

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ТЕОРИИ
СТАТИСТИКИ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ



ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

серия основана в 1996 г.



В.В. ГЛИНСКИЙ, В.Г. ДОЛЖЕНКОВА,
Л.П. МАЙКОВА, Е.Д. НИКОЛАЕВА,
Л.К. СЕРГА, Л.П. ХАРЧЕНКО,
Л.П. ЯРОСЛАВЦЕВА

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ СТАТИСТИКИ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Издание третье

Рекомендовано экспертным советом
Учебно-методического объединения
по статистике в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по экономическим специальностям

Москва
ИНФРА-М

Новосибирск
Сибирское соглашение

2002

УДК 311
ББК 60.6.я73
С232

Рецензенты: Р.А. Шмойлова, к.э.н., проф. МЭСИ, Е.Н. Гришкова, зам. председателя Новосибирского облкомстата

Коллектив авторов: к.э.н., проф. В.В. Глинский, к.э.н., проф. В.Г. Долженко, ст. преподаватель Л.П. Майкова, к.э.н., доц. Е.Д. Николаева, к.э.н., доц. Л.К. Серга, к.э.н., проф. Л.П. Харченко, к.э.н., доц. Л.П. Ярославцева

Сборник задач по теории статистики: Учебное пособие / Под ред. проф. В.В. Глинского и к.э.н., доц. Л.К. Серга. – Изд. 3-е. – М.: ИНФРА-М; Новосибирск: Сибирское соглашение, 2002. – 257 с. – (Серия «Высшее образование»).

ISBN 5-16-001294-X (ИНФРА-М)

ISBN 5-8479-0019-8 (Сибирское соглашение)

Сборник задач охватывает все основные темы курса «Статистика». В сборнике два раздела: «Теория статистики» и «Статистика в прикладных исследованиях». В первый раздел включены задачи, посвященные методам сбора, обработки и анализа статистических данных. Во втором разделе приведены задачи, показывающие применение статистических методов в конкретных исследованиях социально-экономических процессов (оценки развития страны, численности, состава и занятости населения, уровня жизни).

По всем разделам и темам даны решения типовых задач.

Сборник предназначен для студентов, обучающихся по экономическим специальностям, но будет полезен и широкому кругу практиков-аналитиков.

ББК 60.6.я73

ISBN 5-16-001294-X (ИНФРА-М)

© Коллектив авторов, 2002

ISBN 5-8479-0019-8 (Сибирское соглашение)

Редактор Н.А. Лукашова
Технический редактор Г.Е. Телятникова
Компьютерная верстка Н.В. Белова

ЛР № 070824 от 21.01.93

Сдано в набор 08.12.2001. Подписано в печать 14.08.2002.
Формат 60х90/16. Бумага типографская № 2. Гарнитура «Times».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 16,0. Уч.-изд. л. 16,5. Тираж 5000 экз.
Цена свободная. Заказ № 0212750.

Издательский Дом «ИНФРА-М»,
127214, Москва, Дмитровское ш., 107.
Тел.: (095) 485-71-77. Факс: (095) 485-53-18. Робофакс: (095) 485-54-44.
E-mail: books@infra-m.ru. http://www.infra-m.ru

ISBN 5-16-001294-X



9 785160 012940

ИД № 06034 от 12.10.2001
Издательство «Сибирское соглашение»
630007, Новосибирск, Красный проспект, 11
Тел./факс: (3832) 22-02-46

Отпечатано в полном соответствии
с качеством предоставленных диапозитивов
в ОАО «Ярославский полиграфкомбинат»
150049, Ярославль, ул. Свободы, 97.



СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
Раздел 1. Теория статистики	5
1.1. Статистическое наблюдение	5
1.2. Сводка и группировка	6
Решение типовых задач	14
1.3. Статистические величины	25
Решение типовых задач	35
1.4. Выборочное наблюдение	46
Решение типовых задач	53
1.5. Ряды динамики	58
Решение типовых задач	68
1.6. Индексы	96
Решение типовых задач	107
1.7. Анализ структуры и структурных изменений	112
Решение типовых задач	125
1.8. Статистическое изучение взаимосвязей	146
Решение типовых задач	156
Раздел 2. Статистика в прикладных исследованиях	169
2.1. Статистическая оценка экономического развития страны	169
Решение типовых задач	183
2.2. Статистика численности, состава и занятости населения	216
Решение типовых задач	228
2.3. Статистика уровня жизни населения	249
Решение типовых задач	255

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач по теории статистики составлен в соответствии с программой базового курса «Статистика» для студентов высших учебных заведений экономических специальностей и охватывает все основные его разделы. Он может быть полезен и для работников, занятых планированием, учетом и анализом производственной деятельности, а также для практиков-аналитиков.

Содержание задачника соответствует структуре учебного пособия «Статистика» под редакцией канд. экон. наук В. Г. Ионина.

В сборнике два раздела. Первый предназначен для освоения студентами методов общей теории статистики, связанных с проведением статистического наблюдения, сводки и группировки его материалов, с исчислением статистических величин и их анализом (абсолютных, относительных и средних величин, показателей вариации).

Второй раздел посвящен примерам применения методов общей теории статистики к изучению различных областей социальной и экономической жизни общества путем использования обобщающих показателей на макро- и микроуровне.

Совершенно новым для подобного рода работ является включение задач по системе национального счетоводства. Впервые отражены вопросы, касающиеся расчетов фондовых и биржевых индексов, анализа структуры и структурных изменений, периодизации макроэкономических процессов.

Сборник задач не претендует на всеобъемлющий охват методов анализа макро- и микросоциально-экономических процессов. Такой цели авторы не ставили. Свою задачу они видели в пробуждении интереса студентов к статистике, ее методам.

Цель сборника задач видится в оказании помощи студентам и всем интересующимся статистикой в исследовании актуальных социально-экономических проблем и практическом использовании при этом системы статистических показателей и методов анализа.

Предлагаемые задания составлены таким образом, чтобы обеспечить систематическую, последовательную работу студентов над курсом.

Задачи и примеры построены на материалах, взятых из статистических сборников, периодических изданий, и на условных данных.

Отзывы и замечания о сборнике просим направлять по адресу: 630099, г. Новосибирск, ул. Каменская, 56, НГАЭиУ, кафедра статистики.

РАЗДЕЛ 1. ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

1.1. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Задача 1.1.1

Какие бы признаки Вы наметили для регистрации при проведении обследования:

- а) страховых компаний города;
- б) промышленных предприятий с целью изучения безработицы;
- в) рынка жилья.

Задача 1.1.2

Для эффективного размещения студентов, проживающих в общежитии Вашего учебного заведения, необходимо провести статистическое обследование их по составу. Для этого:

- 1) определите перечень вопросов, которые Вы считали бы нужным включить в программу обследования; сформулируйте вопросы;
- 2) спроектируйте формуляр обследования и напишите инструкцию по его заполнению;
- 3) составьте организационный план обследования.

Задача 1.1.3

Менеджер супермаркета «Питер» решил провести обследование с целью выявления резервов и направлений улучшения работы его отделов. Помогите:

- 1) определить и ограничить объект и единицу наблюдения;
- 2) выбрать вид наблюдения и разработать его программу;
- 3) подготовить формуляр и краткую инструкцию.

Задача 1.1.4

Укажите форму, вид и способ наблюдения для следующих обследований:

- годовой баланс предприятий;
- перепись населения;
- выборы Президента страны;

- регистрация браков;
- регистрация предприятий в ЕГРПО (едином государственном реестре предприятий и организаций);
- сертификация напитков;
- экзамен по статистике.

Задача 1.1.5

В целях изучения проблем молодых семей в городе намечено провести выборочное обследование. Определите перечень вопросов, которые, по Вашему мнению, можно было бы включить в анкету обследования.

Какие семьи Вы считаете молодыми?

1.2. СВОДКА И ГРУППИРОВКА

Задача 1.2.1

Кожевенно-обувное предприятие в целях оптимизации плана выпуска женской обуви провело обследование 50 женщин, отобранных случайным образом. В результате получены следующие данные о размере обуви обследованных женщин:

36, 37, 37, 36, 38, 39, 37, 38, 38, 40, 35, 36, 37, 37, 38, 37, 38, 36, 37, 37, 36, 37, 39, 40, 38, 37, 37, 36, 34, 38, 37, 37, 37, 38, 36, 36, 36, 40, 37, 37, 38, 38, 36, 37, 37, 37, 37.

Постройте ряд распределения женщин по размеру обуви.

Задача 1.2.2

Распределите субъекты Российской Федерации по численности постоянного населения на 1 января 2001 г. (тыс. чел.).

1. Алтайский край	2642,6	17. Калининградская область	946,7
2. Амурская область	989,9	18. Калужская область	1068,8
3. Архангельская область	1442,9	19. Камчатская область	384,2
4. Астраханская область	1012,8	20. Карачаево-Черкесская республика	430,7
5. Белгородская область	1498,8	21. Кемеровская область	2962,1
6. Брянская область	1424,5	22. Кировская область	1576,0
7. Владимирская область	1589,1	23. Костромская область	774,5
8. Волгоградская область	2658,2	24. Краснодарский край	4998,7
9. Вологодская область	1311,3	25. Красноярский край	3032,0
10. Воронежская область	2437,6	26. Курганская область	1087,1
11. г. Москва	8546,1	27. Курская область	1298,9
12. г. Санкт-Петербург	4627,8	28. Ленинградская область	1659,1
13. Еврейская автономная область	195,6	29. Липецкая область	1235,0
14. Ивановская область	1205,1	30. Магаданская область	233,5
15. Иркутская область	2728,8	31. Московская область	6435,8
16. Кабардино-Балкарская республика	783,9	32. Мурманская область	988,5
		33. Нижегородская область	3632,9

34. Новгородская область	719,4	57. Республика Хакасия	578,3
35. Новосибирская область	2730,5	58. Ростовская область	4317,4
36. Омская область	2147,5	59. Рязанская область	1271,0
37. Оренбургская область	2212,7	60. Самарская область	3279,3
38. Орловская область	890,7	61. Саратовская область	2696,3
39. Пензенская область	2940,7	62. Сахалинская область	591,2
40. Приморский край	2155,4	63. Свердловская область	4572,8
41. Псковская область	789,5	64. Смоленская область	1113,7
42. Республика Адыгея	446,0	65. Ставропольский край	2654,2
43. Республика Алтай	204,8	66. Тамбовская область	1256,6
44. Республика Башкортостан	4101,7	67. Тверская область	1575,0
45. Республика Бурятия	1026,3	68. Томская область	1064,8
46. Республика Дагестан	2160,3	69. Тульская область	1716,2
47. Республика Ингушетия	460,1	70. Тюменская область	3253,7
48. Республика Калмыкия	314,3	71. Удмуртская республика	1623,8
49. Республика Карелия	760,6	72. Ульяновская область	1453,4
50. Республика Коми	1126,1	73. Хабаровский край	1495,9
51. Республика Марий Эл	755,2	74. Челябинская область	3651,0
52. Республика Мордовия	919,7	75. Чеченская республика	609,5
53. Республика Саха (Якутия)	986,0	76. Читинская область	1246,7
54. Республика Северная Осетия-Алания	677,0	77. Чувашская республика	1353,4
55. Республика Татарстан	3776,8	78. Чукотский автономный округ	75,3
56. Республика Тыва	310,7	79. Ярославская область	1400,7

Задача 1.2.3

Имеются данные по десяти крупнейшим общенациональным рекламодателям США.

Таблица 1.2.1

Место	Фирма	Общие затраты на рекламу, млн долларов	Общая сумма продаж, млн долларов
1	Проктер энд гэмбл	641,7	11 944
2	Сирс, Робак энд К°	544,1	27 360
3	Дженералс фудз	456,8	8351
4	Филип Моррис	432,9	10 885
5	Дженерал моторс	401,0	62 698
6	К-Март	349,6	16 527
7	Набиско брэндз	340,9	5819
8	Р.Дж. Рейнолдз индастриз	321,2	11 691
9	АТТ	297,0	58 214
10	Мобил	293,1	68 587

Охарактеризуйте структуру рекламодателей США по удельным затратам на рекламу, предварительно построив типологическую группировку.

Задача 1.2.4

Рабочие фирмы по производству пластиковых окон характеризуются следующими показателями:

Таблица 1.2.2

№ п/п	Образование	Стаж работы	Выработка, шт.	Месячная зарплата, тыс. р.
1	Начальное	0	28	1,40
2	Среднее	0	35	1,50
3	Среднее	20	68	2,40
4	Неполное среднее	20	65	2,20
5	Специальное среднее	9	55	1,85
6	Высшее	20	65	2,50
7	Начальное	6	45	1,50
8	Среднее	25	68	2,40
9	Неполное среднее	14	55	1,80
10	Специальное среднее	0	40	1,50
11	Неполное среднее	13	56	1,85
12	Высшее	5	48	1,60
13	Начальное	12	50	1,75
14	Неполное среднее	20	65	2,20
15	Специальное среднее	1	42	1,55
16	Среднее	1	40	1,50
17	Специальное среднее	2	42	1,60
18	Среднее	26	70	2,80
19	Незаконченное высшее	25	70	2,80
20	Неполное среднее	17	60	1,80
21	Начальное	18	55	1,70
22	Среднее	18	71	3,00
23	Неполное среднее	25	60	2,50
24	Специальное среднее	25	70	3,00
25	Неполное среднее	25	62	2,60
26	Среднее	1	40	1,50
27	Незаконченное высшее	10	65	2,60
28	Начальное	16	54	1,60
29	Неполное среднее	26	65	2,80
30	Специальное среднее	22	68	2,90
31	Неполное среднее	3	32	1,50

1. Используя комбинацию признаков, проведите типологическую группировку рабочих по уровню квалификации, применяя специализацию признаков и специализацию интервалов.

2. В пределах выделенных типов выполните аналитическую группировку для оценки связи между стажем работы и средней выработкой.

Результаты представьте в табличной форме.

Задача 1.2.5

Агентство недвижимости предлагает на продажу двух- и трехкомнатные квартиры. Применяя метод группировок, проанализируйте структуру предложения по районам города и по типу квартир.

Таблица 1.2.3

Тип квартиры	Район	Жилая площадь	Кухня	Санузел	Цена, тыс. р.
<i>Двухкомнатные</i>					
см.	Центральный	32,0	6,0	с	465,0
из.	Центральный	27,0	8,0	р	510,0
см.	Железнодорожный	31,0	6,0	с	410,0
из.	Железнодорожный	32,0	8,0	р	540,0
см.	Железнодорожный	29,0	6,0	с	453,0
из.	Железнодорожный	25,0	6,0	с	410,0
см.	Дзержинский	31,0	6,0	с	395,0
из.	Дзержинский	27,0	7,0	р	400,0
из.	Дзержинский	25,0	6,0	р	380,0
из.	Дзержинский	28,0	7,0	р	395,0
из.	Кировский	32,0	6,0	с	570,0
см.	Кировский	24,0	8,0	с	395,0
из.	Кировский	28,0	7,0	р	390,0
из.	Кировский	31,0	6,0	с	410,0
см.	Кировский	32,0	6,0	с	410,0
из.	Калининский	36,0	13,0	р	600,0
из.	Калининский	27,0	7,0	р	400,0
см.	Калининский	30,0	6,0	р	395,0
из.	Калининский	31,0	9,0	р	420,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	420,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	410,0
из.	Октябрьский	33,0	9,0	р	520,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	450,0
<i>Трехкомнатные</i>					
из.	Советский	40,0	8,0	р	610,0
из., п/г	Центральный	51,0	10,0	р	808,0
из.	Центральный	53,0	9,0	р	600,0
из.	Центральный	48,0	9,0	р	630,0
из.	Железнодорожный	43,0	10,0	р	760,0
из.	Железнодорожный	41,0	6,0	с	720,0
из.	Железнодорожный	46,0	16,0	с	900,0
см.-из.	Дзержинский	43,0	7,0	р	755,0
из.	Дзержинский	40,0	7,0	р	720,0
см.-из.	Кировский	42,0	7,0	р	520,0
из.	Кировский	37,0	7,0	р	520,0
из.	Калининский	42,0	13,0	р	790,0
из.	Калининский	41,0	7,0	р	630,0
из.	Октябрьский	35,0	9,0	р	540,0
из.	Октябрьский	40,0	6,0	р	670,0
см.	Ленинский	42,0	6,0	с	428,0
из.	Ленинский	48,0	10,0	р	660,0
из.	Заельцовский	44,0	10,0	р	760,0
см.-из.	Заельцовский	43,0	7,0	р	555,0

Примечание. Комнаты: см. – смежные, из. – изолированные, см.-из. – смежно-изолированные, п/г – полногабаритные; санузел: р – раздельный, с – совмещенный.

