Таблица 10.2

Схема исчисления отдельных категорий посевных площадей

Вид посевов	Категория посевных площадей						
	Всего, га	Обсемененная		Весенняя продуктивная	Занятая посевами	Уборочная	Фактически убранный
		под урожай данного года	в данном календарном году				
Озимые прошлого года	+	+		+	+	+	+
Озимые, погибшие до конца весеннего сева	+			—		—	—
Пересеяно озимых яровыми	+	+	+	+		+	+
Яровые текущего года (без пересева озимых и многолетних трав)	+	+	+	+	+	+	
Многолетние травы текущего года:							
беспокровные	+	*	+	+	+	*	*
подпокровные	+	*	+			*	*
Многолетние травы прошлых лет	+			+	+	+	+
Посевы, погибшие летом:	+					—	—
повторные (пожнивные)	+	+	+			+	+
посевы в междурядьях пропашных культур	+	+	+			+	+
посевы в междурядьях сада	+	+	+	+	!	+	+
посевы на зеленое удобрение	+	+	+		+		

Примечание: + — включается; — — исключается; * — если планируется уборка.

Примечание: + — включается; — — исключается; * — если планируется уборка.

Повторные (пожнивные) — посевы яровых культур, проведенные после уборки основной культуры для получения второго урожая. Учитываются отдельно.

Промежуточные культуры — площади озимых культур, использованные на зеленый корм, на которых проведены посевы яровых культур. Площади яровых культур считаются основными, промежуточных культур учитываются отдельно.

Предварительные культуры — площади посева на лугах и пастбищах, под покров которых высеяны травы, в целях залужения. Предварительные культуры включаются в площадь культур и в общую посевную площадь.

Смешанными называют посевы двух или более культур на одной и той же площади.

Категории посевных площадей. В зависимости от характера и назначения различают следующие категории посевных площадей (табл. 10.2):

- обсемененную;
- весеннюю продуктивную;
- площадь, занятую посевами;
- уборочную площадь;
- фактически убранную.

Под обсемененной площадью подразумевают площадь, на которую высеяны семена. В обсемененную площадь одна и та же площадь может входить дважды. Так, при подсеве к основной культуре многолетних трав в обсемененную площадь входит основная культура и травы.

Двойной учет отдельных участков (пересев погибших, повторные посевы) обусловлен тем, что размер обсемененной площади показывает, на какую площадь были затрачены семена, труд, техника, топливосмазочные материалы и т. д.

Обсемененная площадь может быть определена под урожай данного года и площадь, обсемененную в данном календарном году.

В первом случае эта площадь включает посевы яровых текущего года и озимые прошлого года; во втором — посевы яровых и озимых отчетного года под урожай будущего года.

Показатель обсемененной площади используется для определения потребности в семенах, рабочей силе, технике и других целей.

Весенняя продуктивная площадь — вся площадь, занятая посевами ко времени окончания весеннего сева. В ее состав включают сохранившиеся посевы озимых, многолетних технических культур и многолетних трав посева прошлых лет, посевы яровых текущего года, включая пересев погибших озимых яровыми.

Весенняя продуктивная площадь — это площадь, с которой предполагается получить продукцию в данном году. В ее состав один и тот же участок может быть включен только один раз. В весеннюю продуктивную площадь не включают подпокровные многолетние травы, повторные, промежуточные и междурядные посевы (кроме междурядий садов), а также посевы на зеленое удобрение. Весенняя продуктивная площадь является основной категорией посевной площади.

Площадь, занятая посевами, — это весенняя продуктивная площадь плюс непересекаемая площадь осенне-зимней гибели озимых и посевы на зеленые удобрения.

Уборочная площадь — вся площадь, с которой в текущем году должен быть собран урожай сельскохозяйственных культур. Ее размер определяют путем исключения из весенней продуктивной площади посевов, погибших летом, посевов, с которых урожай в текущем году убирать не будет и прибавления площадей, с которых урожай в этом году получают дважды.

Фактически убранная площадь — вся площадь, на которой проведены уборочные работы.

В табл. 10.3 приведена структура посевных площадей по группам культур в целом по России. К сожалению, общая площадь посевов сократилась на 22,58 млн га, отрадно лишь то, что структура несколько улучшилась.

Таблица 10.3

Структура посевных площадей сельскохозяйственных культур в России
(все категории хозяйств; млн га)

Культура	Млн га		В % к итогу	
	1985	1997	1985	1997
Зерновые и зернобобовые	68,14	53,63	57,2	55,5
Технические	5,73	5,40	4,8	5,6
Картофель и овощебахчевые	4,43	4,27	3,7	4,4
Кормовые	40,83	33,25	34,3	34,5
Итого посевов	119,13	96,55	100	100

10.3. СТАТИСТИКА МНОГОЛЕТНИХ НАСАЖДЕНИЙ

Многолетними называют насаждения, которые дают продукцию в течение продолжительного периода. Статистика многолетних насаждений учитывает только те насаждения, которые имеют хозяйственное значение. Леса и полезащитные полосы к многолетним насаждениям сельскохозяйственного назначения не относятся. Они принадлежат к лесному хозяйству и учитываются статистикой лесных насаждений.

Многолетние насаждения по характеру получаемой продукции подразделяют на следующие основные виды:

- плодовые;
- ягодные;
- виноградные;
- шелковица (тутовник);
- хмель;
- чайные плантации.

Плодовые насаждения, кроме того, подразделяются по породам и культурам.

В общую площадь садов, ягодников и виноградников включают обособленные их площади и площади под отдельно стоящими деревьями и кустами. Площадь под отдельно стоящими деревьями исчисляют делением их общего числа на норму посадки на гектар.

Например, в хозяйстве имеется 250 деревьев, высаженных на склонах, по межах и т. д. Норма посадки — 125 деревьев на 1 га. В этом случае площадь под отдельно стоящими деревьями составит 2 га (250/125).

В хозяйствах на одном участке многолетние насаждения могут быть разных пород (семечковые, косточковые). В таком случае общую площадь насаждений распределяют по группам делением количества деревьев каждой породы на норму посадки на гектар.

Иногда в междурядьях плодовых деревьев высаживают клубнику, смородину, малину и другие культуры. В таких случаях площадь, занятую под ягодными насаждениями, показывают дробью: в числителе — обособленную, а в знаменателе — общую площадь ягодников.

Площадь под смородиной и крыжовником в междурядьях плодовых насаждений находят путем деления числа кустов на среднюю норму посадки на гектар.

Размер площади под земляникой, клубникой, малиной в междурядьях устанавливают обмером фактически занятой площади.

Экономико-статистический анализ данных о многолетних насаждениях заключается в расчете следующих показателей:

- выполнения планов закладки многолетних насаждений;
- структурных изменений в составе многолетних насаждений;
- возрастного и сортового состава многолетних насаждений;
- группировке хозяйств по размерам садов;
- удельного веса насаждений в плодоносящем возрасте;
- плотности (густоты посадки) многолетних насаждений;
- динамики площадей многолетних насаждений;
- распределения многолетних насаждений по категориям хозяйств;
- территориального размещения садов.

Важным показателем в анализе состояния многолетних насаждений является коэффициент изреженности (выпадов) насаждений. Его рассчитывают отношением числа погибших деревьев к числу первоначально посаженных.

10.4. СТАТИСТИКА АГРОТЕХНИКИ И МЕЛИОРАЦИЙ

Агротехника включает в себя комплекс (систему) мероприятий по возделыванию сельскохозяйственных культур, направленный на получение высоких и устойчивых урожаев, повышение плодородия почвы.

К системе агротехнических мероприятий относят:

- введение и освоение севооборотов;
- подготовку почвы для посева сельскохозяйственных культур;
- обеспечение растений достаточным количеством органических и минеральных удобрений и правильное их применение;
- обеспечение хозяйства семенами высокоурожайных (районированных) сортов, приспособленных к местным условиям;
- сроки и способы сева сельскохозяйственных культур;
- уход за посевами;
- сроки и способы уборки урожая;
- мелиорацию земель;
- выполнение всего комплекса работ в оптимальные сроки.

Все эти вопросы, а также множество других являются объектами статистического учета в зависимости от поставленных целей исследования.

Введение и освоение севооборотов. По степени освоения севообороты делят на введенные и освоенные. Введенными называют севообороты, в которых имеются нарезанные поля в натуре и принят план чередования культур. К освоенным относятся севообороты, в которых освоены включенные в них земли, соблюдаются границы полей и чередование культур. Показателями, характеризующими внедрение севооборотов, являются: распределение хозяйств по степени освоения севооборотов с указанием площади пашни, включенной в них; количество введенных (в том числе освоенных) севооборотов различных типов и площадь пашни, включенная в них; распределение введенных севооборотов по числу полей и т. д.

Способы подготовки почвы. Подготовка почвы зависит от предшественников. Лучшими для озимых являются пары. Например, если из 1000 га озимой ржи 150 га размещены по чистым парам, то говорят, что 15 % ($\frac{150}{1000} \cdot 100$) площади озимых размещено на пару. Существенным показателем является обеспечение культур зябью. Например, при площади яровых культур в 1500 га было подготовлено зяби 450 га. В этом случае обеспеченность яровых культур зяблевой вспашкой составляет 30 % ($\frac{450}{1500} \cdot 100$).

Применение органических и минеральных удобрений. Химизация сельского хозяйства является действенным приемом повышения урожаев сельскохозяйственных культур. Подсчитано, что 2/3 всего сбора растениеводческой продукции в мире получают за счет средств химии.

Планирование и учет минеральных удобрений ведется по количеству действующего вещества и в условных (стандартных) туках. Количество удобрений в действующем веществе ($МУ_{дв}$) определяют следующим образом:

$$МУ_{дв} = \frac{\Phi \cdot K}{100},$$

где Φ — вес удобрений в натуре;

K — содержание действующего вещества в удобрении.

Например, внесено 300 ц суперфосфата, который содержит 21% P_2O_5 . Количество удобрений в пересчете на действующее вещество составит 63 ц ($\frac{300 \cdot 21}{100}$). Для пересчета минеральных удобрений в стандартные туки применяют формулу ($MU_{ст}$):

$$MU_{ст} = \frac{Ф \cdot К}{К_{ст}},$$

где $K_{ст}$ — стандартное содержание питательных веществ (для калийных K_2O — 41,6 %, азотных N — 20,5 %, фосфорных P_2O_5 — 18,7 %).

В нашем примере это составит 337 ц ($\frac{300 \cdot 21}{18,7}$).

Если используются сложные удобрения или смеси, то их рассчитывают по видам в соответствии с содержанием NPK.

Качество семян. Качество семенного материала, например зерновых культур, характеризуется: всхожестью, чистотой (засоренностью), хозяйственной годностью, натурой (вес 1 л зерна), влажностью, энергией прорастания и другими показателями. Всхожесть и чистота определяются в процентах к взятым пробам. Хозяйственная годность — произведение всхожести на чистоту. Например, если всхожесть семян 95%, а чистота 80%, то хозяйственная годность составит 76% ($95 \cdot 80/100$). Если норма высева 1,5 ц на гектар, то фактически надо высевать таких семян 1,97 ц ($1,5/0,76$).

Иногда приходится определять средние даты начала и конца работ. В этом случае используют средние арифметические взвешенные. Например, в районе 27 хозяйств, 10 из которых начали сев 28 апреля, другие 17 — 4 мая. Чтобы узнать среднюю дату начала сева, необходимо установить количество дней от первого числа месяца, в котором начали сев:

для 10 хозяйств — 28 дней (считая от 1 апреля);
для 17 хозяйств — 34 дня.

Средняя дата выпадает на 2 мая:

$$\frac{28 \cdot 10 + 34 \cdot 17}{10 + 17} = 32.$$

Качество полевых работ оценивается по следующей градации: отлично, хорошо, удовлетворительно, плохо.