Задача 1.2.6

Используя данные задачи № 1.2.5, выполните аналитическую группировку для оценки связи между типом квартиры и ценой.

Задача 1.2.7

Численность осужденных в республике распределяется по возрастам следующим образом:

Таблица 1.2.4

(чел.)

Возраст, лет	1999	2000
14-17	1959	2965
18-24	2673	5477
25-29	2183	2962
30-49	4512	8137
50 и старше	585	908

Определите, в каком году и в какой возрастной группе численность осужденных на 1000 человек была больше, если распределение населения республики по возрастным группам следующее:

Таблица 1.2.5

(тыс. чел.)

Возраст, лет	1999	2000
0-9	429,4	376,5
10-19	405,5	428,1
20-29	377,2	355,8
30-39	476,4	474,4
40-49	290,3	354,6
50-59	337,9	306,1
60-69	267,0	277,7
70 и старше	164,0	170,8

Задача 1.2.8

Основные показатели социально-экономического развития регионов Сибирского федерального округа в 1999 г. сведены в таблицу.

Таблица 1.2.6

Регион	Объем промышленной продукции, млн р.	Кап. вложения за счет всех источников финансирования, млн р.	Ввод в действие жилых домов, тыс. м ²	Производство молока, тыс. т	Производство мяса в живом весе, тыс. т	Розничный товарооборот, млн р.	Население, тыс. чел.	Индекс физического объема производства, в % к прошлому году
1. Красноярский край	124 498,0	12 684,0	424,5	783,7	137,5	28 394,0	3032,0	108,0
2. Алтайский край	21 461,0	5307,2	448,3	1204,1	162,0	17 321,3	2642,6	117,7
3. Новосибирская область	24 699,2	5911,7	452,1	868,1	176,5	29 434,5	2730,5	107,6
4. Томская область	15 562,0	5962,8	202,0	205,9	46,9	9649,3	1064,8	102,7
5. Кемеровская область	63 934,0	11 405,0	481,3	481,5	99,8	26 431,6	2962,1	119,1
6. Омская область	16 996,0	4213,9	258,8	794,5	190,8	17 409,1	2147,5	101,9
7. Иркутская область	72 403,0	8327,8	216,9	477,4	112,3	33 008,6	2728,8	110,9
8. Читинская область	7186,0	3282,2	67,3	291,5	86,5	4895,8	1246,7	108,4
9. Республика Алтай	227,0	220,2	19,6	54,9	17,2	943,3	204,8	171,4
10. Республика Тыва	609,0	281,1	18,3	49,5	30,5	1259,5	310,7	110,0
11. Республика Хакасия	10 660,0	1898,1	64,3	116,6	34,8	4285,7	578,3	102,0
12. Республика Бурятия	8292,0	2711,2	177,4	168,7	62,0	8616,9	1026,3	114,3

На основании этих данных, применяя метод многомерной средней, выделите три типа регионов по уровню социально-экономического развития.

Задача 1.2.9

Рассчитав матрицу расстояний и применяя метод шаров, выделите типы однокачественной динамики индекса потребительских цен в 2000 г.

Индекс потребительских цен в 2000 г.
(на конец месяца, в % к предыдущему месяцу)

Месяц	ИПЦ	Месяц	ИПЦ
Январь	102,3	Июль	101,8
Февраль	101,0	Август	101,0
Март	100,6	Сентябрь	101,3
Апрель	100,9	Октябрь	102,1
Май	101,8	Ноябрь	101,5
Июнь	102,6	Декабрь	101,6

Задача 1.2.10

По 10 показателям, характеризующим деятельность предприятий, рассчитаны коэффициенты парной корреляции между предприятиями:

Таблица 1.2.7

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10
U1	1,0	0,78	0,76	0,65	0,74	0,94	0,58	0,91	0,95	0,77
U2		1,0	0,81	0,79	0,67	0,90	0,53	0,98	0,64	0,65
U3			1,0	0,42	0,51	0,63	0,49	0,63	0,67	0,70
U4				1,0	0,80	0,79	0,66	0,85	0,68	0,64
U5					1,0	0,61	0,70	0,58	0,80	0,71
U6						1,0	0,97	0,99	0,72	0,70
U7							1,0	0,54	0,99	0,68
U8								1,0	0,75	0,74
U9									1,0	0,99
U10										1,0

Методом корреляционных плеяд выполните многомерную группировку предприятий.

Задача 1.2.11

По 10 петербургским эмитентам приведены коэффициенты парной корреляции цен акций.

Выполните методом дендритов типологическую группировку петербургских эмитентов.

Таблица 1.2.8

БМП	БМП	«Электросила»	Ижорские заводы	Кировский завод	«Красный выборжец»	ЛОМО	Ленэнерго	ММТ	ПТС	СЗП
1	0,77	-0,29	-0,11	-0,11	0,81	0,71	-0,48	-0,27	-0,43	0,70
«Электросила»		1	-0,11	-0,01	0,73	0,82	-0,26	-0,16	-0,23	0,77
Ижорские заводы			1	0,03	-0,41	0,17	0,86	0,75	0,77	-0,15
Кировский завод				1	-0,02	-0,01	-0,01	0,01	0,01	0
«Красный выборжец»					1	0,63	-0,47	-0,39	-0,46	0,68
ЛОМО						1	0,06	0,08	0	0,79
Ленэнерго							1	0,77	0,85	-0,28
ММТ								1	0,92	-0,25
ПТС									1	-0,32
СЗП										1

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1

Агентство недвижимости предлагает на продажу следующие двухкомнатные квартиры.

Таблица 1.2.9

Тип квартиры	Район	Жилая площадь	Кухня	Санузел	Цена, тыс. усл. ед.
см.	Центральный	32,0	6,0	с	15,0
из.	Центральный	27,0	8,0	р	21,0
см.	Железнодорожный	31,0	6,0	с	11,0
из.	Железнодорожный	32,0	8,0	р	24,0
см.	Железнодорожный	29,0	6,0	с	13,0
из.	Железнодорожный	25,0	6,0	с	11,0
см.	Дзержинский	31,0	6,0	с	10,5
из.	Дзержинский	27,0	7,0	р	15,0
из.	Дзержинский	25,0	6,0	р	10,8
из.	Дзержинский	28,0	7,0	р	10,5
из.	Кировский	32,0	6,0	с	11,0
см.	Кировский	24,0	8,0	с	10,5
из.	Кировский	28,0	7,0	р	10,9
из.	Кировский	31,0	6,0	с	11,0
см.	Кировский	32,0	6,0	с	12,0
из.	Калининский	36,0	13,0	р	30,0
из.	Калининский	27,0	7,0	р	15,0
см.	Калининский	30,0	6,0	р	10,5
из.	Калининский	31,0	9,0	р	12,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	12,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	11,0
из.	Октябрьский	33,0	9,0	р	12,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	11,0

Применяя метод группировок, проанализируйте структуру предложения квартир по районам города.

Решение

Для анализа структуры предложения квартир по районам города выполним группировку квартир.

При проведении любой группировки среди прочих решаются следующие задачи: выбор группировочного признака (основания группировки) и определение числа выделяемых групп.

В соответствии с условием задачи в основу группировки положим признак «район города». Так как группировочный признак атрибутивный, то количество групп совпадает с числом районов города.

После того как выбран группировочный признак, намечено число групп и образованы сами группы, необходимо отобрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их величины по каждой группе. В качестве показателей, характеризующих структуру, рассчитаем количество и среднюю цену квартир в каждом районе и удельный вес района в общем предложении квартир.

Показатели, характеризующие предложение квартир по районам, разнесем по шести указанным группам и подсчитаем групповые итоги.

Расчетная таблица

Группировка квартир по районам города

Район	Количество квартир	Удельный вес района, %	Средняя цена квартиры, тыс. усл. ед.
Дзержинский	4	17,39	11,7
Железнодорожный	4	17,39	14,8
Калининский	4	17,39	16,9
Кировский	5	21,74	11,1
Октябрьский	4	17,39	11,5
Центральный	2	8,70	18,0
Итого:	23	100,00	13,5

Пример 2

Распределите районы Новосибирской области по величине розничного товарооборота в текущем году. Число групп задайте равным 5.

	тыс. р.		тыс. р.
1. Баганский	31 331	16. Кыштовский	21 253
2. Барабинский	56 440	17. Маслянинский	47 248
3. Болотнинский	99 212	18. Мошковский	92 955
4. Венгеровский	34 088	19. Новосибирский	178 291
5. Доволенский	43 520	20. Ордынский	68 865
6. Здвинский	38 196	21. Северный	9 767
7. Искитимский	208 492	22. Сузунский	60 674
8. Карасукский	104 518	23. Татарский	23 944
9. Картатский	82 972	24. Тогучинский	127 725
10. Колыванский	45 561	25. Убинский	24 559
11. Коченевский	137 445	26. Усть-Таркский	21 946
12. Кочковский	28 970	27. Чановский	44 876
13. Краснозерский	51 387	28. Черепановский	117 021
14. Куйбышевский	36 775	29. Чистоозерный	33 775
15. Купинский	65 680	30. Чулымский	36 637

Решение

Так как число групп заранее определено, остается решить вопрос о величине интервалов.

Возможно несколько вариантов:

- а) равные интервалы;
- б) равнонаполненные интервалы;
- в) интервалы, меняющиеся в арифметической прогрессии;
- г) интервалы, меняющиеся в геометрической прогрессии.

Равные интервалы

Имеем:

$$i = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{n}$$

Здесь i – величина интервала; n – число групп; $x_{\max}$ – максимальное значение группировочного признака в совокупности; $x_{\min}$ – минимальное значение группировочного признака.

$$i = \frac{208492 - 9767}{5} = \frac{198725}{5} = 39745.$$

Результаты представим в табличном виде:

Расчетная таблица

Группировка районов по объему товарооборота (вариант а)

Группы районов по объему товарооборота	Число районов в группе	Район	Средний размер товарооборота по группе, тыс. р.
9767–49 512	16	1, 4, 5, 6, 11, 13, 15, 16, 17, 22, 23, 25, 26, 27, 29, 30	32652,8
49 512–89 257	6	2, 8, 9, 10, 20, 21	64336,3
89 257–129 002	5	3, 14, 18, 24, 28	108286,2
129 002–168 747	1	12	137445,0
168 747–208 492	2	7, 19	193391,5
Итого	30		65804,1

Равнонаполненные интервалы

Имеем:

$$m = \frac{N}{n}$$

Здесь N – численность единиц совокупности; n – число групп; m – численность единиц в группе.

$$m = \frac{30}{5} = 6.$$

Результаты показаны в таблице:

Расчетная таблица

Группировка районов по объему товарооборота (вариант б)

Группы районов по объему товарооборота	Группы	Число районов в группе	Район	Средний размер товарооборота по группе, тыс. р.
9767–28 970	До 30	6	13, 15, 22, 23, 25, 26	21739,8
31 331–38 196	30–40	6	1, 4, 6, 16, 29, 30	35133,7
43 520–56 440	40–60	6	2, 5, 8, 11, 17, 27	48172,0
60 674–99 212	60–100	6	3, 9, 10, 18, 20, 21	78393,0
104 518–208 492	100 и более	6	7, 12, 14, 19, 24, 28	145582,0
Итого	–	30	–	65804,1

Меняющийся в арифметической прогрессии интервал

Тогда, например:

$$i_k = k \cdot i.$$

Здесь i – величина первого интервала; i_k – величина k -го интервала; k – номер интервала.

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\sum k}$$

получаем

$$i = \frac{208\,492 - 9767}{1+2+3+4+5} = \frac{198\,725}{15} = 13\,248,$$

$$i_1 = 1 \cdot 13\,248 = 13\,248$$

.....

$$i_5 = 5 \cdot 13\,248 = 66\,240.$$

Расчеты представим в таблице:

Группировка районов по объему товарооборота (вариант в)

Группы районов по объему товарооборота	Число районов в группе	Район	Средний размер товарооборота по группе, тыс. р.
До 23 016	3	15, 22, 26	17655,3
23 016–49 512	13	1, 4, 5, 6, 11, 13, 16, 17, 23, 25, 27, 29, 30	36113,8
49 512–89 256	6	2, 8, 9, 10, 20, 21	64336,3
89 256–142 248	6	3, 12, 14, 18, 24, 28	113146,0
142 248 и более	2	7, 19	193391,5
Итого	30		65804,1

Рассмотрение вариантов может быть продолжено. Как выбрать лучший? В качестве критерия рекомендуется использовать межгрупповую дисперсию. Группировка, в которой межгрупповая дисперсия максимальная, считается лучшей. По данным таблиц вариантов *а*, *б* и *в* рассчитаем:

$$s_a^2 = 2\,143\,673\,000,$$

$$s_b^2 = 1\,943\,244\,100,$$

$$s_v^2 = 2\,147\,738\,200.$$

Соответственно, лучший из трех рассмотренных – вариант *в*, при котором величина интервалов изменяется в арифметической прогрессии.

Пример 3

Численность осужденных в республике распределяется по возрастам следующим образом:

Таблица 1.2.10

(чел.)

Возраст, лет	1999	2000
14–17	1959	2965
18–24	2673	5477
25–29	2183	2962
30–49	4512	8137
50 и старше	585	908

Определите, в каком году и в какой возрастной группе численность осужденных на 1000 человек была больше, если распределение населения республики по возрастным группам следующее:

Таблица 1.2.11

(тыс. чел.)

Возраст, лет	1999	2000
0–9	429,4	376,5
10–19	405,5	428,1
20–29	377,2	355,8
30–39	476,4	474,4
40–49	290,3	354,6
50–59	337,9	306,1
60–69	267,0	277,7
70 и старше	164,0	170,8

Решение

Методику решения рассмотрим на данных за 1999 год.

Для приведения данных в сопоставимый вид выполним вторичную группировку (методом долевой перегруппировки и укрупнения интервалов) распределения населения республики по возрастным группам, образуя новые группы со следующими интервалами: 0–13, 14–17, 18–24, 25–29, 30–49, 50 и старше.

В первую *новую* группу [0–13] войдет полностью первая возрастная группа населения и часть второй группы из таблицы. От интервала второй группы нужно взять 4 части. Величина интервала этой группы составляет 10. Следовательно, надо взять от нее 4/10 (4:10). Такую же часть во вновь образуемую первую группу надо взять и от численности, т. е. $405,5 \cdot (4:10) = 162,2$ тыс. чел. Тогда в новой первой группе численность населения будет: $429,4 + 162,2 = 591,6$ тыс. чел.

Вторую *новую* группу [14–17] образует часть населения второй возрастной группы [10–19] из таблицы: $405,5 \cdot (4:10) = 162,2$ тыс. чел.

Во *вновь образованную* третью группу [18–24] войдет часть населения второй группы [10–19] и часть третьей [20–29] из таблицы: $405,5 \cdot (2:10) + 377,2 \cdot (5:10) = 269,7$ тыс. чел. Все остальные группы определяются аналогично.

В результате перегруппировки получаем следующие данные:

Расчетная таблица

Возраст, лет	Распределение населения республики в 1999 г., тыс. чел.
0-13	$429,4 + 405,5 \cdot 4/10 = 591,6$
14-17	$405,5 \cdot 4/10 = 162,2$
18-24	$405,5 \cdot 2/10 + 377,2 \cdot 5/10 = 269,7$
25-29	$377,2 \cdot 5/10 = 188,6$
30-49	$476,4 + 290,3 = 766,7$
50 и старше	$337,9 + 267,0 + 164,0 = 768,9$

Используя группировку осужденных и вторичную группировку распределения населения по возрасту, рассчитываем численность осужденных на 1000 человек населения в виде относительной величины интенсивности:

$$\frac{\text{Численность осужденных по группе}}{\text{Численность населения по группе}}$$

$$\text{Для возраста [14-17]: } \frac{1,959}{162,2} \cdot 1000 = 12,1 \text{ чел. на 1000 чел.}$$

$$\text{Для возраста [18-24]: } \frac{2,673}{269,7} \cdot 1000 = 9,9 \text{ чел. на 1000 чел. и т.д.}$$

Результаты представим в табличном виде:

Расчетная таблица

Возраст, лет	Численность осужденных на 1000 чел. населения
14-17	12,1
18-24	9,9
25-29	11,6
30-49	5,9
50 и старше	0,8

В 1999 г. больше всего осужденных на 1000 человек населения было в возрастной группе 14-17 лет.