Мелиорация земель. Мелиорация (улучшение) земель включает множество мероприятий, обеспечивающих повышение плодородия почв. Объектом *гидротехнических* (инженерных) мелиораций является водно-воздушный режим почв (например, для Нечерноземья это осушение избыточно увлажненных почв). Объектом *агротехнических* мелиораций служит физико-химический состав почв. Так, для Нечерноземья это известкование кислых почв. Объектом *культуртехнических* мелиораций служит поверхность почв (это уборка камней, срезка кочек, раскорчевка пней, кустарников, планировка и т. п.). *Лесотехнические* мелиорации направлены на улучшение среды произрастания растений.

10.5. СТАТИСТИКА УРОЖАЯ И УРОЖАЙНОСТИ

Задачи статистики урожая и урожайности. Урожай и урожайность — основные результативные показатели деятельности сельскохозяйственных предприятий. В уровне урожайности сельскохозяйственных культур концентрируется практически вся система ведения хозяйства: технология возделывания культур; уровень механизации, электрификации и автоматизации; организация производства, труда и управления. Сами же различия в уровне ведения хозяйства по их типам, географии и другим суммируются в урожайности.

В задачу статистики урожая и урожайности входят: обеспечение своевременного определения валового сбора и урожайности по культурам и группам культур; изучение динамики этих показателей; анализ факторов, влияющих на урожай и урожайность; изучение передового опыта и выявление резервов повышения урожая и урожайности.

Урожаем культуры, или *валовым сбором*, называют общий объем продукции, полученный со всей площади посева культуры. *Под урожайностью* понимают количество продукции, полученной с 1 га посева культуры.

Статистика изучает:

- виды на урожай;
- урожай на корню;
- фактический урожай.

Видовой урожай. Виды на урожай представляют ожидаемые объемы валового сбора и урожайности культуры в период вегетации растений.

Виды на урожай позволяют установить урожай после определенных стадий развития растений. При этом предполагается, что последующие формы развития не повлияют на урожайность.

На ранних стадиях вегетации оценка заключается в качественной характеристике состояния посевов на отдельных участках: отличные, хорошие, средние, плохие и в исчислении средневзвешенных оценок всего посева культуры или группы однородных культур.

На более поздних стадиях, при оценке видов на урожай, применяют количественные характеристики. Оценка вида на урожай на этой стадии используется для расчета ожидаемого валового сбора.

Урожай на корню. Урожай на корню — это урожай культуры перед началом уборки (биологический урожай).

Фактический урожай. Фактический, или амбарный, урожай — это количество оприходованной продукции. Фактический урожай от урожая на корню отличается на величину потерь.

Выборочное измерение биологической урожайности. Выборочное измерение биологической урожайности зерновых культур производится при помощи метровок (рамки размером 1 м × 1 м (1 м²)).

В зависимости от «пестроты» урожая на каждом поле равномерно размещают до 100 метровок. При этом интервал размещения рамки рассчитывают по следующей формуле:

$$h = \sqrt{\frac{10000 \cdot \Pi}{n}},$$

где h — интервал метровок;

Π — площадь поля;

n — число проб.

Например, если поле 40 га и число проб 20, то интервал составит примерно 140–150 м $\left(\sqrt{\frac{10000 \cdot 40}{20}}\right)$.

Срезанные с метровок колосья связывают в снопики, которые обмолачивают. Разделив общий вес намолоченного зерна на число взятых проб, устанавливают средний вес зерна в граммах с одного квадратного метра. Для перевода в центнеры с гектара полученное число делят на 10. Например, если средний урожай с 1 м² 200 г, то урожайность с 1 га в центнерах составит 20.

Выборочное измерение урожайности на корню по пропашным культурам производится при помощи пятиметровок (деревянная планка длиной 5 м). Пробы равномерно размещают по всему массиву. В пределах каждой пятиметровки собирают урожай. Вес собранной продукции делят на число погонных метров. В итоге получают вес продукции в среднем на 1 погонный метр рядка посева. Далее определяют число рядков на 1 погонный метр. Эта величина, обратная ширине междурядий, выраженной в метрах. Так, если ширина междурядий 70 см, то на 1 погонный метр будет приходиться 1,43 рядка (1/0,70). Затем умножением урожая с 1 погонного метра на количество рядков получаем урожай с 1 м²; делением на 10 получаем в центнерах с 1 га.

Например, вес картофеля в среднем с 1 погонного метра 1400 г, число рядков 1,43 (ширина междурядий 70 см), урожай с 1 м² составит 2002 г, или 200 ц/га.

Среднюю урожайность рассчитывают по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum y\Pi}{\sum \Pi},$$

где y — урожайность культуры;

Π — площадь посева.

Фактическую урожайность по хозяйству рассчитывают по данным учета: оприходованная продукция на площадь в гектарах

$$y = \frac{BC}{\Pi},$$

где BC — валовой сбор.

Возникает вопрос — на какую площадь надо отнести валовой сбор? Пусть имеются данные по двум хозяйствам (табл. 10.4).

Таблица 10.4

Площади и валовой сбор зерна по хозяйствам

Хозяйство	Посевная площадь, га		Валовой сбор, ц	Урожайность, ц/га	
	весенняя продуктивная	фактически убранный		весенней продуктивной	фактически убранный
1	1000	1000	24000	24,0	24,0
2	1000	800	20000	20,0	25,0

Если рассмотреть урожайность в расчете на 1 га фактически убранный площади, то урожайность во втором хозяйстве выше, но здесь 200 га оказались неубранными, хотя площадь была занята посевами. Поэтому в статистике урожайность определяется в расчете на весеннюю продуктивную площадь. Урожайность с фактически убранный площади используется в чисто агрономических, исследовательских целях.

Сбор урожая зерновых культур и подсолнечника определяется в первоначально оприходованном (бункерном) весе. По всем остальным культурам урожай показывается в чистом весе.

Определение урожая зерновых культур. Стандартная влажность зерна, пригодная для хранения, — 14 %. Поэтому бункерный вес сразу же пересчитывается на показатель этой влажности:

$$BC = \frac{100 - P}{86} BC',$$

где BC и BC' — соответственно валовой сбор (вес) зерна к оприходованию и бункерный вес зерна, поступивший от комбайна;

P — влажность зерна, поступившего на ток (склад) в процентах.

Вес соломы определяют взвешиванием или обмером, чаще всего по соотношению с весом намолоченного зерна, которое находят опытным путем.

Определение урожая некоторых других культур. Валовой сбор зеленой массы определяют или сплошным взвешиванием, или выборочным. Например, автомобилем грузоподъемностью 3 т сделано 70 рейсов с зеленой массой. Результаты взвешивания, кг:

утром — 3200,
днем — 2800,
вечером — 3100.

Средний вес, таким образом, составляет 3033 кг, а общий вес зеленой массы, перевезенной этим автомобилем, — 121,3 т (3,033 · 70).

Сеяные травы, убранные на сено, учитывают либо сплошным взвешиванием, либо обмером скирд (стогов). Если на одной и той же площади сеяных трав было несколько укосов, то в площади указывается только ее размер в первом укосе. Если укосы использовались на сено и зеленый корм, то площади показываются в отчете два раза.

В валовом сборе продукции льноводства показывается сбор соломы и тресты в пересчете на волокно и сбор семян.

Урожайность тепличных культур определяется на 1 м² инвентарной и оборотной площадей в килограммах.

Экономико-статистический анализ урожайности культур. Задачами экономико-статистического анализа урожая и урожайности сельскохозяйственных культур являются: контроль выполнения плана валового сбора и урожайности; анализ динамики урожайности; изучение факторов изменения размеров валового сбора; сравнение урожайности по территориальным формированиям; сравнение урожайности в опытных учреждениях и в рядовых хозяйствах; анализ распределения валового сбора по категориям хозяйств и т. п.

Проанализируем выполнение плана по урожайности зерновых культур по хозяйству (табл. 10.5)

Таблица 10.5

Посевные площади, урожайность
и валовой сбор зерновых культур по n-му хозяйству в 2000 г.

Культура	Посевная площадь, га		Урожайность, ц/га		Валовой сбор, ц			Индивидуальный индекс урожайности
	факт	план	факт	план	план	факт	условный	
A	П _n	П _ф	У _n	У _ф	У _n П _n	У _ф П _ф	У _n П _ф	i _y
Озимая рожь	500	500	25	28	12500	14000	12500	1,1200
Ячмень	300	400	30	25	9000	10000	12000	0,8333
Овес	400	350	25	30	10000	10500	8750	1,2000
Итого	1200	1250	26,2	27,6	31500	34500	33250	1,0514

1. В первую очередь рассчитаем индивидуальные индексы урожайности по культурам:

$$i_y = \frac{y_{\phi}}{y_n} \text{ (см. табл. 10.5).}$$

2. Расчет средней урожайности зерновых культур ведется по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum y \Pi}{\sum \Pi};$$

$$\bar{y}_n = \frac{\sum y_n \Pi_n}{\sum \Pi_n} = \frac{31500}{1200} = 26,25 \text{ ц/га};$$

$$\bar{y}_{\phi} = \frac{\sum y_{\phi} \Pi_{\phi}}{\sum \Pi_{\phi}} = \frac{34500}{1250} = 27,60 \text{ ц/га}.$$

3. Степень выполнения плана по урожайности зерновых культур определяется общим индексом (индексом переменного состава):

$$J_{\text{упс}} = \frac{\sum y_{\phi} \Pi_{\phi}}{\sum \Pi_{\phi}} : \frac{\sum y_n \Pi_n}{\sum \Pi_n} = \frac{\bar{y}_{\phi}}{\bar{y}_n} = \frac{27,6}{26,25} = 1,0514.$$

Таким образом, план по урожайности зерновых культур выполнен на 105,1 %. Фактическая урожайность превысила плановую на 1,35 ц/га (27,60 – 26,25).

4. На изменение урожайности повлияли два фактора – это собственно изменение урожайности отдельных культур и изменение структуры посевных площадей. Для определения влияния изменения урожайности культур рассчитывают общий индекс урожайности фиксированного состава:

$$J_{\text{уфс}} = \frac{\sum y_{\phi} \Pi_{\phi}}{\sum y_n \Pi_{\phi}} = \frac{34500}{33250} = 1,0376.$$

Индекс урожайности фиксированного состава показывает, что урожайность зерновых культур возросла на 3,8 % за счет изменения урожайности отдельных культур. В абсолютных величинах это изменение рассчитывают следующим образом:

$$\Delta_{\text{ук}} = \bar{y}_{\phi} - \frac{\sum y_n \Pi_{\phi}}{\sum \Pi_{\phi}} = 27,6 - 26,6 = 1 \text{ ц/га}.$$

5. Для определения изменения урожайности зерновых культур за счет изменения структуры посевов рассчитывают общий индекс структуры:

$$J_c = \frac{J_{\text{упс}}}{J_{\text{уфс}}} = \frac{1,0514}{1,0376} = 1,0133.$$

Если индекс структуры больше единицы, то структура улучшена, и наоборот. В нашем примере урожайность зерновых культур повысилась по сравнению с плановой на 1,3 % за счет улучшения структуры посевных площадей. Безусловно, что $J_{\text{упс}} = J_{\text{уфс}} \cdot J_c = 1,0376 \cdot 1,0133 = 1,0514$.

В абсолютных величинах это подсчитывается по следующей формуле:

$$\Delta_c = \frac{\sum y_n \Pi_{\phi}}{\sum \Pi_{\phi}} - \bar{y}_n = 26,6 - 26,25 = 0,35 \text{ ц/га},$$

т. е. урожайность зерновых культур повысилась за счет улучшения структуры посевных площадей по сравнению с плановой на 0,35 ц/га. Таким образом, общее повышение урожайности на 1,35 ц/га произошло за счет изменения урожайности отдельных культур на 1 ц/га и за счет улучшения структуры посевов на 0,35 ц/га. Безусловно, что $\Delta_y = \Delta_{\text{ук}} + \Delta_c$. Если анализируется изменение урожайности в динамике, то вместо плановых показателей используются показатели базисного периода (периода, с которым сравнивается фактическая урожайность).

Рассмотрим это на примере анализа урожайности картофеля по группе хозяйств (табл. 10.6).