Пример 4

Рассчитав матрицу расстояний и применяя метод шаров, выделим типы однокачественной динамики индекса потребительских цен в отчетном году.

Индекс потребительских цен в отчетном году
(на конец месяца, в % к декабрю предыдущего года)

Месяц	ИПЦ	Месяц	ИПЦ
Январь	104,0	Июль	117,1
Февраль	107,2	Август	116,8
Март	110,3	Сентябрь	117,3
Апрель	112,9	Октябрь	118,8
Май	114,4	Ноябрь	120,9
Июнь	116,0	Декабрь	121,8

Решение

Идея метода шаров заключается в следующем: для каждой точки (объекта, признака, периода времени) строится шар в n -мерном пространстве заданного радиуса ρ .

$$\rho = \max_j \min_{i \neq j} C_{ij},$$

где $\{C_{ij}\}$ – матрица расстояний между точками ($i, j = 1, \dots, n$); n – количество точек.

Возможен расчет нескольких мер расстояний между точками i и j . Например, среднее евклидово расстояние:

$$C_{ij} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{l=1}^m (x_{il} - x_{jl})^2},$$

где C_{ij} – расстояние между объектами i и j ; x_{il} – значение l -го признака у объекта i ; x_{jl} – то же для объекта j ; m – количество признаков.

Так как $l = 1$, то в одномерном случае $C_{ij} = |x_i - x_j|$.

$$d_{11} = 0;$$

$$d_{21} = d_{12} = \sqrt{(104,0 - 107,2)^2} = 3,2;$$

$$d_{31} = d_{13} = \sqrt{(104,0 - 110,3)^2} = 6,3.$$

Нужно построить матрицу расстояний по исходным данным задачи.

В каждом столбце матрицы выбирается минимальное расстояние и определяется максимальное из них (т. е. радиус шара):

$$\rho = \max_j \min_{ij} C_{ij} = 3,2.$$

Расчетная таблица

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}	V_{11}	V_{12}
V_1	0	3,2	6,3	8,9	10,4	12,0	13,1	12,8	13,3	14,8	16,9	17,8
V_2	3,2	0	3,1	5,7	7,2	8,8	9,9	9,6	10,1	11,6	13,7	14,6
V_3	6,3	3,1	0	2,6	4,1	5,7	6,8	6,5	7,0	8,5	10,6	11,5
V_4	8,9	5,7	2,6	0	1,5	3,1*	4,2	3,9	4,4	5,9	8,0	8,9
V_5	10,4	7,2	4,1	1,5	0	1,6*	2,7	2,4	2,9	4,4	6,5	7,4
V_6	12,0	8,8	5,7	3,1	1,6	0*	1,1	0,8	1,3	2,8*	4,9	5,8
V_7	13,1	9,9	6,8	4,2	2,7	1,1*	0	0,3	0,2	1,7*	3,8	4,7
V_8	12,8	9,6	6,5	3,9	2,4	0,8*	0,3	0	0,5	2,0*	4,1	5,0
V_9	13,3	10,1	7,0	4,4	2,9	1,3*	0,2	0,5	0	1,5*	3,6	4,5
V_{10}	14,8	11,6	8,5	5,9	4,4	2,8*	1,7	2,0	1,5	0*	2,1	3,0
V_{11}	16,9	13,7	10,6	8,0	6,5	4,9	3,8	4,1	3,6	2,1*	0	0,9
V_{12}	17,8	14,6	11,5	8,9	7,4	5,8	4,7	5,0	4,5	3,0*	0,9	0
min по столбцу	3,2	3,1	2,6	1,5	1,5	0,8	0,2	0,3	0,2	1,5	0,9	0,9
max min = ρ	3,2											
k	2	3	3	4	6	7	6	6	6	7	3	3
Σ						10,7*				13,1		

Примечание. Здесь и далее звездочкой обозначены элементы, входящие в шар и удовлетворяющие условию $C_{sj} \leq \rho$.

Теперь для каждого месяца V_j определяется k – число месяцев, входящих в его шар таким образом, что $C_{sj} \leq \rho$. Элементы того месяца, где больше число k , и образуют первое подмножество. Определилось два месяца, где $k_{\max} = 7$, следует выбрать такой из них, в котором сумма расстояний (Σ), удовлетворяющих условию $C_{sj} \leq \rho$, минимальна.

Это столбец V_6 , и, следовательно, первое подмножество образуют элементы $\{V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}\}$.

Удалив из матрицы расстояний первое подмножество, получаем новую таблицу:

Расчетная таблица

	V_1	V_2	V_3	V_{11}	V_{12}
V_1	0	3,2*	6,3	16,9	17,8
V_2	3,2	0*	3,1	13,7	14,6
V_3	6,3	3,1*	0	10,6	11,5
V_{11}	16,9	13,7	10,6	0	0,9
V_{12}	17,8	14,6	11,5	0,9	0
min по столбцу	3,2	3,1	3,1	0,9	0,9
max min = ρ	3,2				
k	2	3*	2	2	2

Аналогично определяются элементы второго множества. При $k_{\max} = 3$ получаем второе подмножество $\{V_1, V_2, V_3\}$, и его элемен-

ты исключаем из матрицы расстояний. В результате новой итерации имеем подмножество $\{V_{11}, V_{12}\}$.

Таким образом, выделяются три типа однокачественной динамики индекса потребительских цен в отчетном году. Осталось их интерпретировать:

Расчетная таблица

Типы динамики ИПЦ	Период	Интерпретация типов
1	С января по март	Скачок цен
2	С апреля по октябрь	Стабильные цены
3	Ноябрь, декабрь	Средний рост цен

Пример 5

По 10 показателям, характеризующим деятельность предприятий, рассчитаны коэффициенты парной корреляции:

Таблица 1.2.12

	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}
U_1	1,0	0,87	0,89	0,31	0,27	0,14	0,18	0,36	0,41	0,52
U_2	0,87	1,0	0,92	0,24	0,57	0,35	0,37	0,51	0,28	0,09
U_3	0,89	0,92	1,0	0,26	0,38	0,44	0,21	0,31	0,34	0,18
U_4	0,31	0,24	0,26	1,0	0,95	0,81	0,73	0,26	0,51	0,50
U_5	0,27	0,57	0,38	0,95	1,0	0,98	0,85	0,30	0,50	0,40
U_6	0,14	0,35	0,44	0,81	0,98	1,0	0,91	0,20	0,30	0,10
U_7	0,18	0,37	0,21	0,73	0,85	0,91	1,0	0,17	0,21	0,36
U_8	0,36	0,51	0,31	0,26	0,30	0,20	0,17	1,0	0,99	0,83
U_9	0,41	0,28	0,34	0,51	0,50	0,30	0,21	0,99	1,0	0,94
U_{10}	0,52	0,09	0,18	0,50	0,40	0,10	0,36	0,83	0,94	1,0

Примечание. Здесь и далее подчеркнуты максимальные коэффициенты парной корреляции признаков, входящих в плеяды.

Методом корреляционных плеяд выполняется многомерная группировка предприятий.

Решение

Техника корреляционных плеяд состоит в следующем:

1. В матрице коэффициентов связи выбирается максимальный по абсолютной величине (кроме диагональных) показатель. Пусть им оказался R_{ij} . На график наносятся точки i и j , соединяются линией, над которой ставится значение R_{ij} , далее из двух наибольших по абсолютной величине коэффициентов в строках i и j (кроме R_{ij}) выбирается максимальный, например, R_{ik} . Точки i и k соединяются линией, над которой пишется значение R_{ik} .

Продолжая построение, на каждом шаге находим объект (признак), наиболее тесно связанный с одним из двух, отобранных на предыдущем этапе. Построение чертежа завершается, когда в нем окажутся все m точек (m – объем совокупности).

2. Выбирая пороговую величину h и исключая из схемы связи, соответствующие меньшим, чем h , коэффициентам связи, получаем нормальные группы (плеяды) объектов (h является порогом, при переходе через который группы рассеиваются на отдельные, не связанные объекты).

Применяя данную технику к матрице коэффициентов связи, получаем следующую схему (рис. 1):

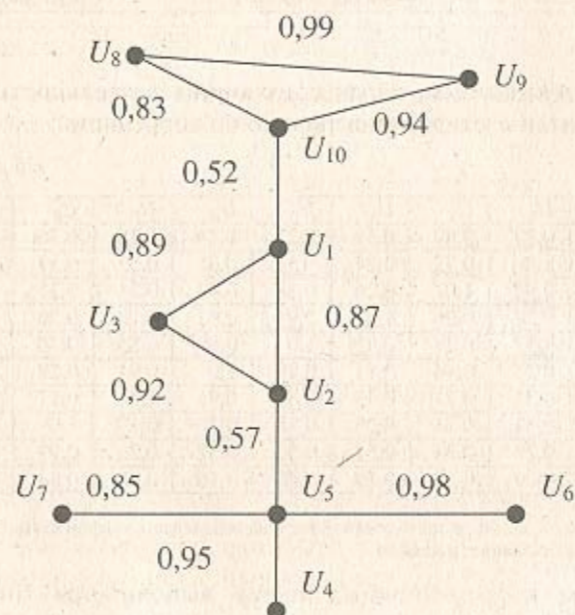


Рис. 1. Корреляционные плеяды показателей результатов деятельности предприятий

Если $h = 0,6$, то исключаются две связи ($U_{10} - U_1$ и $U_2 - U_5$), в итоге получаются три плеяды (группы) предприятий:

1. U_8, U_9, U_{10} ;
2. U_1, U_2, U_3 ;
3. U_4, U_5, U_6, U_7 .

1.3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Задача 1.3.1

Демографическая ситуация области характеризуется следующими данными:

Таблица 1.3.1

Зарегистрировано	1999	2000
1. Средняя численность населения	2 747 850	2 739 000
2. Родившихся живыми	21 700	23 100
3. Умерших	37 200	38 500
В том числе:		
детей до 1 года	338	347
4. Браков	16 900	17 400
5. Разводов	9300	11 900

Рассчитайте относительные величины динамики, интенсивности, сравнения и сделайте выводы о естественном движении населения в области.

Задача 1.3.2

По данным управления социальной защиты населения администрации области по состоянию на 01.10.2000 г., на учете в органах социальной защиты населения состояло 663,3 тыс. пенсионеров (на 01.01.2000 г. – 655,3 тыс. чел.), из них 528,1 тыс. – пенсионеры по старости. Средний размер назначенной месячной пенсии составил 700,0 р. (без компенсационных выплат); в том числе по старости – 850,0 р. (на 01.01.2000 г. соответственно 427,0 и 479,0 р.).

С учетом компенсационных выплат средний размер назначенной месячной пенсии составил 923,3 р., в том числе по старости – 937,4 р.

Для сравнения – средняя заработная плата работающих составила в 2000 г. 1819 р., прожиточный минимум пенсионеров на 01.01.2000 г. – 839 р.

Для характеристики пенсионного обеспечения в области рассчитайте относительные величины динамики, структуры, координации, сравнения. Сделайте выводы.

Задача 1.3.3

Среднегодовая численность населения края в 2000 г. была 3540,7 тыс. чел. Из них занято в экономике 1926,2 тыс. чел. (в 1999 г. было занято 1957,1 тыс. чел. при общей численности населения 3418,1 тыс. чел.), безработные составили 55,4 тыс. чел. Среди безработных лица с высшим образованием – 3,0 тыс. чел., молодежь в возрасте от 16 до 29 лет – 78, женщины – 38,4 тыс. чел.

Определите относительные величины динамики, структуры, координации, интенсивности. Сделайте выводы.

Задача 1.3.4

Экономика региона характеризуется следующими показателями:

Таблица 1.3.2

Показатели	1997	1998	1999	2000
1. Численность населения (на конец года), тыс. чел.	2755,0	2754,9	2744,0	2745,0
2. Производство товаров народного потребления, млрд р.	7,8	70,0	519,5	1486,2
3. Ввод в действие общей площади жилых домов, тыс. м ²	410,5	494,9	452,1	504,9
4. Внешнеторговый оборот, млн долларов США, в том числе:	2,4	26,8	84,5	350,2
– экспорт	1,4	17,8	41,5	135,1
– импорт	1,0	9,0	43,0	215,1
5. Число посещений театров, тыс. чел.	928,5	813,6	749,5	660,0
6. Число больничных коек	38 023	37 695	36 515	36 370

Определите:

- 1) уровень экономического развития региона по всем показателям, их динамику;
- 2) по какому показателю динамика экономического развития выше.

Задача 1.3.5

Крестьянские хозяйства подразделяются по размерам земельных угодий.

Земельные угодия, га	Число хозяйств, ед.
До 3	34
4–5	52
6–10	435
11–20	841
21–50	1837
51–70	663
71–100	753
101–200	732
Свыше 200	133

Рассчитайте:

- 1) средний размер земельных угодий;
- 2) показатели вариации: размах, среднее линейное, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Оцените количественную однородность совокупности;
- 3) моду и медиану.

Задача 1.3.6

Население области за отчетный год распределяется по размеру среднедушевого дохода:

Среднедушевой доход в месяц, тыс. р.	Население, тыс. чел.	Среднедушевой доход в месяц, тыс. р.	Население, тыс. чел.
До 0,2	0	4,0–4,5	157,4
0,2–0,4	1,5	4,5–5,0	117,3
0,4–1,0	128,8	5,0–6,0	152,2
1,0–1,5	329,2	6,0–7,0	84,7
1,5–2,0	422,8	7,0–8,0	47,9
2,0–2,5	408,0	8,0–9,0	27,6
2,5–3,0	345,2	9,0–10,0	16,3
3,0–3,5	273,5	Свыше 10,0	26,8
3,5–4,0	209,3	Всего	2748,5

1. Выполните вторичную группировку исходных данных таким образом, чтобы величина интервала была равной 1,0 тыс. р.
2. Используя «способ моментов», рассчитайте средний душевой доход населения области в месяц и его вариацию (дисперсию).
3. Оцените уровень колеблемости среднедушевого дохода населения с помощью размаха вариации, среднего линейного отклонения и коэффициента вариации.
4. По исходным данным определите модальный и медианный размеры среднедушевого дохода в месяц.

Задача 1.3.7

Известно распределение вкладчиков отделения Сбербанка по размеру вкладов:

Вклады, тыс. р.	Число вкладчиков, тыс. чел.
До 50	168
50–100	29
100–500	13
500–1000	3,0
1000–5000	1,0
5000 и более	0,109
Итого	214,109

Рассчитайте структурные средние: медиану, первый и третий квартили, первый и девятый децили.

Задача 1.3.8

Имеются данные о распределении населения одной из областей Западной Сибири по среднедушевым денежным доходам, в %:

Таблица 1.3.3

Денежные доходы в расчете на душу населения в среднем за месяц, тыс. р.	Период	
	базисный	отчетный
Всего	100,0	100,0
В том числе:		
до 1,0	3,7	0,9
1,0–1,5	10,5	3,5
1,5–2,0	14,4	6,3
2,0–2,5	14,5	8,2
2,5–3,0	12,7	9,0
3,0–3,5	10,4	8,9
3,5–4,0	8,1	8,4
4,0–4,5	6,2	7,6
4,5–5,0	4,7	6,7
5,0–6,0	6,2	10,9
6,0–7,0	3,5	8,9
7,0–8,0	2,0	5,8
8,0–9,0	1,2	4,2
9,0–10,0	0,7	3,0
свыше 10,0	1,2	7,7

Определите:

1) среднедушевой месячный доход населения области в базисном и отчетном периодах;

2) среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации в базисном и отчетном периодах;

3) медианные размеры среднедушевых месячных доходов населения области в базисном и отчетном периодах.

Сравните полученные показатели. Сделайте выводы.

Задача 1.3.9

Бригада операторов компьютерного набора из трех человек должна выполнить набор книги в 500 страниц. Первый оператор тратит на набор 1 страницы 15 мин, второй – 20 мин и третий – 30 мин.

Определите, сколько времени потребуется бригаде на набор книги.

Задача 1.3.10

Один рабочий тратит на изготовление детали 2 мин, второй – 6 мин. Каковы средние затраты времени на изготовление одной детали?

Задача 1.3.11

Представьте, что у Вас есть два варианта получения дополнительного дохода за год.