1. Рассчитываются индивидуальные индексы урожайности картофеля по хозяйствам: $i_y = y_1 / y_0$ (табл. 10.6).

Таблица 10.6

**Посевные площади, урожайность
и валовой сбор картофеля по хозяйствам**

Хозяйство	Посевные площади, га		Урожайность, ц/га		Валовой сбор, ц			Индивидуальный индекс урожайности
	в базисном году	в отчетном году	в базисном году	в отчетном году	в базисном году	в отчетном году	условный	
A	P_0	P_1	Y_0	Y_1	$Y_0 P_0$	$Y_1 P_1$	$Y_0 P_1$	i_y
1	100	90	200	180	20000	16200	18000	0,9000
2	200	210	150	160	30000	33600	31500	1,0667
3	150	170	250	200	37500	34000	42500	0,8000
4	300	300	120	150	36000	45000	36000	1,2500
5	250	230	138	96	34500	22200	31740	0,6956
Итого	1000	1000	158	151	158000	151000	159740	0,9557

2. Рассчитывается средняя урожайность картофеля в базисном и текущем периодах:

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum y_0 P_0}{\sum P_0} = \frac{158000}{1000} = 158 \text{ ц/га};$$

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum y_1 P_1}{\sum P_1} = \frac{151000}{1000} = 151 \text{ ц/га}.$$

3. Рассчитывается общий индекс урожайности переменного состава и абсолютное изменение урожайности картофеля за анализируемый период:

$$J_{\text{упс}} = \bar{y}_1 / \bar{y}_0 = \frac{151}{158} = 0,9557;$$

$$\Delta_y = 151 - 158 = -7 \text{ ц/га}.$$

В нашем примере урожайность картофеля по совокупности хозяйств снизилась за анализируемый период на 7 ц/га, или на 5,4%.

4. На изменение урожайности здесь также повлияли два фактора — это изменение урожайности картофеля по хозяйствам и структурам посевов (структурные сдвиги в посевах картофеля).

Расчет общего индекса урожайности фиксированного состава покажет изменение урожайности картофеля за счет изменения ее уровня по хозяйствам:

$$J_{\text{уфс}} = \frac{\sum y_1 P_1}{\sum y_0 P_1} = \frac{151000}{159740} = 0,9453;$$

$$\Delta_{\text{ук}} = \bar{y}_1 - \frac{\sum y_0 P_1}{\sum P_1} = 151 - 159,4 = -8,74 \text{ ц/га}.$$

Таким образом, за анализируемый период урожайность картофеля по хозяйствам за счет изменения ее уровня снизилась на 8,74 ц/га, или на 5,5%.

5. Расчет общего индекса структуры покажет изменение урожайности за счет структурных сдвигов в посевах картофеля по хозяйствам:

$$J_c = J_{\text{упс}} / J_{\text{уфс}} = 0,9557 / 0,9453 = 1,0110;$$

$$\Delta_c = \sum y_0 P_1 / \sum P_1 - \bar{y}_0 = 159,74 - 158 = 1,74 \text{ ц/га},$$

т. е. за счет улучшения размещения посевов (посадок) картофеля по хозяйствам его урожайность выросла на 1,74 ц/га, или на 1,1%.

6. Проверка правильности расчетов:

$$\Delta_y = \Delta_{\text{ук}} + \Delta_c = -8,74 + 1,74 = -7 \text{ ц/га};$$

$$J_{\text{упс}} = J_{\text{уфс}} \cdot J_c = 0,9453 \cdot 1,0110 = 0,9557.$$

Анализ динамики урожайности покажем на примере динамики урожайности зерновых культур по хозяйству (табл. 10.7). В целях упрощения расчетов взят короткий промежуток времени.

1. Средняя урожайность зерновых культур за 1994 — 2000 гг. составила 13,8 ц/га (96,5 / 7).

2. Аналитическое уравнение динамики выражается функцией

$$\tilde{y} = 13,8 + 0,1t.$$

Таблица 10.7

Расчет тренда урожайности зерновых культур по хозяйству

Год	t	Урожайность, ц/га	t^2	yt	$\bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$	$(y-\bar{y})^2$
1994	-3	12,5	9	-37,5	13,5	1,69	1,00
1995	-2	14,7	4	-29,4	13,6	0,81	1,21
1996	-1	15,3	1	-15,3	13,7	2,25	2,56
1997	0	12,8	0	0	13,8	1,00	1,00
1998	1	13,6	1	13,6	13,9	0,04	0,09
1999	2	11,4	4	22,8	14,0	5,76	6,76
2000	3	16,2	9	48,6	14,1	5,76	4,41
Σ	0	96,5	28	2,8	96,6	17,31	17,03

3. Общая дисперсия составляет

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n} = \frac{17,31}{7} = 2,47.$$

Общая дисперсия показывает колеблемость урожайности как за счет агротехники, так и за счет погодных условий.

4. Остаточная дисперсия составляет

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n} = \frac{17,03}{7} = 2,43.$$

Остаточная дисперсия показывает вариацию признака за счет случайных факторов (погодных условий).

5. Факторная дисперсия составляет

$$\delta^2 = \sigma^2 - \sigma_0^2 = 2,47 - 2,43 = 0,04.$$

Факторная дисперсия показывает вариацию признака за счет уровня агротехники за анализируемый промежуток времени.

6. Коэффициент детерминации составит

$$D = (\delta^2 / \sigma^2) \cdot 100 = (0,04 / 2,47) \cdot 100 = 1,62\%.$$

Это означает, что за указанный промежуток времени уровень агротехники возделывания зерновых культур оказывал влияние

на урожайность лишь на 1,62%. Остальная вариация связана с погодными условиями.

Факторы изменения размеров валового сбора сельскохозяйственных культур. Здесь в процессе анализа определяется влияние различных факторов на валовой сбор отдельных культур, их групп и всех сельскохозяйственных культур (в к. ед).

Фактический размер валового сбора по культуре может отклоняться от планового или базисного периода под влиянием двух факторов: изменения посевной площади и урожайности. Влияние этих факторов на размер валового сбора может быть определено следующим образом (табл. 10.8).

Таблица 10.8

Производство картофеля по хозяйству

1999			2000		
площадь, га	урожайность, ц/га	валовой сбор, ц	площадь, га	урожайность, ц/га	валовой сбор, ц
P_0	Y_0	$Y_0 P_0$	P_1	Y_1	$Y_1 P_1$
150	120	18000	175	140	24500

Факторы здесь подразделяются на количественные и качественные. К количественному фактору относится размер посевной площади, к качественному – урожайность картофеля. Определение их влияния сводится к исчислению разницы между базисными и отчетными показателями по каждому фактору и умножению ее на абсолютное значение другого фактора. При определении влияния количественного фактора разница по этому показателю умножается на базисное значение качественного фактора. При установлении влияния качественного фактора разница по этому показателю умножается на отчетное значение количественного фактора.

Общее изменение валового сбора составляет

$$\Delta_{\text{уп}} = Y_1 P_1 - Y_0 P_0 = 24500 - 18000 = 6500 \text{ ц,}$$

в том числе за счет изменения посевной площади

$$\Delta_n = Y_0 (P_1 - P_0) = 120 (175 - 150) = 3000 \text{ ц,}$$

за счет изменения урожайности

$$\Delta_y = (Y_1 - Y_0) \cdot P_1 = (140 - 120) \cdot 175 = 3500 \text{ ц.}$$

В индексах это будет выглядеть так:

$$i_{yn} = \frac{Y_1 P_1}{Y_0 P_0} = \frac{24500}{18000} = 1,3611;$$

$$i_p = \frac{P_1}{P_0} = \frac{175}{150} = 1,1667;$$

$$i_y = \frac{Y_1}{Y_0} = \frac{140}{120} = 1,1667;$$

$$i_{yn} = i_y \cdot i_p = 1,1667 \cdot 1,1667 = 1,3611.$$

Несколько сложнее определить влияние отдельных факторов на размер валового сбора по группе культур, так как здесь кроме влияния урожайности и площади действует фактор структуры посевов (табл. 10.9).

Таблица 10.9

Производство зерновых культур по хозяйству

Культура	Посевная площадь, га		Урожайность, ц/га		Валовой сбор, ц			Структура посевов	
	в базисном году	в отчетном году	в базисном году	в отчетном году	в базисном году	в отчетном году	условный	в базисном году	в отчетном году
А	P_0	P_1	Y_0	Y_1	$Y_0 P_0$	$Y_1 P_1$	$Y_0 P_1$	P_0'	P_1'
Озимая рожь	200	250	14,0	12,0	2800	3000	3500	20,0	21,7
Ячмень	300	400	18,0	20,0	5400	8000	7200	30,0	34,8
Овес	500	5000	20,0	25,0	10000	12500	10000	50,0	43,5
Итого	1000	1150	18,2	20,4	18200	23500	20700	100	100

1. Определяем общий индекс валового сбора и абсолютную разницу ($\Delta_{\text{вс}}$):

$$J_{\text{вс}} = \frac{\sum Y_1 P_1}{\sum Y_0 P_0} = \frac{23500}{18200} = 1,2912;$$

$$\Delta_{\text{вс}} = \sum Y_1 P_1 - \sum Y_0 P_0 = 23500 - 18200 = 5300 \text{ ц.}$$

За анализируемый промежуток времени валовой сбор зерновых культур вырос на 29,1%, или на 5300 ц.

2. Рассчитываем индекс урожайности фиксированного состава и определяем изменение валового сбора зерна за счет изменения урожайности зерновых культур (Δ_y):

$$J_{\text{уфс}} = \frac{\sum Y_1 P_1}{\sum Y_0 P_1} = \frac{23500}{20700} = 1,1353;$$

$$\Delta_y = \sum Y_1 P_1 - \sum Y_0 P_1 = 23500 - 20700 = 2800 \text{ ц.}$$

За счет изменения урожайности отдельных культур валовой сбор зерна увеличился на 13,5%, или на 2800 ц.

3. Рассчитываем общий индекс посевных площадей и изменение валового сбора за счет этого фактора (Δ_n):

$$J_n = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} = \frac{1150}{1000} = 1,1500;$$

$$\Delta_n = Y_0 (\sum P_1 - \sum P_0) = 18,2 \cdot 150 = 2730 \text{ ц.}$$

За счет расширения посевных площадей зерновых культур на 15 % валовой сбор зерна увеличился на 2730 ц.

4. Рассчитываем индекс структуры посевных площадей и прирост валового сбора за счет этого фактора (Δ_c):

$$J_c = \frac{\sum Y_0 P_1}{\sum P_1} : \frac{\sum Y_0 P_0}{\sum P_0} = \frac{\sum Y_0 P_1'}{\sum Y_0 P_0'};$$

$$= \frac{20700}{1500} : \frac{18200}{1000} = \frac{14 \cdot 21,7 + 18 \cdot 34,8 + 20 \cdot 43,5}{14 \cdot 20 + 18 \cdot 30 + 20 \cdot 50} = 0,9890;$$

$$\Delta_c = \sum Y_0 P_1 - Y_0 \sum P_1 = 20700 - 20930 = -230 \text{ ц.}$$

За счет ухудшения структуры посевных площадей (индекс меньше единицы) валовой сбор зерна снизился на 230 ц.

5. Проверяем индексы и абсолютные величины:

$$J_{\text{вс}} = J_{\text{уфе}} \cdot J_{\text{п}} \cdot J_{\text{с}} = 1,1353 \cdot 1,1500 \cdot 0,9890 = 1,2912;$$

$$\Delta_{\text{вс}} = \Delta_{\text{у}} + \Delta_{\text{п}} + \Delta_{\text{с}} = 2800 + 2730 - 230 = 5300 \text{ ц.}$$

УПРАЖНЕНИЯ

10.1. Имеются данные по хозяйствам.

Хозяйство	Площадь, га			Оценка в баллах			Валовая продукция земледелия, млн руб.
	пашни	сенокосов	пастбищ	пашни	сенокосов	пастбищ	
1	500	300	200	38	9	18	25,3
2	600	100	300	31	8	10	22,4

Вычислите выход валовой продукции на 100 га условной пашни с учетом качества.

Определите лучшее использование земли по хозяйствам.

10.2. По данным учета по хозяйству имеются следующие сведения, в га:

Озимые посевы прошлого года	500
Погибло озимых до конца сева яровых	50
Убрано озимых до конца сева яровых	100
Посеяно яровых	600
Кроме того:	
посеяно яровых в междурядьях сада	10
посеяно яровых в качестве предварительных культур на лугах и пастбищах	50
посеяно яровых на площади погибших озимых культур	30
посеяно яровых на площади озимых, использованных до конца сева яровых	80
Посеяно многолетних трав:	
беспокровных	200
подпокровных	200
Многолетние травы прошлых лет	300
Площадь культур, погибших летом	50
Пожнивные посевы	100
Сидеральные посевы	50
Неубранная площадь, оставшаяся к концу уборки	40
Озимые посевы текущего года	500

Рассчитайте категории посевных площадей.

10.3. С площади поля 15 га от комбайна поступили следующие партии зерна озимой ржи.

Партия	Вес, т	Влажность, %
1	7,3	15
2	6,8	16
3	7,2	17

Определите среднюю влажность зерна по всем партиям.

Определите фактический урожай (подлежащий оприходованию) со всего поля и с 1 га (стандартная влажность 14%).

10.4. С площади многолетних трав в 100 га получено (т):

Сена 1-го укоса с 50 га	150
Зеленой массы с остальной площади	1150
Сена со всей площади 2-го укоса	100

Определите урожайность сена и зеленой массы с 1 га площади (в центнерах).

10.5. С площади льна-долгунца в 150 га получено:

80 т тресты; 60 т соломок; 6 т семян.

Определите урожайность продукции льноводства (выход волокна из соломки 20%, из тресты 25%).

10.6. Для определения урожая ячменя на корню на поле в 9 га взято 4 пробы (метровки). После обмолота снопиков получены следующие данные (в граммах) по метровкам соответственно: 180, 200, 220, 240.

Определите интервал наложения метровок и биологический урожай (в центнерах с гектара).

10.7. На поле картофеля в 16 га получены следующие данные по пятиметровкам (в граммах): 7000, 7500, 6000, 6500. Ширина междурядий — 50 см.

Определите возможный валовой сбор (биологический урожай) картофеля со всей площади (в тоннах).

10.8. Имеются следующие данные по сбору картофеля.

Площадь, га	Валовой сбор, т	Крахмалистость, %
15	300	16
20	360	18

Определите урожайность картофеля в пересчете на крахмал (ц/га).

10.9. Известна динамика урожайности зерновых культур

Год	1995	1996	1997	1998	1999
Урожайность, ц/га	15	25	20	22	18

и уравнение тенденции изменения урожайности зерновых культур: $\bar{y} = 20 + 0,2t$.

Проведите дисперсионный анализ указанного ряда.

10.10. Валовая продукция АО составила 25 млн руб., что в пересчете на 100 га сельскохозяйственных угодий составило 2,5 млн руб. Распаханность сельскохозяйственных угодий — 50%, удельный вес сенокосов в их составе — 20%.

Определите площади пашни, сенокосов и пастбищ в АО.

Начертите круговую диаграмму, показывающую структуру земельного фонда АО, если общая площадь землепользования составляет 2000 га.

Рассчитайте коэффициент вовлечения земли в хозяйственный оборот.

10.11. В сельскохозяйственном предприятии 500 га пашни, что составляет 40% площади сельскохозяйственных угодий. Удельный вес пастбищ в сельскохозяйственных угодьях — 30%. Со всей площади сенокосов собрано 750 т сена.

Определите урожай сена с 1 га сенокосов.

Начертите круговую диаграмму, иллюстрирующую структуру землепользования, если общая земельная площадь составляет 2000 га.

10.12. На склад поступили следующие партии зерна: 10 т натурой 600 г; 5 т натурой 700 г; 15 т натурой 650 г.

Определите среднюю натуру зерна.

10.13. В хозяйстве на площадь пашни в 500 га было внесено следующее количество минеральных удобрений.

Удобрение	Количество, т	Содержание питательных веществ, в %		
		P ₂ O ₅	N	K ₂ O
Суперфосфат	100	21		
Аммофос	200	40	12	
Хлористый калий	100			54
Итого	400	×	×	×

Определите количество внесенных удобрений на 1 га пашни в натуре, в действующем веществе и в стандартных туках. Для перевода удобрений в стандартные туки используются стандарты:

для фосфорных — P₂O₅ = 18,7 %;

для азотных — N = 20,5 %;

для калийных — K₂O = 41,6 %.

10.14. По хозяйству имеется следующая информация.

Культура	Площадь, га	Норма высева, ц/га	Качество семян, %	
			всхожесть	засоренность
Озимая рожь	500	1,3	93	5
Ячмень	200	1,5	90	3
Овес	300	1,7	87	4

Определите общую потребность семян зерновых культур с учетом их качества.

Рассчитайте средние показатели всхожести, засоренности и хозяйственной годности семян в целом по зерновым культурам.

10.15. По хозяйству имеются следующие данные по семенам озимой ржи.

Партия семян	Вес, т	Качество		
		всхожесть, %	засоренность, %	натура, г
1	100	95	3	750
2	50	97	4	720
3	70	98	2	770

Рассчитайте средние показатели качества семян.

10.16. Имеются следующие данные по группе хозяйств.

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Площадь посева, тыс. га	330	300
Валовой сбор зерна, тыс. ц	6600	6300
Затраты, отнесенные на основную продукцию, тыс. руб.	520000	600000

Определите:

- себестоимость 1 ц зерна;
- затраты в расчете на 1 га посева;
- урожайность зерновых;
- темп роста (снижения) вычисленных показателей.

10.17. Имеются следующие данные.

Продукция	Базисный год		Отчетный год	
	объем продукции, ц	себе- стоимость 1 ц, руб.	объем продукции, ц	себе- стоимость 1 ц, руб.
Озимая пшеница	17500	159	19000	160
Молоко	28000	240	25000	255
Картофель	8500	130	9100	140

Определите:

- индивидуальные индексы себестоимости;
- общие индексы себестоимости, физического объема и затрат на производство.

Проверьте и проанализируйте взаимосвязь индексов.

10.18. Имеются следующие данные.

Продукция	Затраты на производство продукции, млн руб.		Снижение (–), увеличение (+) себестоимости в отчетном году по сравнению с базисным
	базисный год	отчетный год	
Зерновые	457,2	450,0	+ 2
Молоко	735,8	760,0	– 13
Яйцо	297,4	315,3	– 22

Определите индивидуальные и общий индексы себестоимости.

10.19. Имеются следующие данные по культурам.

Культура	Площадь, га		Урожайность, ц/га	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
Озимая рожь	100	150	25	28
Ячмень	200	250	30	25
Овес	300	300	28	30

Определите:

- изменения валового сбора культур в хозяйстве по факторам;
- изменения валового сбора по группе культур в разрезе факторов.

10.20. Имеется динамика следующих показателей по картофелю.

Хозяйство	Площадь, га		Валовой сбор, ц	
	P_0	P_1	$Y_0 P_0$	$Y_1 P_1$
1	500	70	10000	17500
2	200	200	30000	40000
3	150	150	27000	22500

Определите:

- изменения валового сбора картофеля в хозяйствах по факторам;
- изменения валового сбора картофеля по группе хозяйств в разрезе факторов.

10.21. В хозяйстве сад занимает 18 га. В нем насчитывается 3 600 семечковых и 2 400 косточковых деревьев.

Определите:

- площади под семечковыми и косточковыми деревьями;
- степень (коэффициент) использования земли под садом (норма посадки для семечковых – 300 деревьев на гектар, для косточковых – 800).

10.22. В хозяйстве площадь обособленного сада составляет 30 га, из которых 20 га – в плодоносящем возрасте. Кроме того, имеется 600 яблонь, посаженных вдоль оврагов и по крутым склонам (все в плодоносящем возрасте).

Определите:

- общую площадь сада;
- удельный вес многолетних насаждений в плодоносящем возрасте (норма посадок на 1 га – 300 яблонь).

10.23. Автомобилями грузоподъемностью в 3 и 4 т сделано соответственно 40 и 30 рейсов с зеленой массой. Результаты взвешивания (в кг) приведены ниже.

Рейс	Автомобиль	
	3-тонный	4-тонный
Утром	3200	4100
Днем	2800	3700
Вечером	3100	4000

Определите количество заложенного силоса на хранение при утаре в 25 %.

10.24. Имеются следующие данные по распределению хозяйств районов по размерам посевной площади (в %).

Район	Посевная площадь, тыс. га				
	до 2	2-3	3-5	5-10	10 и больше
1-й	7,0	13,0	24,0	34,0	22,0
2-й	12,0	28,0	18,0	25,0	17,0

Сравните средние размеры посевной площади по районам.

ГЛАВА 11

СТАТИСТИКА ЖИВОТНОВОДСТВА

11.1. СТАТИСТИКА ЧИСЛЕННОСТИ СКОТА И ВОСПРОИЗВОДСТВА СТАДА

Задачи статистики животноводства. Животноводство — второй комплекс отраслей сельского хозяйства, продукция которого составляет примерно половину всей продукции сельского хозяйства. Роль и значение животноводства в экономике страны определяют и задачи статистики животноводства, которые сводятся к:

- характеристике состояния и развития отдельных отраслей животноводства;
 - анализу их территориального размещения;
 - изучению факторов, оказывающих влияние на развитие животноводства;
 - изучению распределения скота по категориям хозяйств;
 - анализу выполнения планов развития животноводства;
 - изучению межотраслевых и внутриотраслевых связей и др.
- Основными показателями для изучения отрасли являются:
- показатели численности и состава скота;
 - показатели воспроизводства поголовья;
 - показатели продуктивности и выхода продукции животноводства.

При планировании и учете животных классифицируют по видам, половым и возрастным группам, хозяйственному использованию, породности и назначению.

Весь скот, таким образом, подразделяется на следующие виды: крупный рогатый скот, свиньи, овцы, козы, лошади, верблюды, ослы, мулы и др. Наряду с этим широко развито птицеводство. Особо учитывается кролиководство, пушное звероводство, пчеловодство, рыбоводство, шелководство, собаководство.

Основные виды скота распределяются по половым (самцы, самки, кастраты) и возрастным группам (по числу исполнившихся месяцев, лет или годам рождения).

По каждому виду скота выделяют следующие группы:

- самцы-производители;
- маточное поголовье;

- ремонтный молодняк;
- молодняк прошлых лет рождения;
- молодняк текущего года рождения.

В птицеводстве учет ведется по взрослому поголовью и молодняку. К взрослому поголовью птицы относят кур старше 6 мес., гусей и индеек — старше 7 мес., уток — старше 3 мес.

Данные о численности скота по половым и возрастным группам имеют определяющее значение для характеристики состава стада и планирования развития животноводческих отраслей.

Расчет среднего поголовья скота. Численность скота определяют на ту или иную дату и в среднем за год или иной период. Данные о наличии скота по видам и возрастным группам дают общее представление о развитии животноводства. Если известны численность скота на начало и конец периода, среднее поголовье находят приближенно по средней арифметической. Такая средняя не отражает изменений в численности скота, происходивших за этот период.

Например, на 01.01 было 230 овцематок, а на 01.04 — 268, средняя за квартал составит по средней арифметической $(230+268)/2 = 249$ гол.

Если имеются данные о численности скота на каждый месяц, то среднее поголовье за квартал, год определяется по средней хронологической:

$$\bar{X} = \frac{1/2X_1 + X_2 + \dots + 1/2X_n}{n-1}$$

Например, если имелось поголовье овцематок, гол.:

на 01.01	— 230;
на 01.02	— 228;
на 01.03	— 234;
на 01.04	— 268,

то средняя за квартал составит:

$$\frac{115 + 228 + 234 + 134}{3} = 237 \text{ гол.}$$

Наиболее точную величину среднего поголовья рассчитывают исходя из подсчета кормо-дней пребывания в хозяйстве.