1. Вы можете продать квартиру за 400 тыс. р. и положить деньги на депозитный вклад под 20 % годовых с начислением процентов на проценты ежеквартально.

2. Вы можете сдать квартиру в аренду за 4000 р. в месяц.

Какой вариант принесет больший доход?

Задача 1.3.12

Есть две группы людей с разным месячным доходом (тыс. р.):

Группа А 2, 2, 2, 3

Группа Б 5, 5, 6

В какую группу нужно отнести человека с месячным доходом 4 тыс. р.?

Задача 1.3.13

Рассчитайте среднюю купюрность денег, выпущенных в обращение:

	Достоинство купюр, р.							
	1	2	5	10	50	100	500	1000
Выпущено в обращение, млн шт.	540	500	710	620	600	500	300	100

Задача 1.3.14

Котировки фьючерсных контрактов по доллару США на 20.01.2001 г.:

Таблица 1.3.4

Дата поставки	Объем контрактов, \$	Котировка, р./\$
Февраль	471 000	28,75
Март	108 000	28,80
Апрель	433 000	28,82
Май	1 011 000	28,96
Июнь	70 000	29,10
Июль	45 000	29,25

По этим данным рассчитайте среднюю котировку фьючерсных контрактов на 2001 г.

Задача 1.3.15

В трех партиях продукции, представленных на контроль качества, было обнаружено:

а) первая партия – 1000 изделий, из них – 920 качественных, 80 бракованных;

б) вторая партия – 800 изделий, из них – 730 качественных, 70 бракованных;

в) третья партия – 900 изделий, из них – 840 качественных, 60 бракованных единиц продукции.

Определите в целом по трем партиям следующие показатели:

1) средний процент качественной продукции и средний процент брака;

2) дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации качественной продукции.

Задача 1.3.16

Для установления зависимости между урожайностью и сортом винограда в двух хозяйствах на основе выборки определили урожай на 20 кустах винограда:

Таблица 1.3.5

Сорт винограда	Число проверенных кустов	Урожай с куста, кг				
		№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5
Первое хозяйство						
А	3	6	5	7	—	—
Б	5	7	6	8	5	9
В	2	9	7	—	—	—
Второе хозяйство						
А	2	5	7	—	—	—
Б	5	6	7	8	5	9
В	3	9	8	7	—	—

Исчислите: общую, межгрупповую и среднюю из частных дисперсий. Определите связь между сортом и его урожайностью по каждому из хозяйств отдельно.

Сравните полученные показатели по двум хозяйствам. Сделайте выводы.

Задача 1.3.17

Годовые темпы прироста потребительских цен на товары и услуги (в %) составили за 10 лет:

1991 г. – 222,9	1996 г. – 21,8
1992 г. – 2594,0	1997 г. – 11,0
1993 г. – 884,0	1998 г. – 84,4
1994 г. – 251,2	1999 г. – 1,3
1995 г. – 128,4	2000 г. – 20,2

Определите среднегодовой темп роста потребительских цен за каждые 5 лет в целом и за десятилетие.

Задача 1.3.18

Имеются данные по региону о ценах и дивидендах по ценным бумагам за 1994–2000 гг.:

Таблица 1.3.6

Ценные бумаги	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
1. Обыкновенные акции	1060/5	1200/10	1300/12	1100/6	1040/2	1250/15	1300/16
2. Акции малых предприятий	900/2	1500/20	1700/40	600/3	850/2	1400/30	1600/40
3. Привилегированные акции	1030/2	1100/4	1250/10	1070/3	1020/1	1100/5	1200/7
4. Долгосрочные облигации предприятий	1040/2	1050/2	1100/3	1030/2	1030/2	1080/4	1100/5
5. Долгосрочные государственные облигации	1050/2	1050/2	1070/2	1020/2	1030/2	1050/2	1080/2
6. Государственные казначейские билеты	1040/2	1040/1	1060/2	1010/0	1030/1	1050/2	1060/2
7. Облигации Государственного займа	1030/3	1030/3	1050/3	1000/3	1040/3	1040/3	1050/3

Примечание. Номинал 1000 усл. денежных единиц (цена/дивиденды).

Определите:

1) чистую прибыль по ценным бумагам за каждый период в процентах;

2) среднюю прибыльность по каждой ценной бумаге в 2000 г.;

3) уровень риска каждой ценной бумаги в 2000 г. (применяя среднее квадратическое отклонение).

С помощью коэффициента корреляции оцените связь между доходностью ценных бумаг и уровнем риска.

Сделайте выводы и подготовьте рекомендации различным категориям инвесторов.

$$\text{Чистая прибыль} = \frac{\text{Накопленные дивиденды} + \text{изменение номинала}}{\text{Номинал}}$$

Например,

$$\text{ЧП по привил. акциям в 1998 г.} = \frac{2+4+10+3+1+20}{1000} = 0,04 (4 \%).$$

Задача 1.3.19

Имеются данные о средних котировках и доходности акций по выборке агентства «АК&М»:

Таблица 1.3.7

Эмитент	15.12.96		21.12.96		10.01.97		17.01.97	
	Коти- ровка	Доход- ность	Коти- ровка	Доход- ность	Коти- ровка	Доход- ность	Коти- ровка	Доход- ность
1. РАО «Газ- пром»	1781	-205	1771	-95	1883	47	2143	250
2. РАО «ЕЭС России»	456	-2	473	40	677	595	752	776
3. Иркутск- энерго	669	121	701	42	971	538	1099	760
4. КамАЗ	6765	-49	6897	-24	7762	173	7810	183
5. Коми- нефть	8800	226	8365	-95	8903	2	8714	58
6. «ЛУКОЙЛ» НК	57216	-12	59133	-3	72945	352	75156	375
7. Мосэнерго	5382	3	5436	-6	7580	482	7643	511
8. «Нориль- ский никель»	28536	-197	28604	-183	35309	245	33183	211
9. Ноябрьск- нефтегаз	32927	212	33551	46	37092	165	41671	317
10. Пурнеф- тегаз	12251	90	13164	7	14941	255	8759	600
11. Ростеле- ком	12896	-84	12896	-92	14550	160	14640	185
12. Сургут- нефтегаз	2237	-38	2207	-80	3235	531	3259	571
13. Томск- нефть	25924	33	25796	-73	29040	147	30648	240
14. Юганск- нефтегаз	55549	122	54856	-25	62989	160	67239	251

Примечание. Номинал 1000 р. (котировка, р./доходность, % год).

Определите:

- 1) чистый доход по ценным бумагам за каждый период;
- 2) среднюю доходность по каждой акции на последнюю дату;
- 3) среднее квадратическое отклонение.

Оцените уровень риска каждой акции на отчетный момент.

Задача 1.3.20

Курсы основных валют в единицах валюты за 1 доллар США/1 немецкую марку с 16.01.2001 по 20.01.2001 г.:

Таблица 1.3.8

Валюта	16.01.2001		17.01.2001		18.01.2001		19.01.2001		20.01.2001	
	\$	DEM	\$	DEM	\$	DEM	\$	DEM	\$	DEM
Доллар США	-	0,484	-	0,481	-	0,482	-	0,480	-	0,484
Фунт стерлингов	0,677	0,327	0,677	0,325	0,679	0,327	0,678	0,325	0,678	0,328
Француз- ский франк	6,933	3,353	6,981	3,355	6,960	3,353	6,989	3,354	6,931	3,353
Швейцар- ский франк	1,627	0,785	1,642	0,789	1,632	0,786	1,640	0,787	1,614	0,781
Немецкая марка	2,068	-	2,081	-	2,075	-	2,084	-	2,067	-
Японская йена	119,067	57,581	117,90	56,661	117,266	56,506	118,910	57,065	117,447	56,817
Итальян- ская лира	2046,930	989,890	2059,640	989,82	2054,269	989,870	2062,500	989,820	2046,210	989,892

По данным курсов мировых валют рассчитайте коэффициент вариации и выберите самую устойчивую валюту:

- по отношению к доллару США;
 - по отношению к немецкой марке.
- Различаются ли они?

Для расчетов используйте упрощенную формулу вычисления дисперсии.

Задача 1.3.21

Имеются следующие данные по вузам города:

Таблица 1.3.9

Вуз	Студенты всех форм обучения, чел.	Доля студентов заочной формы обучения в общей численности студентов, %	Студенты всех форм обучения, приходящиеся на одного преподавателя, чел.	Выпуск молодых специалистов по очной форме обучения, чел.	Доля выпускников очной формы обучения, получивших дипломы с отличием, %
1	1500	40	14	280	13
2	3140	34	13	760	35
3	2050	20	8	400	25
4	1100	25	10	258	12

Определите по всем вузам города средние значения:

- доли студентов заочной формы обучения в общей численности студентов города;
- численности студентов, приходящихся на одного преподавателя;
- доли выпускников очной формы обучения, получивших диплом с отличием.

Укажите виды рассчитанных средних величин.

Задача 1.3.22

В районе Б в результате проверки двух партий бананов перед отправкой их потребителям установлено, что в первой партии весом 6248 кг высшего сорта было 46,2 %, во второй партии из 7647 кг – 68,3 % высшего сорта.

Определите процент бананов высшего сорта в среднем по двум партиям вместе по району Б.

Задача 1.3.23

В районе В в результате проверки двух партий сыра перед отправкой его потребителям установлено, что в первой партии сыра

высшего сорта было 3832 кг, что составляет 70,1 % общего веса сыра этой партии; во второй партии сыра высшего сорта было 8520 кг, что составляет 75,4 % общего веса сыра этой партии.

Определите процент сыра высшего сорта в среднем по двум партиям вместе по району В.

Задача 1.3.24

На 1 января 2001 г. имеются следующие данные о курсе рубля по отношению к наиболее авторитетным валютам мира:

доллару США	28,16
немецкой марке	13,37
японской йене	0,25
французскому франку	3,99
английскому фунту стерлингов	42,01

Определите курс рубля относительно СДР (Special Drawing Right (SDR)), если структура валютной корзины СДР следующая, %:

доллар США	40
немецкая марка	21
японская йена	17
французский франк	11
английский фунт стерлингов	11

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1

Среднегодовая численность населения области в 2000 г. была 2540,7 тыс. чел. Из них было занято в экономике 926,2 тыс. чел. (в 1999 г. было занято 957,1 тыс. чел. при общей численности населения 2518,1 тыс. чел.), безработные составили 25,4 тыс. чел. Среди безработных лица с высшим образованием – 3,0 тыс. чел., молодежь в возрасте от 16 до 29 лет – 7,8, женщины – 18,4 тыс. чел.

Определите относительные величины динамики, структуры, координации.

Решение

$$\text{Относительная величина динамики} = \frac{\text{Уровень отчетного года}}{\text{Уровень базисного года}}$$

$$\text{Относительная величина динамики населения} = \frac{2540,7}{2518,1} = 1,009 (100,9 \%).$$

$$\text{Относительная величина динамики занятых} = \frac{926,2}{957,1} = 0,968 (96,8 \%).$$

Относительная величина структуры (удельный вес) =

$$= \frac{\text{Уровень части совокупности}}{\text{Суммарный уровень совокупности}}.$$

$$d_{\text{занятых 1999 г.}} = \frac{957,1}{2518,1} = 0,380 \text{ (38,0 \%)};$$

$$d_{\text{занятых 2000 г.}} = \frac{926,6}{2540,7} = 0,365 \text{ (36,5 \%)}.$$

Соотношение безработных мужчин и женщин определяется как относительная величина координации:

$$\frac{\text{Уровень одной части совокупности}}{\text{Уровень другой части этой совокупности}} = \frac{18,4}{25,4 - 18,4} = \frac{18,4}{7,0} = 2,6.$$

Безработных женщин в 2,6 раза больше, чем мужчин.

Соотношение молодежи и лиц среднего и пожилого возраста в численности безработных равно:

$$\begin{aligned} & \frac{\text{Численность безработной молодежи в возрасте 16 - 29 лет}}{\text{Численность безработных в возрасте 29 - 55 (60) лет}} = \\ & = \frac{7,8}{25,4 - 7,8} = 0,4. \end{aligned}$$

На 10 человек безработных среднего и пожилого возраста приходится 4 молодых человека в возрасте от 16 до 29 лет.

Пример 2

Бригада рабочих цеха упаковки шоколадной фабрики из трех человек должна собрать 1040 коробок конфет «Ассорти». Первый упаковщик тратит на формирование 1 коробки 4 мин, второй – 3 и третий – 2 мин.

Определите, сколько времени потребуется бригаде на формирование заказа.

Решение

Общие затраты времени на выполнение задания определяем как:

$$T = \bar{t} \cdot Q.$$

Здесь $\bar{t}$ – средняя трудоемкость формирования одной коробки конфет; Q – объем заказа в натуральном измерении.

Среднюю трудоемкость определяем по формуле средней гармонической простой:

$$\bar{t} = \frac{n}{\sum \frac{1}{t}}.$$

Имеем $n = 3$, $t_1 = 4$, $t_2 = 3$, $t_3 = 2$.

Соответственно получаем:

$$\bar{t} = \frac{3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = \frac{36}{13} \text{ (мин)}.$$

$$\text{Тогда } T = \frac{36}{13} \cdot 1040 = 2880 \text{ (мин)}.$$

Бригаде потребуется (2880:60:3:8) 2 полных восьмичасовых рабочих дня.

Пример 3

Крестьянские хозяйства подразделяются по размерам земельных угодий следующим образом:

Земельные угодья, га	Число хозяйств, ед.
До 3	30
4-5	50
6-10	400
11-20	800
21-50	1800
51-70	600
71-100	700
101-200	700
201 и больше	120

Рассчитайте:

- 1) средний размер земельных угодий;
- 2) показатели вариации: размах, среднее линейное, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Оцените количественную однородность совокупности;
- 3) моду и медиану.

Решение

Для расчета требуемых показателей следует перейти от вариационного ряда к дискретному. Для этого находится середина каждого интервала. Расчет показателей легче выполнять в таблице:

Расчетная таблица

Земельные угодья, га	Число хозяйств, ед.	x_i	$x_i f$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} f$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f$	Накопленные частоты	Плотность f/i
До 3	30	2,5	75	57,4	1722	3294,76	98842,8	30	15
4-5	50	4,5	225	55,4	2770	3069,16	153458,0	80	25
6-10	400	8	3200	51,9	20760	2693,61	1077444,0	480	80
11-20	800	15,5	12400	44,4	35520	1971,36	1577088,0	1280	80
21-50	1800	35,5	63900	24,4	43920	595,36	1071648,0	3080	60
51-70	600	60,5	36300	0,6	360	0,36	216,0	3680	30
71-100	700	85,5	59850	25,6	17920	655,36	458752,0	4380	23,3
101-200	700	150,5	105350	90,6	63420	8208,36	5745852,0	5080	7
201 и >	120	250,5	30060	190,6	22872	36328,36	4359403,2	5200	1,2
Итого	5200		$\Sigma=311360$		$\Sigma=209264$		$\Sigma=14542704$		

1. Средний размер земельных угодий на 1 крестьянское хозяйство определяется:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f}{\sum f},$$

где $\bar{x}$ – среднее значение признака; x – срединное значение интервала, в котором изменяется варианта (значение) осредняемого признака; f – частота, с которой встречается данное значение осредняемого признака.

$$\bar{x} = \frac{311360}{5200} = 59,9 \text{ (га)}.$$

2. К показателям вариации относятся:

а) размах вариации:

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где $x_{\max}$ – максимальное значение признака (максимальное срединное значение интервала); $x_{\min}$ – минимальное значение признака;

б) среднее линейное отклонение:

$$\bar{l} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f}{\sum f},$$

в) среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}},$$

г) коэффициент вариации:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \text{ \%}.$$

Рассчитаем указанные показатели вариации.

Размах вариации:

$$R = 250,5 - 2,5 = 248 \text{ (га)}.$$

Среднее линейное отклонение:

$$\bar{l} = \frac{209264}{5200} = 40,24 \text{ (га)}.$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{14\,542\,704}{5200}} = \sqrt{2796,67} = 52,88 \text{ (га)}.$$

Коэффициент вариации:

$$v = \frac{52,88}{59,9} = 0,882 \text{ (88,2 \%)}.$$

Крестьянские хозяйства количественно неоднородны по размеру земельных угодий.

3. Мода и медиана относятся к особому виду средних величин – структурным средним.

Мода – это наиболее часто встречаемое значение признака.

Медиана – величина признака у единицы, находящейся в середине упорядоченного ряда.

В интервальных рядах распределения структурные средние рассчитываются по особым формулам.

При расчете моды можно применить следующую формулу:

$$M_0 = x_0 + i_m \cdot \frac{\frac{f_m}{i_m} - \frac{f_{m-1}}{i_{m-1}}}{\left(\frac{f_m}{i_m} - \frac{f_{m-1}}{i_{m-1}}\right) + \left(\frac{f_m}{i_m} - \frac{f_{m+1}}{i_{m+1}}\right)}.$$

Здесь x_0 – начало модального интервала, модальный интервал – интервал, в котором достигает максимума величина $\frac{f}{i}$ – отношение частоты интервала к его величине; i_m, i_{m-1}, i_{m+1} – величина соответственно модального, до- и послемодального интервалов; f_m, f_{m-1}, f_{m+1} – частота модального, до- и послемодального интервалов, соответственно.

Примечание
В случае равных интервалов формула моды примет привычный вид:

$$M_0 = x_0 + i_m \cdot \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})}.$$

Медиана рассчитывается по формуле:

$$M_e = x_0 + i_{Me} \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

где x_0 – нижняя граница медианного интервала; i_{Me} – величина медианного интервала; $\frac{\sum f}{2}$ – половина от общего числа наблюдений; S_{Me} – сумма накопленных частот до начала медианного интервала; f_{Me} – частота медианного интервала.

Рассчитаем структурные средние:

А. Определяем модальный интервал, в нашем примере их два: [6–10] и [11–20]. Для расчета моды подставим в формулу все переменные:

$$M_{0[6-10]} = 6 + 5 \cdot \frac{80 - 25}{(80 - 25) + (80 - 80)} = 6 + 5 \cdot 1 = 11 \text{ (га)},$$

$$M_{0[11-20]} = 11 + 10 \cdot \frac{80 - 80}{(80 - 80) + (80 - 60)} = 11 + 10 \cdot 0 = 11 \text{ (га)}.$$

Следовательно, наиболее часто встречаемый размер земельных угодий – 11 га.

Б. Для расчета медианы определяем медианный интервал – это тот интервал, в котором находится $\frac{5200+1}{2} = 2601$ крестьянское хозяйство. В нашем примере – интервал [21–50].

Подставляем в формулу значения:

$$M_e = 21 + 29 \cdot \frac{2600 - 1280}{1800} = 21 + 29 \cdot \frac{1320}{1800} = 21 + 29 \cdot 0,73 = 42,6 \text{ (га)}.$$

Следовательно, 50 % крестьянских хозяйств имеют размер земельных угодий меньше 42,6 га, а остальные 50 % – больше.

Пример 4

Для установления зависимости между урожайностью и сортом винограда в одном из хозяйств на основе выборки определили урожай на 10 кустах винограда:

Таблица 1.3.10

Сорт винограда	Число проверенных кустов	Урожай с куста, кг				
		№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5
А	3	6	5	7	—	—
Б	5	7	6	8	5	9
В	2	9	7	—	—	—

Исчислите общую, межгрупповую и среднюю из групповых (частных) дисперсий. Определите связь между сортом и его урожайностью.

Решение

Если совокупность разбита на группы, то дисперсию признака σ^2 можно определить как сумму межгрупповой дисперсии $\delta_{м.гр.}^2$ и средней из групповых дисперсий $\overline{\sigma_i^2}$:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta_{м.гр.}^2;$$

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum (\sigma_i^2 f_i)}{\sum f_i},$$

где $\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2}{f_i}$ — дисперсия признака в группе i (групповая дисперсия); x — индивидуальное значение признака; $\bar{x}_i$ — среднее значение признака в группе i ; f_i — число наблюдений в группе i .

$$\delta_{м.гр.}^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i},$$

где $\bar{x}$ — среднее значение признака в совокупности.

Отношение межгрупповой дисперсии к общей дает возможность измерить вариацию результативного признака за счет факторного, т. е. признака, положенного в основание группировки, и тем самым судить о связи между изучаемыми признаками.

$$\eta^2 = \frac{\delta_{м.гр.}^2}{\sigma^2},$$

где η^2 — коэффициент детерминации.

Для характеристики тесноты связи берется показатель η — эмпирическое корреляционное отношение, рассчитываемое как

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_{м.гр.}^2}{\sigma^2}}.$$

Эмпирическое корреляционное отношение варьирует в пределах от 0 до 1. При $\eta = 0$ связи нет, при $\eta = 1$ — связь полная.

Применим правило сложения дисперсии к исходным данным.

1. Групповые средние, т. е. средняя урожайность по каждому сорту винограда, равны:

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x}{n} = \frac{6+5+7}{3} = 6 \text{ (кг)};$$

$$\bar{x}_B = \frac{7+6+8+5+9}{5} = 7 \text{ (кг)};$$

$$\bar{x}_B = \frac{9+7}{2} = 8 \text{ (кг)}.$$

2. Определяем среднюю урожайность винограда по хозяйству:

$$\bar{x} = \frac{\sum (x_i \cdot f_i)}{\sum f_i} = \frac{6 \cdot 3 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 2}{10} = 6,9 \text{ (кг)}.$$

3. Определяем групповую (частную) дисперсию урожайности для каждого сорта отдельно:

$$\sigma_A^2 = \frac{(6-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2}{3} = 0,667;$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(7-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (5-7)^2 + (9-7)^2}{5} = 2,000;$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(8-9)^2 + (8-7)^2}{2} = 1,000.$$

4. Средняя из частных дисперсий:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{0,667 \cdot 3 + 2,000 \cdot 5 + 1,000 \cdot 2}{3 + 5 + 2} = \frac{14,001}{10} = 1,4.$$

5. Межгрупповая дисперсия:

$$\delta_{\text{м.гр.}}^2 = \frac{(6-6,9)^2 \cdot 3 + (7-6,9)^2 \cdot 5 + (8-6,9)^2 \cdot 2}{3+5+2} = \frac{4,9}{10} = 0,49.$$

6. Определяем общую дисперсию урожайности по всей совокупности, используя правило сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = 1,40 + 0,49 = 1,89.$$

Проверим этот вывод путем расчета общей дисперсии обычным способом:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \\ &= \frac{(6-6,9)^2 + (5-6,9)^2 + (7-7,9)^2 + (7-6,9)^2 + \\ &+ (6-6,9)^2 + (8-6,9)^2 + (5-6,9)^2 + (9-6,9)^2 + \\ &+ (9-6,9)^2 + (7-6,9)^2}{10} = 1,89. \end{aligned}$$

7. Определим коэффициент детерминации – η^2 :

$$\eta^2 = \frac{0,49}{1,89} = 0,26 \text{ (26 \%)}.$$

Таким образом, только на 26 % вариация урожайности обусловлена различиями между сортами, а на 74 % – другими факторами (характером почвы, удобренностью участков, поливом и т.п.).

8. Определяем эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{0,49}{1,89}} = \sqrt{0,26} \approx 0,5.$$

Следовательно, можно утверждать, что связь умеренная.

Пример 5

Есть две группы людей с разным среднемесячным доходом (тыс. р.):

Группа А 3, 3, 3, 4

Группа Б 6, 6, 7

В какую группу нужно отнести человека со среднемесячным доходом 5 тыс. р.?

Решение

Чтобы определить, в какую группу отнести новую единицу совокупности, следует рассчитать такую статистическую характеристику, которая показывала бы, наилучшим ли образом объединены в группы все единицы совокупности. Этой характеристикой является межгрупповая дисперсия (см. пример 4). Чем она выше, тем группы дальше отстоят одна от другой.

1. Пусть человек с доходом 5 тыс. р. входит в группу А. Тогда:

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x}{n} = \frac{3+3+3+4+5}{5} = 3,6 \text{ (тыс. р.);}$$

$$\bar{x}_B = \frac{6+6+7}{3} = 6,3 \text{ (тыс. р.);}$$

$$\bar{x} = \frac{3+3+3+4+5+6+6+7}{8} = 4,625 \text{ (тыс. р.);}$$

$$\delta_{\text{м.гр.}}^2 = \frac{(3,6-4,625)^2 \cdot 5 + (6,3-4,625)^2 \cdot 3}{8} = 1,709.$$

2. Если человек с доходом 5 тыс. р. принадлежит группе Б, то

$$\bar{x}_A = \frac{3+3+3+4}{4} = 3,25 \text{ (тыс. р.);}$$

$$\bar{x}_B = \frac{6+6+7+5}{4} = 6,0 \text{ (тыс.р.);}$$

$$\delta_{\text{м.гр.}}^2 = \frac{(3,25-4,625)^2 \cdot 4 + (6,0-4,625)^2 \cdot 4}{8} = 1,891.$$

Межгрупповая дисперсия больше во втором варианте, следовательно, человека со среднемесячным доходом 5 тыс. р. надо отнести к группе Б.

1.4. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Задача 1.4.1

Методом механического отбора проведено 5 %-ное обследование веса расфасованного груза (мешки муки). Распределение 60 отобранных мешков по весу дало следующие результаты:

Вес мешка, кг	Число мешков, шт.
До 45	3
45-50	6
50-55	40
55-60	7
60 и более	4
Итого	60

Определите:

- 1) средний вес одного мешка муки в выборке;
- 2) долю мешков муки, вес которых не превышает 50 кг, в выборке;
- 3) с вероятностью 0,997 пределы, в которых может быть гарантирован средний вес мешка муки во всей партии и доли мешков с весом менее 50 кг;
- 4) отклонение фактического объема полученного груза от объявленного (1 вагон – 60 тонн, нормативный вес мешка 50 кг).

Задача 1.4.2

При выборочном бесповторном собственнo-случайном отборе получены следующие данные о недовесе коробок конфет, весом 20 кг:

Недовес 1 коробки, кг	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,4
Число обследованных коробок	8	20	38	23	10

Определите:

- 1) средний недовес коробок конфет и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей партии, состоящей из 990 единиц;
- 2) с вероятностью 0,683 определите пределы отклонения доли коробок с недовесом до 1 кг;
- 3) какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка доли не превышала 0,06 (с вероятностью 0,954).

Задача 1.4.3

Для анализа структуры вкладов населения проведено выборочное бесповторное собственнo-случайное обследование 10 % бан-

ковских вкладов. В результате получено следующее распределение:

Вклад, тыс. р.	До 10	10-50	50-100	100-150	150 и более
Доля вкладов, %	20,0	25,0	40,0	10,0	5,0

Определите:

- 1) средний размер вклада и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей совокупности вкладов населения;
- 2) с вероятностью 0,683 определите пределы отклонения доли вкладов свыше 100 тыс. р.

Задача 1.4.4

Необходимо определить абсолютный и относительный объемы случайного бесповторного отбора для исследования генеральной доли, чтобы ошибка частоты с вероятностью 0,997 не превышала 0,02; дисперсия равна 0,25, если выборка производится из генеральной совокупности объемов:

- а) 10 000;
- б) 100 000.

Задача 1.4.5

Из 5 % опрошенных выпускников университета 30 % удовлетворены полученными за время обучения знаниями. Какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка доли не превышала 0,05 (с вероятностью 0,954 и при количестве выпускников 2000 чел.).

Задача 1.4.6

Произведено выборочное наблюдение партии однородной продукции для определения процента изделий высшего сорта.

При механическом способе отбора из партии в 20 000 ед. готовых изделий было обследовано 800 ед., из которых 640 изделий отнесены к высшему сорту.

Определите с вероятностью 0,997 возможный процент изделий высшего сорта во всей партии.

Задача 1.4.7

Партия роз в 20 000 шт., поступившая из Голландии, была подвергнута выбраковке. Для этого обследовано 200 роз, отобранных механическим способом. Среди обследованных обнаружено 40 бракованных.

Определите с вероятностью 0,954 возможный размер убытка от некачественной транспортировки, если цена приобретения розы 20 р.

Задача 1.4.8

Выборочное обследование антропометрических показателей 200 новорожденных установило, что средний вес новорожденного составляет 3950 г, а среднее квадратическое отклонение – 300 г.

Определите с вероятностью 0,954 ошибку выборки.

Задача 1.4.9

Используя условие предыдущей задачи, определите необходимую численность выборки, чтобы ошибка выборки не превышала 30 г (с вероятностью 0,683).

Задача 1.4.10

Дорасчет валового внутреннего продукта провели с использованием распределения малых предприятий региона по объему выпуска продукции (работ, услуг), полученного на основе 10 %-ного выборочного наблюдения:

Группы предприятий по объему выпуска продукции (работ, услуг), млн р.	Число предприятий
До 1,0	84
1,0–2,0	156
2,0–3,0	492
3,0–4,0	324
4,0–5,0	108
5,0 и более	36
Итого:	1200

Определите:

1) по предприятиям, включенным в выборку:

а) средний размер произведенной продукции (работ, услуг) на одно предприятие;

б) долю предприятий с объемом производства продукции (работ, услуг) более 4,0 млн р.;

2) в целом по региону с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать:

а) средний объем производства продукции (работ, услуг) на одно предприятие;

б) долю предприятий с объемом производства продукции более 4,0 млн р.;

3) общий объем выпуска продукции (работ, услуг) по региону.

Задача 1.4.11

Для определения среднего размера вклада одной из категорий вкладчиков по отделению банка, где число вкладчиков 5700, необходимо провести выборку лицевых счетов методом механического

отбора. Предварительно установлено, что среднее квадратическое отклонение размера вклада составляет 140 тыс. р.

Определите необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превысит 20,0 тыс. р.

Задача 1.4.12

Для изучения дифференциации процентных ставок по вкладам населения в отделении банка проведена 5 %-ная механическая выборка. В результате получено следующее распределение вкладов по срокам хранения:

Группы вкладов по сроку хранения, дней	Число вкладов
До 30	98
30–60	140
60–90	175
90–180	105
180–360	56
360 и более	26

Определите:

1) средний срок хранения вкладов по вкладам, включенным в выборку;

2) долю вкладов со сроком хранения более 180 дней по вкладам, включенным в выборку;

3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность хранения вклада и доли вкладов со сроком более 180 дней в целом по отделению банка;

4) необходимую численность выборки при определении доли вкладов со сроком хранения более 180 дней, чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки не превысила 7 %.

Задача 1.4.13

Определите необходимую численность механической выборки при изучении доли заказных писем, отправляемых на почтамте бюджетными организациями, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка репрезентативности не превышала 2 %. Удельный вес этой корреспонденции по выборке, проведенной ранее, составил 43 %, объем обрабатываемой корреспонденции – 120 тыс. писем.

Задача 1.4.14

В коммерческом банке в порядке собственно-случайной выборки обследовано 5 % кредитных договоров, в результате чего установлено:

Группы договоров с ссудозаемщиками по размеру кредита, тыс. р.	Число договоров с ссудозаемщиками
До 200	47
200-600	117
600-1400	105
1400-3000	47
3000 и более	34
Итого	350

Определите:

- 1) по договорам, включенным в выборку:
 - а) средний размер выданного ссудозаемщикам кредита;
 - б) долю ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 3000 тыс. р.;
- 2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать средний размер выданного ссудозаемщикам кредита и доли ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 3000 тыс. р. в целом по отделению банка;
- 3) общий валовой доход банка от этого вида финансовых услуг, если кредитование осуществлялось под 40 % годовых.

Задача 1.4.15

Для оценки стоимости основных средств региона был проведен 5 %-ный механический отбор, в результате чего установлено:

Группы предприятий по стоимости основных средств, тыс. р.	Число предприятий
До 100	131
100-200	227
200-300	294
300-400	146
400-500	128
500 и выше	74

Определите:

- 1) по включенным в выборку предприятиям:
 - а) среднюю стоимость основных средств на одно предприятие;
 - б) долю предприятий со стоимостью основных средств более 500 тыс. р.;
- 2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю стоимость основных средств на одно предприятие и долю предприятий со стоимостью выше 500 тыс. р. в целом по региону;
- 3) ожидаемую сумму налога на имущество (2 %) со стоимости основных средств по обследованной группе предприятий и по региону в целом.

Задача 1.4.16

В регионе 11 ремонтно-строительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 14, 9, 32, 37, 49, 54, 42, 28, 10, 4, 5 млн р. и 8 общестроительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 40, 60, 80, 70, 60, 55, 85, 80 млн р.

Для разработки межотраслевого баланса отберите 25 % строительных организаций региона и рассчитайте коэффициент репрезентативности.

Указание: отбор осуществлять по типическим группам с механической выборкой внутри групп.