Если, например, в течение квартала 230 голов пребывали 50 дней, 228 — 10 и 234 — 30 дней, то среднее поголовье составит:

$$\frac{230 \cdot 50 + 228 \cdot 10 + 234 \cdot 30}{90} = \frac{11500 + 2280 + 7020}{90} = 231 \text{ гол.}$$

Статистика не производит непосредственное суммирование поголовья различных видов скота из-за резких их качественных различий. Однако их численность определяется в условных головах.

Коэффициенты перевода рассчитываются исходя из стоимости, веса или расхода кормов.

Например, сейчас действуют следующие коэффициенты перевода поголовья скота в условные головы.

Виды скота	Коэффициент перевода
Коровы, быки, волы	1,0
Молодняк старше 1 года	0,50
Телята до 1 года	0,12
Свиньи взрослые	0,50
Подсвинки старше 4 мес.	0,25
Поросята до 4 мес.	0,05
Овцы и козы взрослые	0,10
Ягнята	0,06
Лошади взрослые	1,10
Молодняк лошадей старше 1 года	0,80
Жеребята до 1 года	0,25
Птица	0,02

Оборот стада. В животноводстве происходит непрерывное движение поголовья. Под воспроизводством стада скота понимают систематическое возобновление стада путем получения приплода, выращивания молодняка, замены выбывших животных. В результате воспроизводства происходят как количественные, так и качественные изменения в стаде.

Источником возобновления и роста поголовья скота в каждом хозяйстве служат выращивание приплода и покупка в других хозяйствах или странах. Изменения численности скота и состава поголовья за определенный период времени называют оборотом стада.

Оборот стада показывают в виде балансовой таблицы исходя из следующего соотношения:

$$H_0 + П - В = H_1,$$

где H_0 и H_1 — поголовье на начало и конец периода;

П — приход (приплод, покупка, прочие поступления);

В — выбытие скота (выбраковка, продажа, прочие выбытия).

Оборот стада крупного рогатого скота в общем упрощенном виде показан в табл. 11.1.

Таблица 11.1

Стабилизированный оборот стада крупного рогатого скота
(в головах)

Возрастно-половая группа	Наличие на начало периода	Приплод, покупка	Поступление из младших групп	Перевод в старшие группы	Выбраковка, продажа			Наличие на конец периода
					голов	средний вес 1 головы, кг	общий вес, ц	
Коровы	100		25		25	400	100	100
Нетели	35		35	25	10	150	35	35
Молодняк прошлых лет рождения	165			35	77	120	245	53
Молодняк текущего года рождения		112						112
Итого	300	112	60	60	112	339	380	300

Показатели воспроизводства стада. К показателям воспроизводства стада относят:

- показатели случки;
- использования маток;
- обеспеченности стада ремонтным молодняком;
- показатели выбраковки;
- показатели падежа и сохранности поголовья.

Показатель случки маток рассчитывается отношением фактически покрытых маток к случайному контингенту. Степень использования маток для получения приплода характеризуется двумя показателями: первый рассчитывается отношением числа расплодившихся маток к их общему числу, второй — отношением числа расплодившихся маток к числу осемененных.

Выход приплода в расчете на 100 голов маток представляет отношение полученного живого приплода к маточному поголовью на начало года. Кроме того, рассчитывают выход приплода на 100 коров. Этот показатель характеризует степень использования коров.

Показатель яловости определяют делением числа маток, не давших приплода, на общее поголовье, предназначенное для получения приплода. Показателем яловости также служит разница между 100% и выходом телят.

Показатель обеспеченности стада ремонтным молодняком рассчитывается отношением ремонтного молодняка к маточному стаду.

Показатель выбраковки скота рассчитывают отношением выбракованного скота к поголовью на начало года.

Показатель падежа рассчитывают отношением павших животных к поголовью, находящемуся в обороте. Показатель сохранности есть разница между 100% и процентом падежа.

11.2. СТАТИСТИКА ПРОДУКЦИИ ЖИВОТНОВОДСТВА И ПРОДУКТИВНОСТИ СКОТА

Продукция животноводства и продуктивность скота. Продукция животноводства состоит из двух частей: продукции, получаемой в результате хозяйственного использования животных (молоко, яйцо, шерсть, мед и др.), и продукции, получаемой в результате выращивания скота (приплод, прирост живой массы). Продукция убоя скота и птицы (мясо и сало, кожевенное сырье, мех, перо и пух, масло и т. п.) относится к другим отраслям народного хозяйства независимо от того, где эта продукция получена.

Под продуктивностью скота понимают выход продукции на одну голову за определенный промежуток времени (день, месяц, год). Продуктивность животноводства определяется делением объема продукции в натуральном выражении на число животных, от которых получена эта продукция, или на число всех жи-

вотных, предназначенных для получения данного вида продукции.

Продуктивность животных зависит от многих факторов и условий: от породы и возраста; от кормления и ухода; от условий содержания и т. д.

К основным показателям продуктивности относятся:

- средний удой молока на одну корову;
- средний настриг шерсти на одну овцу;
- средняя яйценоскость на одну курицу-несушку;
- средний суточный прирост живой массы на откорме и нагуле молодняка при выращивании;
- средний объем производства на одну матку или одну голову скота и др.

Показатели продуктивности животных характеризуют качественный уровень животноводства. Их исчисляют по отдельным животным, группам животных, фермам, по хозяйству, их совокупности, району, области, в целом по стране, а также по категориям хозяйств.

Показатели производства молока. В общий объем производства молока входит молоко, полученное за отчетный период, включая выпоенное телятам, пороссятам и другим животным, потери при хранении, транспортировке. Молоко, высосанное телятами при подсосном их выращивании, в общий объем не включается.

Валовое производство молока в хозяйствах определяют по данным *Журнала учета удоя молока*. Записи в журнале производятся после каждой дойки. По этим данным можно узнать производство молока за любой период. На каждой ферме ведется *Ведомость движения молока*. В приходе здесь данные из Журнала учета удоя молока, в расходе — оформленный соответствующими накладными отпуск молока на различные цели.

Производство молока по району, области, республике рассчитывается суммой данных по соответствующей совокупности.

Валовое производство молока в хозяйствах граждан определяют по данным бюджетных обследований путем умножения среднего удоя (по бюджетным хозяйствам) на среднее поголовье коров.

Среднегодовой удой на одну корову рассчитывают на фуражную и дойную. Первый показатель характеризует достигнутый уровень ведения молочного скотоводства, т.е. уровень молочной продуктивности и степень использования коров, второй показате-

ль характеризует фактический уровень молочной продуктивности коров. Среднегодовой удой на фуражную корову вычисляют делением общего производства молока на среднегодовое поголовье коров.

Среднегодовой удой на дойную корову определяется отношением валового производства молока на среднее число дойных коров.

Среднегодовое поголовье дойных коров определяют делением кормо-дней дойных коров на 300 (продолжительность лактации).

Если обозначить:

М — общий надой молока;

К — число фуражных коров;

Д — число дойных коров, то:

$\frac{М}{Д}$ — будет средний удой на одну дойную корову;

$\frac{Д}{К}$ — коэффициент продуктивного использования коров;

$\frac{М}{Д} \times \frac{Д}{К} = \frac{М}{К}$ — средний удой на одну фуражную корову.

Учет молока ведется в весовом выражении (кг, ц, т) при пересчете литров в килограммы (1 л = 1,03 кг).

Жирность молока. Жирность молока выражается в процентах и зависит от многих факторов: породы, кормления, содержания и т. д.

Средний процент жира определяют по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f},$$

здесь смысл $\sum xf$ есть 1%-ное молоко (табл. 11.2).

Средняя жирность составит:

$$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{462,2}{118} = 3,92\%.$$

Если установлен стандарт жирности (базисная жирность) в размере 3,6 %, то зачетный вес молока составит: $462,2 / 3,6 = 128$ ц.

Товарное молоко относят к тому или иному сорту в зависимости от кислотности (в градусах Тернера), бактериальной обсемененности (млн/мл), физической загрязненности.

Таблица 11.2

Суточные надои и жирность молока по ферме

День	Надой – всего, ц (f)	Жирность, % (x)	1%-ное молоко (xf)
1	20	3,8	76,0
2	21	3,7	77,7
3	26	4,0	104,0
4	23	3,9	89,7
5	28	4,1	114,8
Итого	118	3,9	462,2

Определение продукции выращивания скота и птицы. Продукцией выращивания скота и птицы называют приплод и прирост живой массы животных за определенный период.

Продукцию выращивания скота и птицы в хозяйствах определяют по данным документов первичного учета и бухгалтерских регистров:

- актов на оприходование приплода животных;
- актов на перевод животных из одной группы в другую;
- ведомостей взвешивания животных;
- гуртовых ведомостей;
- отчетов о движении животных;
- книг по учету животных.

Продукцию выращивания определяют по данным бухгалтерского учета (табл. 11.3).

Расчетным путем продукцию выращивания находят по формуле

$$П = (H_2 - H_1) + P + Z + O_c - C,$$

где H_2 и H_1 – вес скота на конец и начало года;

P – вес скота, реализованного на мясо и племя;

Z – вес скота, забитого в хозяйстве;

O_c – вес скота, переведенного в основное стадо;

C – вес скота, поступившего со стороны.

Таблица 11.3

Производство (выращивание) скота и птицы по хозяйству за 2000 г.
(центнеры)

Показатель	Крупный рогатый скот	Свиньи	Овцы	Птица
Живой вес приплода	324	12	16	—
Прирост живой массы	2817	1144	64	40
Пало и погибло	1	6	—	—
Всего	3140	1150	80	40

Обобщенным показателем продуктивности выращивания скота является выход продукции на одну матку на начало года. Кроме того, рассчитывают целый ряд других показателей:

- средний суточный прирост молодняка и взрослого скота на откорме;
- отношение убойного веса к живому;
- упитанность животных;
- средний вес одной головы животных, реализованных на мясо;
- выход продукции животноводства на 100 га земельных угодий, на одну голову, на одну условную голову и ряд других показателей.

Система зоотехнических мероприятий включает показатели племенной работы, уровня и качества кормления, содержания животных и ухода за ними.

11.3. ЭКОНОМИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ ЖИВОТНОВОДСТВА

При анализе данных о развитии животноводства прежде всего обращают внимание на следующие показатели: выполнение плана производства продукции; динамику поголовья скота и его продуктивность; распределение производства продукции по территориальным формированиям и категориям хозяйств; сезонность и ритмичность производства продукции; производство продукции на 100 га земельных угодий.

Рассмотрим пример анализа динамики производства молока по хозяйству (табл. 11.4).

Таблица 11.4

Анализ динамики производства молока по хозяйству

Ферма	Поголовье коров, голов, в периоде		Продуктивность, ц, в периоде		Валовой надой, ц, в периоде			Индивидуальные индексы, %		
	ба-зис-ный	отчет-ный	ба-зис-ный	отчет-ный	ба-зис-ный	отчет-ный	ус-лов-ный	пого-ловья	про-дук-тив-ности	вало-вого надоя
A	P_0	P_1	Y_0	Y_1	$Y_0 P_0$	$Y_1 P_1$	$Y_0 P_1$	i_p	i_y	i_{yp}
1	100	200	30	28	3000	5000	6000	2,00	0,93	1,87
2	400	400	25	23	10000	9200	10000	1,00	0,92	0,92
3	200	150	35	40	7000	6000	5250	0,75	1,14	0,86
Σ	700	750	28,57	27,73	20000	20800	21250	1,07	0,97	1,04

1. Рассчитаем индивидуальные индексы по фермам (табл. 11.4). Как видно, практически по всем фермам и поголовье и продуктивность не стабильны.

Для того чтобы определить влияние на валовой надой молока по ферме за счет изменения поголовья, используют формулу

$$\Delta_n = Y_0 (P_1 - P_0).$$

Так, эти показатели по фермам будут равны:

$$\Delta_{n1} = 3000, \Delta_{n2} = 0, \Delta_{n3} = -1750.$$

Влияние продуктивности на валовой надой рассчитывают по формуле

$$\Delta_y = (Y_1 - Y_0) P_1.$$

Значит, это влияние по фермам будет следующим:

$$\Delta_{y1} = -400, \Delta_{y2} = -800, \Delta_{y3} = 750.$$

Как видно, в сумме Δ_n и Δ_y дают нам общие изменения валового надоя молока по фермам.