Задача 1.4.17

В результате механической выборки в городе предполагается определить долю семей с тремя детьми и более.

Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,03, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,4.

Задача 1.4.18

В порядке повторного выборочного обследования выработки на земляных работах у 144 рабочих установлено, что средняя выработка одного рабочего была равна $4,95 \text{ м}^3$, а средний квадрат отклонений, или дисперсия (σ^2), равен 2,25.

Определите точность выборочного наблюдения, рассчитав размер средней ошибки выборки.

Задача 1.4.19

Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 гарантировать, что размер ошибки выборки не превысит 0,1.

При этом установлено, что дисперсия, или средний квадрат отклонений, (σ^2) равна 2,25.

Задача 1.4.20

Определите, какова будет численность выборки, если размер ошибки выборки не превышает 0,1, а дисперсия равна 1,44.

Задача 1.4.21

Для изучения безработицы в регионе проведена 5 %-ная механическая выборка, которая дала следующие результаты:

Группы безработных по продолжительности отсутствия работы, мес.	Число безработных
До 3	6
3-6	21
6-9	70
9-12	115
12-15	60
15-18	21
18 и более	7

Определите:

- 1) среднюю продолжительность отсутствия работы у опрошенных;
- 2) долю лиц, не имеющих работу более 1 года;
- 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность безработицы и долю безработных более 1 года в генеральной совокупности;
- 4) необходимую численность выборки при определении средней продолжительности отсутствия работы, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки не превысила 3 месяцев.

Задача 1.4.22

Для оценки уровня жизни региона проведен 5 %-ный опрос, в результате чего установлено:

Группы опрошенных по уровню среднедушевого дохода, минимальных заработных плат в месяц	Число опрошенных
До 2	150
2-4	650
4-6	850
6-8	340
8-10	80
10-12	70
12 и более	6

Определите:

- 1) среднедушевой доход опрошенных;
 - 2) долю опрошенных со среднедушевым доходом 12 минимальных заработных плат и более;
 - 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднедушевые доходы жителей региона, а также долю наиболее обеспеченного населения (более 12 минимальных заработных плат);
 - 4) уровень среднедушевых доходов у 10 % наиболее и наименее обеспеченных граждан региона.
- Сделайте выводы.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1

Определите границы изменения среднего значения признака в генеральной совокупности, если известно следующее ее распределение, основанное на результатах повторного выборочного обследования:

Группировка значений признака	Число единиц выборочной совокупности, входящих в данный интервал
До 4	10
4-8	20
8-12	36
12-16	20
16-20	14
Итого:	100

Уровень доверительной вероятности определите самостоятельно.

Решение

Среднее значение признака в генеральной совокупности находится в интервале:

$$\bar{x} - \Delta \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta,$$

где $\bar{x}$ – среднее значение признака в генеральной совокупности; $\bar{\bar{x}}$ – среднее значение признака в выборочной совокупности; Δ – предельная ошибка выборочной средней.

Для повторного отбора:

$$\Delta = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$$

где t – коэффициент доверия; σ^2 – дисперсия признака в выборочной совокупности; n – объем выборки.

Определяем $\bar{x}$, σ^2 , Δ .

1. Среднее значение признака по выборке:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{2 \cdot 10 + 6 \cdot 20 + 10 \cdot 36 + 14 \cdot 20 + 18 \cdot 14}{100} = \\ &= \frac{1032}{100} = 10,32 \approx 10. \end{aligned}$$

2. Выборочная дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} =$$

$$= \frac{(2-10)^2 \cdot 10 + (6-10)^2 \cdot 20 + (10-10)^2 \cdot 36 + (14-10)^2 \cdot 20 + (18-10)^2 \cdot 14}{100} =$$

$$= \frac{640 + 320 + 320 + 896}{100} = \frac{2176}{100} = 21,76.$$

3. Вероятность ошибки установлена – 0,954, соответственно уровень коэффициента доверия составит 2.

$$\Delta = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{21,76}{100}} = 0,94.$$

Имеем:

$$\bar{x} - \Delta \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta;$$

$$10,3 - 0,94 \leq \bar{x} \leq 10,3 + 0,94;$$

$$9,36 \leq \bar{x} \leq 11,24.$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно предположить, что среднее значение признака в генеральной совокупности будет находиться в пределах от 9,36 до 11,24.

Пример 2

В результате случайной повторной выборки в городе предполагается определить долю семей с тремя детьми и более. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,02, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,27.

Решение

Предельная ошибка доли при повторном отборе определяется:

$$\Delta_{\varpi} = t \cdot \sqrt{\frac{\varpi(1-\varpi)}{n}},$$

где ϖ – выборочная доля; t – коэффициент доверия; n – объем выборки.

Следовательно:

$$n = \frac{\varpi(1-\varpi)t^2}{\Delta^2};$$

$$t = 2 \text{ при } p = 0,954;$$

$$\varpi(1-\varpi) = 0,27;$$

$$\Delta = 0,02;$$

$$n = \frac{\varpi(1-\varpi)t^2}{\Delta^2} = \frac{2^2 \cdot 0,27}{0,02^2} = \frac{1,08}{0,0004} = 2700.$$

Численность выборки должна составить 2700 семей.

Пример 3

Произведено выборочное наблюдение партии однородной продукции для определения процента изделий высшего сорта.

При механическом способе отбора из партии готовых изделий в 20000 ед. было обследовано 800 ед., из которых 640 изделий отнесены к высшему сорту.

Определите с вероятностью 0,997 возможный процент изделий высшего сорта во всей партии.

Решение

В случае механического отбора предельная ошибка определяется по следующей формуле:

$$\Delta_{\varpi} = t \cdot \sqrt{\frac{\varpi(1-\varpi)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где t – коэффициент доверия, $t = 3$ при $p = 0,997$; N – численность генеральной совокупности; n – численность выборки; ϖ – выборочная доля.

Границы генеральной доли изделий высшего сорта:

$$p = \varpi \pm \Delta_{\varpi};$$

$$\varpi = \frac{640}{800} = 0,8;$$

$$\Delta_{\omega} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,8 \cdot (1 - 0,8)}{800} \left(1 - \frac{800}{20\,000}\right)} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,16}{800} \cdot 0,96} =$$

$$= 3 \cdot 0,0139 = 0,04;$$

$$p = 0,8 \pm 0,04.$$

Следовательно, генеральная доля находится в пределах:

$$0,76 \leq p \leq 0,84.$$

Пример 4

Партия роз (80 000 шт.), поступивших из Голландии, была подвергнута выбраковке. Для этого было обследовано 800 роз, отобранных при помощи механического способа отбора. Среди обследованных обнаружено 160 бракованных.

Определите с вероятностью 0,997 возможный размер убытка от некачественной транспортировки, если цена приобретения розы 10 р.

Решение

Чтобы узнать возможный размер убытка, определим процент брака во всей партии (см. решение примера 3).

Доля бракованных роз:

$$\omega_{\text{брака}} = \frac{160}{800} = 0,2.$$

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta_{\omega} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{800} \left(1 - \frac{800}{80\,000}\right)} = 3 \cdot \sqrt{0,000198} = 0,04.$$

Пределы доли бракованных роз и убытков, соответственно:

$$p_{\text{брака}} = 0,2 \pm 0,04;$$

$$0,16 \leq p_{\text{брака}} \leq 0,24.$$

Возможный размер убытка (У) находится в пределах:

$$80\,000 \cdot 0,16 \cdot 10,0 \leq Y \leq 80\,000 \cdot 0,24 \cdot 10,0;$$

$$128,0 \text{ тыс. р.} \leq Y \leq 192,0 \text{ тыс. р.}$$

Пример 5

В области 11 ремонтно-строительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 13, 8, 29, 37, 49, 53, 41, 27, 11, 3 и 4 млн р. и 8 общестроительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 30, 50, 70, 60, 50, 45, 75, 80 млн р.

Для разработки межотраслевого баланса отберите 25 % строительных организаций области и рассчитайте коэффициент репрезентативности.

Указание: отбор осуществлять по типическим группам с механической выборкой внутри групп.

Решение

Отбор выполняется отдельно по каждой типической группе.

В первой группе – группе из 11 ед. ремонтно-строительных предприятий выбираем:

$$11 \cdot 25 \% = 2,75 \approx 3 \text{ предприятия.}$$

Во второй группе – группе из 8 ед. общестроительных предприятий выбираем:

$$8 \cdot 25 \% = 2 \text{ предприятия.}$$

Процедуру отбора рассмотрим на примере общестроительных организаций.

При механическом способе единицы совокупности выбираются через равные интервалы, следовательно, $(8 : 2 = 4)$ отбираем каждую четвертую организацию. Отбор делаем до тех пор, пока коэффициент репрезентативности не будет максимальным.

Определяем генеральную среднюю:

$$\bar{x} = \frac{30 + 50 + 70 + 60 + 50 + 45 + 75 + 80}{8} = 57,5 \text{ (млн р.).}$$

1-я итерация

Выбираем, начиная с первой организации, – 1-я, 5-я организации.

$$\bar{x} = \frac{30 + 50}{2} = 40,0 \text{ (млн р.);}$$

$$k_{\text{репрез}} = \frac{40,0}{57,5} = 0,696.$$

2-я итерация

Выбираем, начиная со 2-й организации, – 2-я, 6-я организации.

$$\bar{x} = \frac{50 + 45}{2} = 47,5 \text{ (млн р.);}$$

$$k_{\text{репрез}} = \frac{47,5}{57,5} = 0,826.$$

И так далее.

Результаты представим в таблице:

Расчетная таблица

Итерация	Предприятие, попавшее в выборку	Выборочная средняя	Коэффициент репрезентативности
1	1, 5	40,0	0,696
2	2, 6	47,5	0,826
3	3, 7	72,5	1,261
4	4, 8	70,0	1,210

Наиболее репрезентативен второй вариант отбора.

1.5. РЯДЫ ДИНАМИКИ

Задача 1.5.1

Среднегодовая численность населения области выглядит следующим образом:

Год	Среднегодовая численность населения, тыс. чел.
1992	2528,0
1993	2655,0
1994	2689,0
1995	2722,0
1996	2747,4
1997	2747,7
1998	2750,5
1999	2747,9
2000	2739,0

По этим данным:

1) рассчитайте абсолютные (цепные и базисные) и средние показатели динамики. Результаты представьте в таблице;

2) нанесите на график динамику ряда.

Задача 1.5.2

Потребительские цены РФ в 2000 г. по сравнению с декабрем 1999 г. изменялись следующим образом:

Таблица 1.5.1

(%)

Месяц	Непродовольственные товары	Продовольственные товары	Платные услуги населению
Январь	102,2	102,2	103,4
Февраль	103,5	102,6	106,4
Март	105,0	102,7	108,0
Апрель	106,5	103,0	110,3
Май	107,7	105,3	111,8
Июнь	108,6	108,7	115,2
Июль	109,5	110,6	119,5
Август	111,0	110,9	123,1
Сентябрь	113,3	111,6	126,5
Октябрь	115,4	114,0	129,5
Ноябрь	117,1	115,7	131,6
Декабрь	118,5	117,9	133,7

По данным, характеризующим групповые индексы цен, определите:

1) в каком полугодии инфляция была выше и по какой группе товаров и услуг цены росли быстрее;

2) какой месяц II полугодия выделяется максимальным ростом цен.

Задача 1.5.3

По нижеприведенным данным о кредитных вложениях коммерческих банков в отчетном периоде рассчитайте:

1) средний уровень каждого ряда;

2) среднегодовой темп роста вложений всего и в том числе по видам;

3) сопоставьте данные, определите коэффициенты опережения и замедления.

Таблица 1.5.2

(млрд р.)

Показатель	1 января текущ. года	1 апреля	1 июля	1 октября	1 января след. года
Кредитные вложения	12,2	13,3	13,6	15,3	14,0
В том числе:					
краткосрочные	11,9	12,7	13,2	14,9	13,6
долгосрочные	0,3	0,6	0,4	0,4	0,4

Задача 1.5.4

Имеются данные о вкладах граждан в банках:

Таблица 1.5.3
(млн р.)

	01.01.99	01.04.99	01.07.99	01.10.99	01.01.00
Вклады граждан в банках	?	580,6	754,8	850,3	986,4
Из них: в коммерческих	105,8	260,9	?	410,2	543,7

Применяя метод ретроэкстраполяции и интерполяции, определите недостающие данные.

Задача 1.5.5

Имеются данные об объеме промышленного производства России:

Таблица 1.5.4

Месяц	Общий объем промышленного производства, млрд р.	
	1999 г.	2000 г.
Январь	290,7	331,7
Февраль	300,6	350,8
Март	345,1	387,5
Апрель	328,0	359,2
Май	316,2	361,1
Июнь	342,1	384,5
Июль	350,0	391,6
Август	360,2	407,7
Сентябрь	377,2	417,6
Октябрь	388,7	442,7
Ноябрь	404,9	451,9
Декабрь	458,3	476,2

Проанализируйте сезонные изменения промышленного производства:

- 1) на основе индекса сезонности;
- 2) применяя графический метод.

Задача 1.5.6

Отмечался официальный курс рубля к евро и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 2001 г.:

Таблица 1.5.5

Дата	Курс евро, р. за 1 евро	Объем продаж, евро
29.03	25,71	1771
03.04	25,23	401
05.04	25,86	1959
10.04	26,02	2468
12.04	25,68	2152
17.04	25,64	1236
19.04	25,44	1248
24.04	26,12	3557
26.04	25,82	1039
01.05	25,67	3054
08.05	25,84	4160
15.05	25,33	4213
17.05	25,42	2555
18.05	25,71	7647
21.05	25,65	8539
22.05	25,65	6104
23.05	25,43	10 971
24.05	25,15	10 480
25.05	24,90	6002
28.05	25,01	13 280
29.05	24,98	14 600
30.05	24,93	13 100
31.05	24,87	17 419
01.06	24,82	12 938
04.06	24,72	8640
05.06	24,83	25 707
06.06	24,63	7841
07.06	24,86	14 711
08.06	24,70	16 089
11.06	24,78	11 924
12.06	24,78	10 341
14.06	24,85	16 101
15.06	24,86	10 722
18.06	25,07	12 048
19.06	25,08	11 427
20.06	25,00	12 449
21.06	24,86	14 558
22.06	24,87	14 422
25.06	24,85	14 944
26.06	25,01	14 126
27.06	25,04	12 050
28.06	25,14	6497
29.06	25,03	6889

1. По данным табл. 1.5.5 рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курса и объемов продаж. Результаты представьте в расчетной таблице.

2. Постройте графики изменения курсов и объемов продаж.

3. Проведите периодизацию объемов продаж, выделив следующие периоды:

- а) практическое отсутствие сделок;
- б) незначительный объем продаж;
- в) значительный объем продаж.

Задача 1.5.7

Отмечен официальный курс рубля к немецкой марке и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 2001 г.:

Таблица 1.5.6

Дата	Курс немецкой марки, р. за 1 DEM	Объем продаж, DEM
01.01	13,37	250
05.01	13,56	4
10.01	13,73	14
12.01	13,64	32
17.01	13,61	83
19.01	13,61	73
24.01	13,68	87
26.01	13,37	180
31.01	13,29	200
02.02	13,66	236
07.02	13,62	348
09.02	13,53	421
14.02	13,63	652
16.02	13,47	411
21.02	13,51	472
23.02	13,31	457
28.02	13,40	487
01.03	13,44	652
06.03	13,67	1007
08.03	13,70	1170
13.03	13,68	878
15.03	13,39	1153
20.03	13,10	1120
22.03	13,31	2212
27.03	13,11	1746
29.03	13,14	2256

1. По данным табл. 1.5.6 рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов DEM и объемов продаж. Результаты представьте в расчетной таблице.

2. Постройте графики изменения курсов и объемов продаж.

3. На основе анализа полученных результатов осуществите градацию оценки состояния рынка. А именно:

- а) «крепкий, или сильный, рынок» – значительный и большой объем продаж при высоких ценах;
- б) «вялый, или слабый, рынок» – незначительный объем продаж при низких ценах;
- в) «устойчивый рынок» – средний уровень цен при значительном и высоком объеме продаж;
- г) «неустойчивый, или неуверенный, рынок» – значительный и большой объем продаж при низких ценах;
- д) «ленивый рынок» – практическое отсутствие сделок.