2. Рассчитаем среднюю продуктивность коров по хозяйству:

$$\bar{Y}_0 = \frac{\sum Y_0 P_0}{\sum P_0} = \frac{20000}{700} = 28,57 \text{ ц};$$

$$\bar{Y}_1 = \frac{\sum Y_1 P_1}{\sum P_1} = \frac{20800}{750} = 27,73 \text{ ц}.$$

Общий индекс продуктивности коров переменного состава будет равен:

$$J_{yк} = \frac{\bar{Y}_1}{\bar{Y}_0} = \frac{27,733}{28,571} = 0,9707.$$

Здесь на общий индекс продуктивности коров оказали влияние продуктивность коров по фермам и изменение размещения поголовья. Для определения влияния продуктивности рассчитывают общий индекс продуктивности фиксированного состава:

$$J_{yфс} = \frac{\sum Y_1 P_1}{\sum Y_0 P_1} = \frac{20800}{21250} = 0,9788,$$

и общий индекс структурных сдвигов:

$$J_c = \frac{J_{yк}}{J_{yфс}} = \frac{0,9707}{0,9788} = 0,9917.$$

В данном случае первый индекс указывает на изменение продуктивности за счет ее вариации по фермам, второй — на изменение продуктивности коров за счет размещения поголовья по фермам. Для проверки произведем вычисления:

$$Y_1 = Y_0 \cdot J_{yфс} \cdot J_c = 28,57 \cdot 0,9788 \cdot 0,9917 = 27,73 \text{ ц}.$$

3. Рассчитаем влияние этих факторов на валовой надой молока по хозяйству. За счет продуктивности коров оно составит

$$\Delta_y = \sum Y_1 P_1 - \sum Y_0 P_1 = -450 \text{ ц},$$

т.е. снижение продуктивности коров по фермам в среднем на 2,2 % привело к снижению валового надоя по хозяйству на 450 ц.

За счет структурных сдвигов это изменение составит

$$\Delta_c = \Sigma Y_0 P_1 - \bar{Y}_0 \Sigma P_1 = 21250 - 28,57 \cdot 750 = -178 \text{ ц.}$$

Худшее размещение поголовья коров по фермам ($J_c = 0,9788$) привело к уменьшению валовой надоя на 178 ц.

4. Рассчитаем, как влияет на валовой надой молока изменение поголовья коров. Так, общий индекс поголовья составит

$$J_n = \frac{\Sigma P_1}{\Sigma P_0} = \frac{750}{700} = 1,0714,$$

а абсолютное изменение —

$$\Delta_n = \bar{Y}_0 (\Sigma P_1 - \Sigma P_0) = 28,57 \cdot 50 = 1428 \text{ ц,}$$

т.е. за счет увеличения поголовья коров на 7,1 % валовой надой возрос на 1428 ц.

Произведем проверку:

$$\Delta_{yn} = \Sigma Y_1 P_1 - \Sigma Y_0 P_0 = \Delta_y + \Delta_c + \Delta_n = (-450) + (-178) + 1428 = 800 \text{ ц.}$$

Анализ показателей сезонности, динамики, корреляции приведен в соответствующих главах.

Ритмичность производства продукции животноводства определяется коэффициентом ритмичности (K_p). Он представляет отношение фактического количества произведенной продукции, когда план не выполнялся, и планового задания, когда план выполнялся и перевыполнялся, к плану за период (табл. 11.5).

Таблица 11.5

Выполнение плана производства молока по месяцам года в хозяйстве (тонн)

Месяц	План	Факт	Месяц	План	Факт
1-й	160	170	7-й	480	490
2-й	180	190	8-й	440	310
3-й	220	240	9-й	350	220
4-й	270	280	10-й	260	210
5-й	350	290	11-й	230	180
6-й	450	420	12-й	190	180

$$K_p = \frac{160+180+220+270+480+290+420+310+220+210+180+180}{160+180+220+270+350+450+480+440+350+260+230+190} = \frac{3120}{3580} = 0,8715.$$

Коэффициент K_p показывает, что по сравнению с планом ритм был нарушен, в результате недодано 12,8 % молока. Если план выполняется постоянно, то коэффициент будет равен единице.

УПРАЖНЕНИЯ

11.1. Поголовье скота по видам во всех категориях хозяйств России за 1916 — 1998 гг. характеризуется следующими данными (на 1 января, млн голов).

Год	Крупный рогатый скот	В том числе коровы	Свиньи	Овцы и козы
1916	33,0	17,3	11,3	47,0
1941	27,8	14,2	12,1	51,2
1951	30,2	13,3	11,9	46,2
1961	38,2	17,9	29,4	65,5
1971	51,6	20,6	33,2	67,0
1981	58,1	22,2	36,0	65,0
1991	57,0	20,5	38,3	58,2
1992	54,7	20,6	35,4	55,3
1993	52,2	20,2	31,5	51,4
1994	48,9	19,8	28,6	43,7
1995	43,3	18,4	24,9	34,5
1996	39,7	17,4	22,6	28,0
1997	35,1	15,9	19,1	22,8
1998	31,5	14,5	17,3	18,8

Рассчитайте:

- базисные темпы роста поголовья по отношению к 1916, 1941, 1961, 1991 гг.;
 - цепные темпы роста поголовья скота по видам;
 - среднегодовые темпы роста поголовья скота за 1991 — 1998 гг.
- Постройте графики динамики численности скота по видам.

Произведите аналитическое выравнивание (по прямой) численности поголовья скота за 1991 – 1998 гг.*

11.2. Поголовье скота по категориям хозяйств России характеризуется следующими данными (на 1 января, млн голов).

Виды скота	1986	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Сельскохозяйственные предприятия									
Крупный рогатый скот	50,12	47,18	43,91	40,24	36,27	31,12	27,73	23,68	20,59
в том числе коровы	16,40	15,32	14,79	13,69	12,78	11,42	10,46	9,14	8,05
Свиньи	33,38	31,24	27,56	23,53	20,28	16,73	14,71	11,54	10,07
Овцы и козы	48,47	42,10	38,00	32,68	25,77	18,37	13,51	9,94	7,25
Хозяйства населения									
Крупный рогатый скот	9,51	9,87	10,65	11,58	12,03	11,56	11,39	10,90	10,42
в том числе коровы	5,18	5,24	5,74	6,38	6,77	6,69	6,70	6,48	6,24
Свиньи	5,61	7,08	7,73	7,78	7,93	7,78	7,56	7,25	6,96
Овцы и козы	14,95	16,09	17,03	17,96	16,89	15,02	13,43	11,94	10,56
Крестьянские (фермерские) хозяйства									
Крупный рогатый скот	—	...	0,11	0,40	0,62	0,62	0,58	0,52	0,50
в том числе коровы	—	...	0,04	0,18	0,28	0,28	0,28	0,25	0,25
Свиньи	—	...	0,10	0,22	0,35	0,35	0,36	0,33	0,2
Овцы и козы	—	...	0,23	0,73	1,06	1,15	1,09	0,90	0,96

Определите удельный вес отдельных категорий хозяйств в общей численности скота по видам.

Вычислите среднегодовые темпы роста поголовья скота по видам в различных категориях хозяйств.

Постройте круговые диаграммы удельных весов различных категорий хозяйств по видам скота.

11.3. По хозяйствам района численность скота на первое число месяца характеризуется следующими данными (тыс. голов).

Месяц	Крупный рогатый скот	В том числе коровы	Свиньи
Январь	31,45	11,21	24,82
Февраль	31,50	11,27	25,91
Март	31,32	11,40	27,71
Апрель	31,66	11,53	28,22
Май	31,76	11,61	28,34
Июнь	31,82	11,65	28,51
Июль	31,90	11,67	28,60
Август	31,95	11,71	28,61
Сентябрь	32,01	11,75	28,60
Октябрь	31,91	11,71	28,40
Ноябрь	31,85	11,69	27,81
Декабрь	31,78	11,56	27,40
Январь	31,75	11,55	26,00

Рассчитайте среднее поголовье скота:

- исходя из данных на начало и конец года;
 - по средней хронологической;
 - по кормо-дням пребывания в хозяйстве.
- Объясните разницу в показателях.

11.4. На молочно-товарной ферме в январе находилось следующее поголовье коров: с 1 по 10 января – 411, с 11 по 15 января – 420, с 16 по 22 января – 425, с 23 по 31 января – 410.

Определите среднемесечное поголовье коров.

11.5. Число кормо-дней поросят от 2 до 4 мес. в хозяйстве за год составило 401500.

Определите среднее поголовье поросят этой возрастной группы за год.

11.6. Общий настриг шерсти за год увеличился на 15 % при увеличении среднего настрига на одну овцу на 5 %.

Определите индекс численности овец.

11.7. В хозяйстве на начало года было следующее поголовье крупного рогатого скота (голов): быков-производителей – 16, коров – 648, нетелей – 210, телок старше 1 года – 230, бычков старше 1 года – 56, телочек до 1 года – 180, бычков до 1 года – 104.

Приплод за год составил: телят — 774, в том числе телочек — 378. Приплод только от коров составил 570 телят.

В течение года было куплено племенных животных: быков — 2, коров — 9, телок до 1 года — 15.

Продано за год: коров — 18, телок старше 1 года — 6 и бычков старше 1 года — 86; продажа кооперации: бычков старше 1 года — 84 и телок до 1 года — 12; забито в хозяйстве: коров — 3, телок до 1 года — 3, бычков старше 1 года — 21; пало: коров — 2, телят до 1 года собственного приплода — 15, в том числе телочек — 6.

В течение года из младших возрастных групп было переведено в старшие: в группу коров из нетелей — 195, из телок старше 1 года — 18; в группу нетелей из телок старше 1 года — 210; в группу телок старше 1 года из телочек до 1 года — 180 и в группу бычков старше 1 года из бычков до 1 года — 96. Площадь сельскохозяйственных угодий хозяйства составляет 7600 га.

Составьте таблицу оборота крупного рогатого скота и рассчитайте относительные показатели:

- динамики отдельных групп скота и всего поголовья крупного рогатого скота за год;
- удельного веса коров в стаде на начало и на конец года;
- выхода приплода на 100 голов маточного состава;
- падежа скота и сохранения приплода;
- обеспеченности ремонтным молодняком;
- плотности поголовья всего крупного рогатого скота и отдельно коров на 100 га сельскохозяйственных угодий на начало и конец года.

11.8. Имеются следующие данные по реализации молока молокозаводу.

Жирность, %	3	3,3	3,5	4	4,2
Количество молока, т	3	4	2,5	5	1,5

Определите среднюю жирность молока и зачетный вес (базисная жирность 3,6 %).

11.9. Движение поголовья скота по хозяйству характеризуется следующими данными.

Показатель	Крупный рогатый скот		Свиньи	
	голов	живой вес, ц	голов	живой вес, ц
Наличие на начало года	2290	6520	4226	1268
в том числе: коров, основных маток	830	3300	750	900
Получено приплода	828	265	14800	180
Поступило со сторон	463	417	155	60
Продано на мясо и племя	586	1468	4600	5452
Прочая реализация	42	32	599	127
Забито в хозяйстве	24	30	449	249
Пало и погибло	9	8	641	80
Наличие на конец года	2920	8664	12892	5160

Определите продукцию выращивания скота по хозяйству и в расчете на одну голову маточного поголовья на начало года.

11.10. Имеются следующие данные по хозяйствам.

Хозяйство	Среднее поголовье молодняка, голов		Среднесуточный прирост живой массы, г	
	базисный период	текущий период	базисный период	текущий период
А	P_0	P_1	G_0	G_1
1	500	400	300	250
2	700	900	700	600
3	300	250	400	900
4	250	300	500	700
5	550	500	200	180
Итого	2300	2350		

Рассчитайте:

- индивидуальные индексы поголовья, продуктивности и объема произведенной продукции;
- общие индексы объема произведенной продукции, продуктивности и структурных сдвигов.