Задача 1.5.8

Отмечался официальный курс рубля к немецкой марке и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 2000 г.:

Таблица 1.5.7

Дата	Курс немецкой марки, р. за 1 DEM	Объем продаж, DEM
01.11	12,32	1120
02.11	12,32	2212
05.11	12,34	1746
09.11	12,25	2256
10.11	12,09	1771
11.11	12,32	401
14.11	12,28	2152
15.11	12,18	1236
16.11	12,15	1248
17.11	12,19	3557
18.11	12,16	1309
21.11	12,09	3054
22.11	12,12	4160
23.11	12,07	4213
24.11	12,02	2555
25.11	11,95	7647
28.11	11,98	8539
29.11	12,16	6104

Окончание табл. 1.5.7

Дата	Курс немецкой марки, р. за 1 DEM	Объем продаж, DEM
30.11	12,21	10971
01.12	12,26	10480
02.12	12,48	6002
05.12	12,53	13280
06.12	12,67	14600
07.12	12,56	13100
08.12	12,77	17419
09.12	12,68	12938
10.12	12,68	8640
14.12	12,54	25707
15.12	12,54	14711
16.12	12,77	7841
19.12	12,84	11924
20.12	12,78	10341
21.12	12,84	16701
22.12	12,95	10722
23.12	13,10	16769
26.12	13,21	12048
27.12	13,28	11427
28.12	13,40	12449
30.12	13,37	14558

1. Рассчитайте уравнение регрессии и оцените его надежность.
2. На основе рассчитанного уравнения регрессии определите:
 - а) на сколько увеличится или уменьшится объем продаж при росте курса на 1 пункт;
 - б) какой рынок («продавца» или «покупателя»)* сложился за анализируемый промежуток времени?

Задача 1.5.9

По одному из предприятий региона имеются следующие данные об объеме производства макаронных изделий:

* Если коэффициент корреляции положителен – рынок «продавца», если коэффициент корреляции отрицательный – рынок «покупателя».

Год	Объем производства, т	Год	Объем производства, т
1990	138,4	1996	184,2
1991	155,4	1997	189,7
1992	165,4	1998	190,5
1993	168,1	1999	200,2
1994	173,9	2000	209,7
1995	178,1		

Для анализа динамики производства макаронных изделий исчислите:

- 1) среднегодовое производство макаронных изделий;
- 2) базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста производства макаронных изделий;
- 3) проверьте ряд динамики производства макаронных изделий на наличие тренда. Используя метод аналитического выравнивания, постройте уравнение прямой;
- 4) изобразите динамику производства макаронных изделий на графике.

Сделайте выводы.

Задача 1.5.10

По одному из отделений сберегательного банка имеются следующие данные об остатках вкладов за 2000 г. и на 1 января 2001 г. (млн р.):

1.01	262,4	1.08	476,8
1.02	275,8	1.09	470,2
1.03	295,4	1.10	586,0
1.04	292,5	1.11	610,9
1.05	337,4	1.12	645,8
1.06	396,7	1.01	708,9
1.07	421,3		

Определите:

- 1) средние квартальные и среднегодовые остатки вкладов по отделению банка;
 - 2) произведите сглаживание ряда динамики методом скользящей средней и аналитического выравнивания (по прямой);
 - 3) на основе исчисленных показателей определите ожидаемые уровни остатков вкладов населения на 01.04.2001 г.;
 - 4) изобразите динамику и ожидаемые уровни остатков вкладов по отделению банка на графике.
- Сделайте выводы.

Задача 1.5.11

По одному из сельскохозяйственных предприятий области имеются следующие данные о динамике валового сбора зерновых культур:

Год	Валовой сбор, т	Год	Валовой сбор, т
1990	162	1996	187
1991	178	1997	190
1992	180	1998	192
1993	183	1999	196
1994	185	2000	198
1995	184		

Для анализа динамики производства зерновых культур исчислите:

- 1) среднегодовой валовой сбор зерновых культур;
- 2) базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста производства зерновых культур;
- 3) на основе средних абсолютных приростов и темпов роста определите ожидаемый уровень валового сбора зерновых культур в 2002 г.
- 4) изобразите динамику производства зерновых культур на графике.

Сделайте выводы.

Задача 1.5.12

Имеются следующие данные о вводе жилых домов по одной из строительных компаний:

Год	Введено общей площади, тыс. м ²	Год	Введено общей площади, тыс. м ²
1990	33	1996	48
1991	35	1997	50
1992	35	1998	52
1993	37	1999	54
1994	42	2000	58
1995	46		

Для анализа динамики ввода жилых домов исчислите:

- 1) среднегодовой ввод жилых домов;
- 2) базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста ввода жилых домов;
- 3) на основе средних абсолютных приростов и темпов роста определите ожидаемый уровень ввода жилых домов в 2005 г.;
- 4) изобразите динамику ввода жилых домов на графике.

Сделайте выводы.

Задача 1.5.13

Имеются данные о днях трудопотерь вследствие заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на машиностроительном заводе за 1984–2000 гг.:

Таблица 1.5.8
(дни трудопотерь)

Годы	Группы болезней						Всего
	болезни нервной системы	гипертоническая болезнь	хронические заболевания органов дыхания	язвенная болезнь	гастриты	болезни костно-мышечной системы	
1984	46,8	23,5	19,1	17,2	11,2	40,9	933,4
1985	51,8	16,7	22,9	12,8	10,0	51,3	904,0
1986	41,7	19,9	26,5	12,4	7,5	61,1	965,0
1987	52,4	28,1	31,4	20,3	10,0	57,7	1014,1
1988	65,1	35,1	32,4	13,4	8,4	38,9	1064,8
1989	75,9	45,4	31,0	18,1	8,0	77,5	1122,9
1990	48,7	45,8	24,2	16,7	7,6	69,2	1196,1
1991	49,5	39,9	23,5	17,8	9,9	84,5	1137,5
1992	66,2	58,1	32,3	19,8	15,8	102,8	1118,0
1993	60,4	69,1	26,7	22,0	24,7	120,5	1290,2
1994	21,6	66,9	34,7	25,5	26,9	138,6	1421,7
1995	13,8	53,2	36,9	26,7	19,8	139,4	1235,6
1996	11,8	43,1	33,3	22,0	19,4	144,1	1127,6
1997	12,5	38,4	32,8	24,5	18,6	140,2	1253,4
1998	59,4	65,4	34,9	25,9	24,0	134,3	1398,2
1999	45,4	53,2	34,6	23,4	19,7	133,4	1234,8
2000	15,6	43,2	33,9	22,6	18,5	130,5	1135,8

1. По каждой группе болезней для определения тенденций развития проведите:

- а) укрупнение временных интервалов;
- б) расчет скользящей средней (пятилетней);
- в) аналитическое выравнивание (по прямой).

2. На основании полученных коэффициентов регрессии (п. 1, в) проведите динамическую группировку болезней, при этом выделите три группы:

- а) растущие (a_1 – положителен, причем значимо его отклонение от 0);
 - б) благополучные (a_1 – отрицателен, значимо его отклонение от 0);
 - в) стабильные (a_1 – статистически не отличается от 0).
- Сделайте выводы.

Задача 1.5.14

Имеются данные о заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на заводе «Электросигнал» в 1999 г. по некоторым нозологическим группам:

Таблица 1.5.9
(дни на 100 работающих)

Месяц	Группы болезней				Всего
	кишечные инфекции	психические расстройства	периф. нервная система	острый фарингит и ангина	
Январь	0,25	4,25	1,47	3,22	105,90
Февраль	0,70	4,43	0,44	2,54	99,44
Март	0,12	3,36	0,16	2,82	104,45
Апрель	0,26	2,89	1,03	3,21	86,75
Май	0,34	3,69	0,42	1,45	81,89
Июнь	0,26	3,27	0,46	1,88	78,51
Июль	0,39	3,46	1,05	2,01	78,33
Август	0,32	3,76	0,87	2,43	74,54
Сентябрь	0,71	4,77	1,47	2,82	91,35
Октябрь	0,95	1,98	0,98	3,76	109,26
Ноябрь	1,03	1,43	0,97	3,38	101,56
Декабрь	0,40	6,14	1,46	3,54	115,42

По каждой болезни и в целом по заводу для оценки уровня сезонности выполните:

- 1) расчет индексов сезонности;
 - 2) гармонический анализ сезонности.
- Сделайте выводы.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1

По данным о числе казненных и помилованных заключенных рассчитайте по каждому ряду в отдельности:

- 1) абсолютные (цепные и базисные) и средние показатели динамики. Результаты представьте в расчетной таблице;
- 2) нанесите на график динамику рядов.

Таблица 1.5.10

Год	Количество казней	Помиловано
1985	404	5
1986	277	12
1987	130	10
1988	88	9
1989	76	4
1990	72	12

Окончание табл. 1.5.10

Год	Количество казней	Помиловано
1991	15	37
1992	1	55
1993	4	149
1994	19	134
1995	86	5
1996	53	0

Решение

Рассчитаем все показатели по ряду динамики, характеризующему число казненных:

1) абсолютный прирост:

$$\Delta_{цеп} = y_i - y_{i-1},$$

где $\Delta_{цеп}$ – цепной абсолютный прирост значений признака (прирост по сравнению с предыдущим моментом (периодом) времени); y_i, y_{i-1} – значение уровня ряда в момент (период) времени i и $i-1$ соответственно;

$$\Delta_{86}^{цеп} = y_{86} - y_{85} = 277 - 404 = -127 \text{ (чел.)};$$

$$\Delta_{87}^{цеп} = y_{87} - y_{86} = 130 - 277 = -147 \text{ (чел.)};$$

$$\Delta_{баз} = y_i - y_0,$$

где $\Delta_{баз}$ – базисный абсолютный прирост значений признака (прирост по сравнению с моментом (периодом) времени, принятым за базу); y_0 – значение уровня ряда в момент (период) времени, принятый за базу сравнения.

$$\Delta_{87}^{баз} = 130 - 404 = -274 \text{ (чел.)};$$

2) темп роста:

$$T_{р}^{цеп} = \frac{y_i}{y_{i-1}},$$

где $T_{р}^{цеп}$ – цепной темп роста (темп роста по сравнению с предыдущим моментом времени).

$$T_{87}^{цеп} = \frac{y_{87}}{y_{86}} = \frac{130}{277} = 0,469 \text{ (46,9 \%)};$$

$$T_p^{\text{баз}} = \frac{y_i}{y_0},$$

где $T_p^{\text{баз}}$ – базисный темп роста (темп роста по сравнению с моментом времени, принятым за базу сравнения).

$$T_{87}^{\text{баз}} = \frac{y_{87}}{y_{85}} = \frac{130}{404} = 0,322 \text{ (32,2 \%)};$$

3) темп прироста:

$$T_{\text{пр}}^{\text{цеп}} = T_p^{\text{цеп}} - 1;$$

$$T_{\text{пр}87}^{\text{цеп}} = T_{\text{р}87}^{\text{цеп}} - 1 = 0,469 - 1 = -0,531 \text{ (-53,1 \%)};$$

$$T_{\text{пр}}^{\text{баз}} = T_p^{\text{баз}} - 1;$$

$$T_{\text{пр}87}^{\text{баз}} = T_{\text{р}87}^{\text{баз}} - 1 = 0,322 - 1 = -0,678 \text{ (-67,8 \%)};$$

4) абсолютное значение 1 % прироста:

$$A = \frac{y_{i-1}}{100};$$

$$A_{86} = \frac{y_{85}}{100} = \frac{404}{100} = 4,04;$$

Расчетная таблица

Год	Число казней	Абсолютный прирост (Δ)		Темп роста, T_p , %		Темп прироста, $T_{\text{пр}}$, %		Абсолютное значение 1 % прироста
		цеп.	баз.	цеп.	баз.	цеп.	баз.	
1985	404	–	–	100,0	100,0	0,0	0,0	–
1986	277	–127	–127	68,6	68,6	–31,4	–31,4	4,04
1987	130	–147	–274	46,9	32,2	–53,1	–67,8	2,77
1988	88	–112	–316	67,7	21,8	–32,3	–78,2	1,30
1989	76	–12	–328	86,4	18,8	–13,6	–81,2	0,88
1990	72	–4	–332	94,7	17,8	–5,3	–82,2	0,76
1991	15	–57	–389	20,8	3,7	–79,2	–96,3	0,72
1992	1	–14	–403	6,7	0,2	–93,3	–99,8	0,15
1993	4	3	–400	400,0	1,0	300,0	–99,0	0,01
1994	19	15	–385	475,0	4,7	375,0	–95,3	0,04
1995	86	67	–318	452,6	21,3	352,6	–78,7	0,19
1996	53	–33	–351	61,6	13,1	38,4	–86,9	0,86
В среднем	102	–32	–32	83,3	83,3	–16,7	–16,7	–

5) средние показатели:

а) средний уровень:

$$\bar{y} = \frac{y}{n} = \frac{1225}{12} = 102;$$

б) средний абсолютный прирост:

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta^{\text{баз}}}{m} = \frac{-351}{11} = -32;$$

в) средний темп роста:

$$\overline{T_p} = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m T_p^{\text{баз}}},$$

где m – число базисных темпов роста;

$$\overline{T_p} =$$

$$= \sqrt[11]{68,6 \cdot 46,9 \cdot 67,7 \cdot 86,4 \cdot 94,7 \cdot 20,8 \cdot 6,7 \cdot 400,0 \cdot 475,0 \cdot 452,6 \cdot 61,6} = 83,3;$$

6) графическое изображение анализируемого ряда динамики (рис. 2):

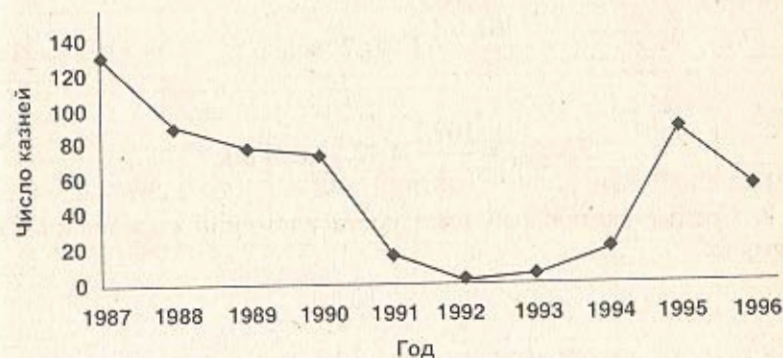


Рис. 2. Число казней в 1987–1996 гг.

Пример 2

По нижеприведенным данным о кредитных вложениях банков одной из республик России в 2000 г. рассчитайте:

- 1) средний уровень каждого ряда;
- 2) среднеквартальный темп роста вложений всего, в том числе по видам;
- 3) определите коэффициенты опережения.

Таблица 1.5.11
(млн р.)

Показатель	01.01.00	01.04.00	01.07.00	01.10.00	01.01.01
Кредитные вложения	1216,5	1331,9	1360,5	1532,2	1397,5
в том числе:					
краткосрочные	1194,7	1268,4	1324,3	1493,0	1359,1
долгосрочные	21,8	63,5	36,3	39,2	38,4

Решение

1. Средний уровень каждого ряда определяется по формуле средней хронологической простой (так как ряд динамики моментный):

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1};$$

$$\bar{y}_{\text{кратк}} = \frac{\frac{1}{2}1194,7 + 1268,4 + 1324,3 + 1493,0 + \frac{1}{2}1359,1}{5-1} = \frac{5362,6}{4} = 1340,7 \text{ (млн р.)};$$

$$\bar{y}_{\text{долг}} = \frac{169,1}{4} = 42,3 \text{ (млн р.)}.$$

2. Среднеквартальный темп роста вложений определяется по формуле:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

где n – количество моментов времени в рассматриваемом периоде.

$$\bar{T}_{p \text{ кв}} = \sqrt[4]{\frac{1397,5}{1216,5}} = \sqrt[4]{1,149} = 1,035 \text{ (103,5 \%)};$$

$$\bar{T}_{p \text{ кратк}} = \sqrt[4]{\frac{1359,1}{1194,7}} = \sqrt[4]{1,138} = 1,033 \text{ (103,3 \%)};$$

$$\bar{T}_{p \text{ долг}} = \sqrt[4]{\frac{38,4}{21,8}} = \sqrt[4]{1,761} = 1,152 \text{ (115,2 \%)}.$$

3. Коэффициент опережения темпа роста долгосрочных вложений над темпом роста краткосрочных вложений:

$$K_{\text{опереж}} = \frac{\bar{T}_{p \text{ долг}}}{\bar{T}_{p \text{ кратк}}} = \frac{1,152}{1,033} = 1,115 \text{ (111,5 \%)}.$$

Пример 3

Имеются данные об изменении объемов промышленного производства России:

Таблица 1.5.12

Месяц	Темп роста общего объема промышленного производства, в % к декабрю 1994 г.	
	1995	1996
Январь	92,0	86,0
Февраль	90,5	86,2
Март	95,0	91,0
Апрель	88,2	88,2
Май	89,0	84,0
Июнь	90,7	83,8
Июль	89,3	83,9
Август	93,0	84,2
Сентябрь	92,6	85,0
Октябрь	94,9	89,8
Ноябрь	91,8	86,3
Декабрь	92,2	87,1

Проанализируйте сезонные изменения промышленного производства:

- 1) на основе индекса сезонности;
- 2) применяя графический метод.