Произведите необходимые проверки индексов и абсолютных величин.

ГЛАВА 12

СТАТИСТИКА КОРМОВ

12.1. ЗАДАЧИ СТАТИСТИКИ КОРМОВ

Корма являются основой успешного развития животноводства. В этом заключаются их роль и огромное народно-хозяйственное значение.

В статистике кормов используется множество понятий: кормовая база (КБ); кормопроизводство (КП); кормовые ресурсы (КР); кормовой баланс или баланс кормов (БК) и др.

Под кормовой базой понимают состав и размеры источников поступления кормов, объем и качество кормовых ресурсов, систему производства и использования кормов в животноводстве. Можно отыскать или дать другую формулировку, содержание же их одно — это характеристика источников получения кормов по количеству и качеству.

Особо выделяют понятия:

- *естественная кормовая база* — это получение кормов с естественных угодий — сенокосов и пастбищ;

- *собственная кормовая база предприятия, района или области* — это только собственные источники поступления кормов.

Важнейшая часть кормовой базы — это *кормопроизводство*. Оно включает в себя:

- производство полевых кормовых культур, известную часть зернового хозяйства, производство сахарной свеклы, картофеля и других культур;

- корма с культурных сенокосов и пастбищ;

- промышленное производство кормов.

Другая часть будет относиться к кормодобыванию: заготовка кормов с естественных кормовых угодий, веточный корм, пищевые отходы и т. п.

Кормовые ресурсы — это объем кормов на фиксированную дату. Сюда включают:

- остатки кормов, т. е. переходящие запасы;

- продукцию с природных кормовых угодий;

- кормопроизводство за установленный период;

- корма, поступившие со стороны.

Заготовка кормов (формирование КР) осуществляется в ходе сенокосения и уборки урожая кормовых и других культур на корм скоту, покупки кормов. Производится консервирование кормов. Корма закладываются на хранение. Расходятся корма главным образом скоту, часть кормов продается. Скармливание кормов предшествует их подготовка. Все работы по кормам, которые проводятся в сельском хозяйстве, представляют собой объект изучения статистики кормов.

Статистика кормов включает статистику размера кормовых ресурсов, статистику расходования кормовых ресурсов, статистику качества кормов, кормовые балансы, статистику экономической эффективности использования кормов.

Основными задачами статистики кормов являются:

- определение объема производства и наличия различных видов кормов;

- сбор и разработка статистической информации о кормах;

- анализ различных данных о кормах, развитии кормовой базы, использования кормов;

- изучение наличия и состояния естественных кормовых угодий, способов заготовки кормов;

- определение удельного веса различных видов кормов в общем их расходе;

- определение условий хранения и экономической эффективности использования кормов;

- определение наличия кормоцехов и эффективности их использования;

- изучение различных способов приготовления кормов.

При изучении кормов статистика использует различные их классификации по происхождению, технологическим свойствам, ботаническому составу и т. д.

12.2. КЛАССИФИКАЦИЯ КОРМОВ

По классификации кормов, разработанной в свое время ВАСХНИЛ (РАСХН), все корма делятся на следующие группы:

- зеленые кормовые растения и консервированные корма из них (зеленые корма, силос, сенаж, сено, искусственно обезвоженные корма);

- солома, мякина, шелуха и древесные корма;

- корнеклубнеплоды, бахчевые и продукты их переработки;

- зерно, семена и продукты их переработки;

• корма животного происхождения (молоко, мясокостная и рыбная мука и пр.);

• кормовые добавки (азотистые, микробные, минеральные, витаминные, специальные);

• комбикорма;

• пищевые отходы.

В текущей статистике кормов многие позиции учета кормов совпадают с приведенной классификацией, но есть и некоторые оправданные различия, которые отражают конкретные задачи той или иной текущей статистики.

Так, основными и наиболее употребительными группами кормов с учетом их качества являются:

• *концентрированные корма* — комбикорм, зерно, жмых, отруби и пр.;

• *сочные* — силос, картофель, отходы пищевой промышленности — жом, барда и пр.;

• *грубые* — сено, сенаж, солома, солома и пр.;

• *зеленые корма*.

В зависимости от способа скармливания кормов различают *стойловые* и *пастбищные* корма.

По способу промышленного приготовления различают корма в виде *гранул, брикетов, пасты*.

В группировке кормов по происхождению различают корма *растительные, животные, минеральные, химического и микробиологического синтеза*.

Для увеличения производства кормов особое значение приобретает повышение продуктивности сенокосов и пастбищ, занимающих 77,6 млн га, или 37,6 %, всех сельскохозяйственных угодий.

Статистика учитывает главным образом стойловые корма. Однако периодически ведется учет площади пастбищ и определяется их продуктивность.

Продуктивность пастбищ (зеленой массы) устанавливают выборочным методом. Вся площадь пастбища делится на участки, затем на каждом участке выделяются 3—4 пробные площадки размером 10—15 м². С пробных площадок скашивают траву и определяют ее вес в среднем на 1 площадку, а затем на 1 га. По этим данным рассчитывается запас растительной массы на всей площади пастбища.

Например, средний вес скошенной травы составил 1,2 кг с 1 м², урожайность с 1 га пастбищ составит 120 ц. Весь этот запас кормов используется не полностью, так как часть травы остается несъеденной. Поедаемость травы зависит от множества условий: ботанического состава, погоды, подкормки и т. д. Поедаемость определяется отношением съеденной животными массой к общему запасу (продуктивности) пастбища. После пастьбы также выделяются площадки, с них скашивают остатки, взвешиваются и таким образом определяется поедаемость.

Например, если вес остатков составил 4 кг с 10 м², или 40 ц с га, то поедаемость будет равна:

$$\frac{120 - 40}{120} = \frac{80}{120} = 66\%.$$

Корма, используемые путем выпаса, не приходятся. Однако в общий расход кормов они включаются по данным расчетов.

К стойловым кормам относят корма, собранные и подвезенные к животноводческим помещениям для кормления животных при стойловом содержании. Сюда же относят корма, даваемые скоту в качестве подкормки в пастбищный период.

В годовых отчетах сельскохозяйственных предприятий и хозяйств учет кормов унифицирован и корма подразделяются по следующим позициям:

010 — зерно, включая зерно кукурузы в полной спелости;

020 — мука, крупа, отруби и другие продукты переработки зерна;

030 — жмых, шрот;

040 — комбикорма;

043 — травяная мука искусственной сушки;

050 — кормовые смеси;

060 — силос всех видов;

070 — овощи, корнеплоды (включая сахарную свеклу и бахчевые культуры);

080 — картофель;

090 — жом, барда, мезга, пивная дробина и пр.;

100 — зеленые корма (подкормка);

110 — сено всякое (включая сенную муку);

120 — сенаж;

130 — солома и мякина яровая и озимая на корм скоту (не считая подстилки) и стебли кукурузы;

- 140 — молоко цельное;
- 150 — заменители цельного молока (ЗЦМ) в весе сухого вещества;
- 160 — обрат, сыворотка, пахта;
- 170 — мясная, мясокостная, рыбная мука и прочие корма животного происхождения;
- 180 — пастбищные корма (по данным расчетов);
- 190 — прочие корма, включая пищевые отходы предприятий общественного питания, населения, ц к. ед.;
- 200 — всего кормов, ц к. ед.

Особо показываются покупные корма. Кроме того, учитываются кормовые дрожжи в сухом виде, карбамид, диаммонийфосфат и прочие соединения.

12.3. ПОКАЗАТЕЛИ НАЛИЧИЯ, КАЧЕСТВА И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОРМОВ

Для определения количества стойловых кормов хозяйства ведут учет хода заготовки и наличия кормов. По большинству кормов их количество определяется взвешиванием.

Учет количества и качества сена и соломы. В кормовом балансе каждого хозяйства сено имеет большое значение, оно является хорошим источником всех необходимых питательных веществ. При влажности 14—17% сено может храниться под навесами при минимальных потерях питательных веществ и витаминов. Для того чтобы сберечь в высушенной траве максимальное количество питательных веществ, нужно быстро довести траву до такого состояния, при котором прекращается активная деятельность окислительных процессов, т.е. снизить влажность до 14—17%. Длительное высушивание ведет к увеличению потерь каротина и протеина. Кроме того, при естественном высушивании травы происходят потери питательных веществ вследствие механического воздействия на массу — переворачивания, сгребания, копнения и т.д. Они могут составлять от 10 до 70 % всего урожая. При активном вентилировании потери минимальны. По питательности худшие сорта сена не отличаются от яровой соломы, а лучшие могут конкурировать с концентратами.

Количество заготовленного сена определяют, если оно не было взвешено перед хранением, вслед за укладкой в стога и скирды и повторно не ранее чем через месяц после укладки. Для это-

го создается комиссия, которая устанавливает количество и качество сена. Количество заготовленного сена определяется по данным обмера скирд и стогов.

Солома в зимних рационах жвачных животных составляет значительную долю рациона. Хорошая яровая солома по питательности приближается к низшим сортам сена. Лучшей является овсяная солома.

Если при заготовке солома не взвешивается, то ее количество определяется в стогах и скирдах путем их обмера.

Учет количества силоса и сенажа. Количество заготовленного силоса, если сырье взвешивали, определяют вычитанием 15—20% угара. Если же сырье при закладке в силосохранилище не взвешивали, то путем обмера определяют объем и умножают его на массу 1 м³ готового силоса (500 — 600 кг).

Сенаж — корм, получаемый путем плотной укладки измельченного, предварительно провяленного до влажности 45 — 55 % зеленого корма. Количество сенажа определяют на основании взвешивания закладываемого в хранилище корма со скидкой 5 % при закладке в герметические башни и 10 % — при закладке в обычные башни и силосные траншеи. При отсутствии весового оборудования допускается определение массы сенажа умножением объема хранилища на удельную массу 1 м³ корма.

Корма учитывают прежде всего дифференцированно по каждому виду в весовых единицах (кг, ц, т). Однако эти показатели не позволяют сделать общие выводы о размерах кормовых средств. Нельзя забывать о том, что питательная ценность кормов различна даже в пределах одной группы. Обобщенный учет кормов ведется в кормовых единицах, крахмальных эквивалентах, энергетических единицах. В основе такого учета лежит различная питательная ценность кормов, или калорийность.

Энергетическая питательность кормов выражается в килоджоулях обменной (физиологически полезной) энергии. В качестве единицы для измерения энергетической питательности кормов и необходимой животным энергии принимают 10000 кДж (10 мДж) обменной энергии. Эта единица называется энергетической кормовой единицей (ЭКЕ). Она все больше и больше находит распространение в расчетах.

Для оценки питательности кормов в нашей стране принята кормовая единица. Кормовая единица по своей питательной ценности равна 1 кг овса, что по продуктивному действию соот-

ветствует 150 г отложенного жира при скормливании крупному рогатому скоту.

Наряду с кормовыми единицами не следует забывать и об остальных элементах питания. Особенно о переваримом протеине (белке). По норме на каждую кормовую единицу необходимо 100 — 120 г переваримого протеина. Фактически же его содержание в наших кормах не превышает 90 г. Этот дефицит, несомненно, оказывает влияние не только на снижение продуктивности, но и на повышение стоимости продукции животноводства. Не менее важны и другие элементы: Са, Р, каротин.

Статистика расхода кормов. Расход кормов на корм скоту показывается по видам и группам животных в натуре, в кормовых единицах и в денежной оценке.

Рассчитываются показатели расхода кормов на 1 условную голову скота, на 1 ц продукции (табл. 12.1).

Таблица 12.1

Расход кормов на производство продукции животноводства
(в сельскохозяйственных предприятиях, ц к. ед.)

Показатель	1985	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Расход кормов на производство 1 ц:									
молока	1,57	1,44	1,52	1,58	1,62	1,74	1,71	1,72	1,71
привеса крупного рогатого скота	13,1	13,5	14,8	15,7	16,6	18,9	18,4	18,8	17,7
привеса свиней	8,5	8,3	9,4	10,4	11,0	12,5	12,6	12,8	11,7
в том числе расход концентрированных кормов на:									
молоко	0,37	0,38	0,40	0,37	0,42	0,44	0,44	0,40	0,40
привес крупного рогатого скота	2,9	3,4	3,7	3,5	4,1	4,6	4,5	4,1	4,0
привес свиней	7,2	7,2	7,2	9,0	9,7	11,0	11,1	11,0	10,1

Источник. Сельское хозяйство в России. — М.: Госкомстат, 1998. — С. 71.

Как видно из табл. 12.1, расход на единицу продукции значительно превышает нормативы, отчего так дорого обходится для производителей и потребителей продукция животноводства. По

нормам в расчете на 1 ц продукции животноводства должно расходоваться, ц к. ед.:

молоко —	0,8 — 1;
привес крупного рогатого скота —	8 — 9;
привес свиней —	4 — 5.

Показатели эффективности производства и расхода кормов. Животноводство может успешно развиваться при условии опережения темпами роста производства кормов темпов роста поголовья животных.

В системе показателей использования кормов основным является окупаемость кормов (ОК):

$$OK = \frac{O}{K}, \quad OK = \frac{O \cdot P}{K}, \quad OK = \frac{ВП_{ж}}{K},$$

где О — объем произведенной продукции в натуральном исчислении;
К — расход кормов на производство продукции;
Р — цена за единицу продукции животноводства;
ВП_ж — валовая продукция животноводческой отрасли.

Обратным показателем окупаемости кормов является расход кормов на единицу или один рубль продукции животноводства (РК):

$$PK = \frac{1}{OK}.$$

Важным расчетным показателем является соотношение кормовых единиц и протеина, сахара и протеина.

В расчетах эффективности кормопроизводства используют показатели содержания кормопротеиновых единиц (КПЕ) в 1 ц корма, выхода КПЕ с 1 га площади, себестоимости 1 КПЕ:

$$КПЕ = \frac{K + 10П}{2};$$

$$C_{кпе} = \frac{ПЗ_{га}}{КПЕ_{га}};$$

где К — содержание кормовых единиц в корме;
П — содержание переваримого протеина;
ПЗ — производственные затраты на 1 га площади;
КПЕ_{га} — выход КПЕ с 1 га площади.

УПРАЖНЕНИЯ

12.1. В отчетном периоде по сравнению с базисным расход кормов по молочному стаду возрос на 15 %, а среднегодовое поголовье увеличилось на 10 %.

Определите: на сколько процентов изменился расход кормов на одну корову.

12.2. Расход кормов по молочному стаду в хозяйстве был следующим.

Вид кормов	Расход кормов, ц		Содержание к. ед. в 1 ц, ц
	базисный год	отчетный год	
Концентраты	3100	4500	1,00
Силос	90000	110000	0,18
Корнеплоды	2000	5000	0,12
Солома	25000	10000	0,22
Сено	15000	20000	0,45
Зеленые корма	20000	25000	0,18
Пастбищные	40000	50000	0,18

Вычислите расход кормов на 1 ц молока в базисном и отчетном периодах в ц к. ед., если в базисном периоде валовой надой молока составил 32000 ц, в отчетном — 39000 ц.

12.3. В хозяйстве на площади культурного пастбища в 200 га произведен выборочный укос травы с 10 делянок площадью 10 м² каждая, получено 120 кг зеленой массы. После окончания пастбища произведен повторный укос с этих делянок, получено 48 кг зеленой массы.

Определите: продуктивность пастбища в центнерах с 1 га, съеденную массу и поедаемость травы животными.

12.4. По хозяйству известны следующие данные.

Культура	Площадь, га		Урожайность, ц/га		Содержание к. ед. в 1 ц, ц
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	
Силосные культуры	200	250	180	200	0,18
Картофель на корм	20	10	120	180	0,35

Продолжение

Культура	Площадь, га		Урожайность, ц/га		Содержание к. ед. в 1 ц, ц
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	
Однолетние травы:					
на сено	200	100	25	30	0,45
на зеленый корм	100	200	150	120	0,20
Многолетние травы на сено	300	350	35	40	0,46

Определите:

- выход кормовых единиц с 1 га площади по культурам в 1 ц;
- общий выход кормовых единиц в базисном и отчетном периодах, выход кормовых единиц на 1 га площади посевов в базисном и отчетном периодах;
- влияние на выход кормовых единиц площади посевов, урожайности и структурных сдвигов.

12.5. Динамика продуктивности коров и расхода кормов на 1 ц молока по сельскохозяйственным предприятиям России характеризуется следующими данными.

Показатель	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Расход кормов на 1 ц молока, ц к. ед.	1,44	1,52	1,58	1,62	1,74	1,71	1,73	1,71
Продуктивность коров, кг	2731	2567	2332	2328	2162	2153	2144	2239

Постройте линейную зависимость (определите параметры функции $y = a_0 + a_1x$) расхода кормов (y) от продуктивности скота (x).

Рассчитайте и оцените коэффициент корреляции.

Определите расход кормов на 1 ц молока при продуктивности коров в 3500 кг.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абсолютные величины 58, 59, 60
Абсолютное значение 1%-ного прироста 101
Абсолютный прирост 98
Аналитические характеристики ряда динамики 99
Аналитические характеристики 161
Баланс народного хозяйства 11
Вариация 8
Виды производственных функций 141–145
Гистограмма 43
Диаграмма казусов 43
Дисперсия 86, 87
Единица статистической совокупности 9
Закономерность статистическая 9
Индексы
 базисные 120
 индивидуальные 119
 общие 121
 переменного состава 127
 средний арифметический 125
 средний гармонический 126
 структурных сдвигов 129
 фиксированного состава 127
 цепные 120
Изокванта 168
Корреляционное отношение 108
Коэффициент
 вариации 91
 детерминации 102
 корреляции 160
 множественной линейной корреляции 160
 осцилляции 91
 парной линейной корреляции 157
 эластичности 166
Кумулята 50
Линеаризация 156
Медиана 79
Метод укрупнения интервалов 103
Мода 79
Огива 50
Относительные величины
 выполнения плана 64
 динамики 62
 интенсивности 65
 координации 65
 сравнения 65
Предельная эффективность ресурса 164
Полигон 46
Производственные функции 137

- Репрезентативность 12, 22
Ряд распределения 34
Статистическая
 закономерность 9
 сводка 25
 совокупность 8
Статистическое наблюдение 17, 20
Средняя
 арифметическая 73–75
 гармоническая 76
 геометрическая 77
 средняя эффективность ресурса 162
Способ наименьших квадратов 154
Тренд 106
Уравнения 141
Функции 141–145
Экспесс 103

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
ГЛАВА 1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД И ОРГАНИЗАЦИЯ СТАТИСТИКИ	5
1.1. Понятие «статистика»	5
1.2. Предмет статистики	10
1.3. Методология статистики	11
1.4. Организация статистики	12
Упражнения	14
ГЛАВА 2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ	16
2.1. Понятие и виды статистического наблюдения	16
2.2. Программа статистического наблюдения ...	20
2.3. Способы контроля и обеспечения достоверности статистических данных	22
Упражнения	24
ГЛАВА 3. СТАТИСТИЧЕСКАЯ СВОДКА И ГРУППИРОВКА	25
3.1. Понятие и задачи статистической сводки ...	25
3.2. Экономические группировки	26
3.3. Ряды распределения	34
3.4. Статистические таблицы	35
3.5. Статистические графики	42
Упражнения	54
ГЛАВА 4. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ	58
4.1. Абсолютные величины	58
4.2. Относительные величины	60
Упражнения	69
ГЛАВА 5. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ	73
5.1. Сущность средних величин	73
5.2. Средняя арифметическая	73
5.3. Средняя гармоническая	76
5.4. Средняя геометрическая	77
5.5. Структурные средние	79
Упражнения	82

ГЛАВА 6. ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ	85
6.1. Понятие «вариация»	85
6.2. Порядок расчета показателей вариации	86
Упражнения	92
ГЛАВА 7. РЯДЫ ДИНАМИКИ	95
7.1. Виды рядов динамики	95
7.2. Правила построения динамических рядов ...	96
7.3. Статистические показатели ряда динамики ..	98
7.4. Выявление тенденции изменения уровней ряда динамики	103
7.5. Измерения сезонных колебаний,	111
Упражнения	113
ГЛАВА 8. ИНДЕКСЫ	117
8.1. Индивидуальные и общие индексы	117
8.2. Средний арифметический и средний гармонический индексы	125
8.3. Индексы переменного и фиксированного составов	127
Упражнения	130
ГЛАВА 9. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ	134
9.1. Экономико-статистические связи и производственные функции	134
9.2. Виды производственных функций и определение их параметров	138
9.3. Методика построения производственных функций	149
Упражнения	170
ГЛАВА 10. СТАТИСТИКА РАСТЕНИЕВОДСТВА	173
10.1. Статистика земельного фонда	173
10.2. Статистика посевных площадей	179
10.3. Статистика многолетних насаждений	183
10.4. Статистика агротехники и мелиораций	184
10.5. Статистика урожая и урожайности	187
Упражнения	200

ГЛАВА 11. СТАТИСТИКА ЖИВОТНОВОДСТВА	207
11.1. Статистика численности скота и воспроизводства стада	207
11.2. Статистика продукции животноводства и продуктивности скота	211
11.3. Экономико-статистический анализ производства продукции животноводства	215
<i>Упражнения</i>	219
ГЛАВА 12. СТАТИСТИКА КОРМОВ	224
12.1. Задачи статистики кормов	224
12.2. Классификация кормов	225
12.3. Показатели наличия, качества и использования кормов	228
<i>Упражнения</i>	232
Предметный указатель	234

Учебное издание

Гришин Александр Федорович

СТАТИСТИКА

Заведующая редакцией *Л. А. Табакова*

Редактор *Н. А. Кузнецова*

Младший редактор *Н. А. Федорова*

Художественный редактор *Ю. И. Артюхов*

Технический редактор *В. Ю. Фотиева*

Корректоры *Г. В. Хлопцева, Н. П. Сперанская*

Обложка художника *О. В. Толмачева*

ИБ № 4491

Подписано в печать 07.08.2003

Формат 60×88/16. Печать офсетная. Гарнитура «Таймс»

Усл. п. л. 14,7. Уч.-изд. л. 13,04. Тираж 4000 экз. Заказ 2818. «С» 204

Издательство «Финансы и статистика»

101000, Москва, ул. Покровка, 7

Телефон (095) 925-35-02; факс (095) 925-09-57

E-mail: mail@finstat.ru <http://www.finstat.ru>

ГУП «Великолукская городская типография»

Комитета по средствам массовой информации Псковской области,

182100, Великие Луки, ул. Полиграфистов, 78/12

Тел./факс: (811-53) 3-62-95

E-mail: VTL@MART.RU

Издательство
“ФИНАНСЫ И СТАТИСТИКА”
предлагает учебное пособие

В.Н. Афанасьев, А.И. Маркова
Статистика сельского хозяйства

272 с.



Рассматриваются система показателей и методы анализа статистики земельных угодий и посевных площадей, растениеводства и животноводства, основных фондов и энергооборудования сельскохозяйственных предприятий, продукции и доходов сельского хозяйства, трудовых ресурсов, производительности и оплаты труда, издержек производства и себестоимости сельскохозяйственной продукции. Излагаются также статистика сельскохозяйственных предприятий и комплексный статистико-экономический анализ сельскохозяйственного производства.

Для студентов вузов, обучающихся по специальности “Статистика” и по другим экономическим специальностям.

**Книгу можно приобрести в киосках издательства
или заказать по почте**

Адрес: 101000, Москва, ул.Покровка, 7
(метро “Китай-город”, выход на ул.Маросейка)
Варшавка, 9
(метро “Тульская”, “Нагатинская”)
Тел.: (095)925-35-02, 923-18-68
Факс (095)925-09-57
E-mail: mail@finstat.ru <http://www.finstat.ru>