Решение

1. Так как тренда нет, то индекс сезонности рассчитываем по формуле:

$$i_{\text{сез}} = \frac{T_p}{\bar{T}_p},$$

где $i_{сез}$ – индекс сезонности за каждый месяц каждого года; T_p – темп роста за каждый месяц; $\bar{T}_p$ – средний темп роста за год;

$$\bar{T}_p = \sqrt[12]{\prod T_p};$$

$$\bar{T}_{p95} = \sqrt[12]{0,3479} = 0,915;$$

$$\bar{T}_{p96} = \sqrt[12]{0,170} = 0,863;$$

$I_{сез} = \frac{\sum i_{сез}}{2}$ – средний индекс сезонности по каждому месяцу за весь рассматриваемый отрезок времени.

$$I_{сез}^{январь} = \frac{1,005 + 0,997}{2} = 1,001.$$

И так далее.

Расчетная таблица

Месяц	Темп роста, в % к декабрю 1994 г.		Индексы сезонности, $i_{сез}$		Индекс сезонности средний, $I_{сез}$
	1995	1996	1995	1996	
Январь	92,0	86,0	1,005	0,997	1,001
Февраль	90,5	86,2	0,989	0,999	0,994
Март	95,0	91,0	1,038	1,054	1,046
Апрель	88,2	88,2	0,964	1,022	0,993
Май	89,0	84,0	0,973	0,973	0,973
Июнь	90,7	83,8	0,991	0,971	0,981
Июль	89,3	83,9	0,976	0,972	0,974
Август	93,0	84,2	1,016	0,976	0,996
Сентябрь	92,6	85,0	1,012	0,985	0,999
Октябрь	94,9	89,8	1,037	1,041	1,039
Ноябрь	91,8	86,3	1,003	1,000	1,002
Декабрь	92,2	87,1	1,008	1,009	1,009

2. Графически сезонные изменения можно анализировать при помощи спиральной радиальной диаграммы (рис. 3 и 4):



Рис. 3. Диаграмма промышленного производства по месяцам 1995 г., в % к декабрю 1994 г.

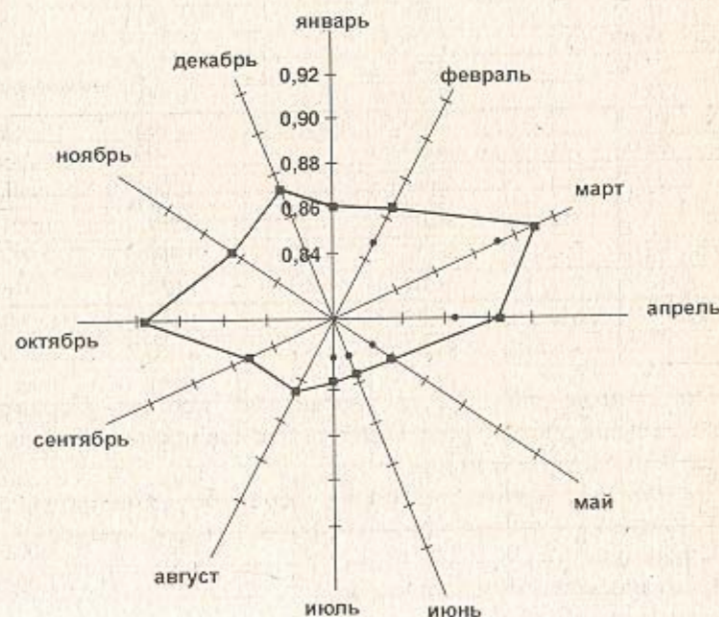


Рис. 4. Диаграмма промышленного производства по месяцам 1996 г., в % к декабрю 1994 г.

Максимальный объем производства – в марте и октябре. Минимальный объем производства – в июле.

Пример 4*

Отмечался официальный курс рубля к немецкой марке и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.:

Таблица 1.5.13

Дата	Курс немецкой марки, р. за 1 DEM	Объем продаж, DEM
01.01	3242,94	250
05.01	3222,71	4
10.01	3233,81	14
12.01	3255,04	32
17.01	3211,56	83
19.01	3189,40	73
24.01	3189,25	87
26.01	3193,02	180
31.01	3190,18	200
02.02	3176,60	236
07.02	3229,50	348
09.02	3201,14	421
14.02	3221,67	652
16.02	3248,26	411
21.02	3278,35	472
23.02	3294,08	457
28.02	3320,69	487
01.03	3281,57	652
06.03	3257,90	1007
08.03	3252,22	1170
13.03	3254,69	878
15.03	3286,20	1153
20.03	3274,23	1120
22.03	3284,51	2212
27.03	3286,35	1746
29.03	3268,03	2256

1. По данным табл. 1.5.13 рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов DEM и объемов продаж. Результаты представьте в расчетной таблице.

2. Постройте графики изменения курсов и объемов продаж.

3. Проведите периодизацию объемов продаж, выделив следующие периоды:

- а) практическое отсутствие сделок;
- б) незначительный объем продаж;
- в) значительный объем продаж.

Решение

1. Расчет цепных абсолютных приростов и темпов роста представлен в расчетной таблице (см. решение примера 1):

Расчетная таблица

Дата	Курс немецкой марки		Объем продаж	
	$\Delta_{цеп}$	$T_{р}^{цеп}$	$\Delta_{цеп}$	$T_{р}^{цеп}$
01.01	—	—	—	—
05.01	-20,23	0,9938	-246	0,016
10.01	11,10	1,0034	10	3,500
12.01	21,23	1,0066	18	2,286
17.01	-43,48	0,9866	51	2,594
19.01	-22,16	0,9931	-10	0,879
24.01	-0,15	0,9999	14	1,192
26.01	3,77	1,0012	93	2,069
31.01	-2,84	0,9991	20	1,111
02.02	-13,58	0,9957	36	1,180
07.02	52,90	1,0167	112	1,475
09.02	-28,36	0,9912	73	1,210
14.02	20,53	1,0064	231	1,549
16.02	26,59	1,0083	-241	0,630
21.02	30,09	1,0093	61	1,148
23.02	15,73	1,0048	-15	0,968
28.02	26,61	1,0081	30	1,066
01.03	-39,12	0,9882	165	1,339
06.03	-23,67	0,9928	355	1,544
08.03	-5,68	0,9983	163	1,162
13.03	2,47	1,0008	-292	0,750
15.03	31,51	1,0097	275	1,313
20.03	-11,97	0,9964	-33	0,971
22.03	10,28	1,0031	1092	1,975
27.03	1,84	1,0006	-466	0,789
29.03	-18,32	0,9944	510	1,292

2. Изменения курсов и объемов продаж немецкой марки изображено на рис. 5 и 6.

* Примеры 4–6 решены Н. И. Овечкиной.

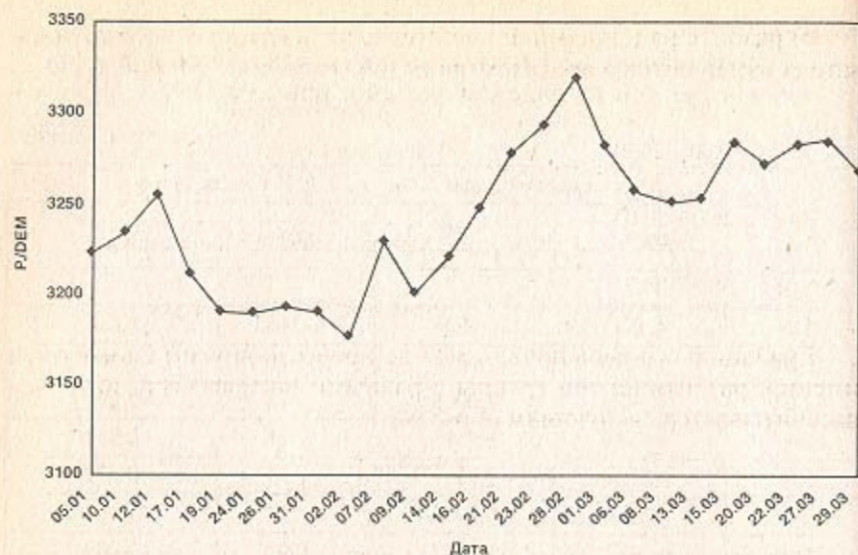


Рис. 5. Изменение курсов немецкой марки в январе – марте 1996 г.

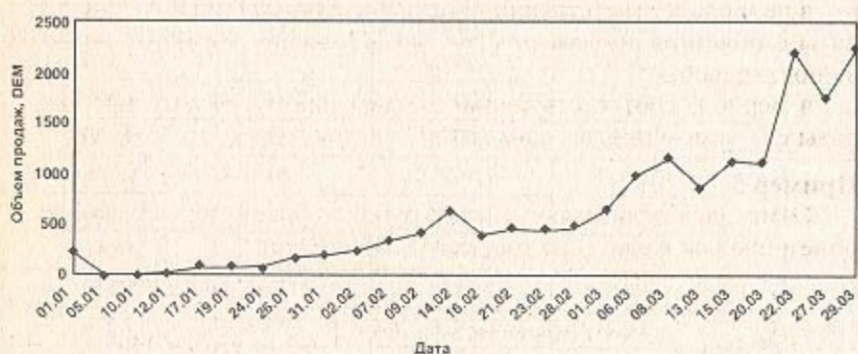


Рис. 6. Изменение объемов продаж немецкой марки в январе – марте 1996 г.

3. Для проведения периодизации состояния объемов продаж необходимо:

а) провести градацию уровней объемов продаж.

Принимаем следующую группировку:

Объем продаж

До 100

100–1000

Свыше 1000

Характеристика состояния

Практическое отсутствие сделок

Незначительный объем продаж

Значительный объем продаж

б) разбить ряд динамики на интервалы, в которых уровни показателя изменяются в пределах принятой градации: (см. рис. 6)

Период	Характеристика
05.01–24.01	Практическое отсутствие сделок
01.01; 26.01–10.03; 13.03	Незначительный объем продаж
06.03–08.03; 15.03–29.03	Значительный объем продаж

Градацию объемов продаж можно провести другим способом, а именно: разбить на три группы с равными интервалами, интервал рассчитывается следующим образом:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{2256 - 4}{3} = 751 \text{ (сделка)}.$$

В соответствии с этим, в период практического отсутствия сделок попадают даты, когда объем продаж изменяется в пределах от 4 до 755 в день – с 01.01 по 01.03 включительно;

в период, соответствующий незначительному объему продаж, – даты с объемом продаж от 756 до 1507 сделок – с 06.03 по 20.03 включительно;

в период, соответствующий значительному объему продаж, – даты с объемом продаж свыше 1507 сделок в день – с 22.03.96 г.

Пример 5

Отмечался официальный курс рубля к французскому франку и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.:

Таблица 1.5.14

Дата	Курс французского франка, р. за 1 FRF	Объем продаж, FRF
29.03	957,62	1771
03.04	963,45	401
05.04	966,58	1959
10.04	968,50	2468
12.04	960,70	2152
17.04	958,41	1236
19.04	961,99	1248
24.04	958,81	3557
26.04	957,02	1039
01.05	957,74	3054
08.05	963,11	4160
15.05	958,88	4213

Дата	Курс французского франка, р. за 1 FRF	Объем продаж, FRF
17.05	957,33	2555
18.05	960,90	7647
21.05	959,23	8539
22.05	961,01	6104
23.05	956,34	10 971
24.05	957,29	10 480
25.05	958,41	6002
28.05	959,92	13 280
29.05	957,46	14 600
30.05	958,36	13 100
31.05	965,44	17 419
01.06	966,38	12 938
04.06	975,36	8640
05.06	971,93	25 707
06.06	971,67	7841
07.06	971,14	14 711
08.06	973,72	16 089
11.06	971,63	11 924
12.06	972,34	10 341
14.06	971,32	16 101
15.06	978,90	10 722
18.06	979,91	12 048
19.06	982,29	11 427
20.06	984,01	12 449
21.06	979,39	14 558
22.06	978,57	14 422
25.06	975,46	14 944
26.06	977,36	14 126
27.06	980,67	12 050
28.06	987,31	6497
29.06	992,06	6889

1. По данным табл. 1.5.14 рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов FRF и объемов продаж.

2. На основе анализа полученных результатов осуществите грацию оценки состояния рынка.

Решение

1. Рассчитаем цепные показатели абсолютного прироста и темпа роста курсов и объемов продаж. Результаты представим в расчетной таблице:

Дата	Курс французского франка		Объем продаж	
	$\Delta_{цеп}$	$T_{р}$	$\Delta_{цеп}$	$T_{р}$
29.03	—	—	—	—
03.04	5,83	1,0061	-1370	0,2264
05.04	3,13	1,0032	1558	4,8853
10.04	1,92	1,0020	509	1,2598
12.04	-7,80	0,9919	-316	0,8720
17.04	-2,29	0,9976	-916	0,5743
19.04	3,58	1,0037	12	1,0097
24.04	-3,18	0,9967	2309	2,8502
26.04	-1,79	0,9981	-2518	0,2921
01.05	0,72	1,0008	2015	2,9394
08.05	5,37	1,0056	1106	1,3621
15.05	-4,23	0,9956	53	1,0127
17.05	-1,55	0,9984	-1658	0,6065
18.05	3,57	1,0037	5092	2,9930
21.05	-1,67	0,9983	892	1,1166
22.05	1,78	1,0019	-2435	0,7148
23.05	-4,67	0,9951	4867	1,7973
24.05	0,95	1,0010	-491	0,9552
25.05	1,12	1,0012	-4478	0,5727
28.05	1,51	1,0016	7278	2,2126
29.05	-2,46	0,9974	1320	1,0994
30.05	0,90	1,0009	-1500	0,8973
31.05	7,08	1,0007	4319	1,3297
01.06	8,02	1,0010	-4481	0,7428
04.06	8,98	1,0093	4298	0,6678
05.06	-4,33	0,9956	17067	2,9753
06.06	0,64	1,0007	-17866	0,3050
07.06	-0,53	0,9995	6870	1,8762
08.06	2,58	1,0027	1378	1,0937
11.06	-2,09	0,9979	-4165	0,7411
12.06	0,71	1,0007	-1583	0,8672
14.06	-1,02	0,9989	5760	1,5570
15.06	7,58	1,0078	-5379	0,6659
18.06	1,01	1,0010	1326	1,1237
19.06	2,38	1,0024	-621	0,9485
20.06	1,72	1,0018	1022	1,0894
21.06	-4,62	0,9953	2109	1,1694
22.06	-0,82	0,9992	-136	0,9907
25.06	-3,11	0,9968	522	1,0362
26.06	1,90	1,0019	-818	0,9453
27.06	3,31	1,0034	-2076	0,8530
28.06	6,64	1,0068	-5553	0,5392
29.06	4,75	1,0048	392	1,0603

2. Для градации оценки рынка необходимо осуществить градацию уровней показателей. Выделяются следующие периоды:

для цен:	
низкие	до 968 р./FRF
средние	968–980 р./FRF
высокие	свыше 980 р./FRF

для объема продаж:	
практическое отсутствие сделок	до 1000 шт.
незначительный объем продаж	1000–6000 шт.
значительный объем продаж	6000–12000 шт.
большой объем продаж	свыше 12000 шт.

Далее необходимо тщательно сопоставить полученные результаты периодизации. Для удобства данные заносятся в расчетную таблицу:

Расчетная таблица

Цены	Объем продаж			
	Практическое отсутствие сделок	Незначительный объем продаж	Значительный объем продаж	Большой объем продаж
Низкие	03.04, 17.04, 19.04, 26.04	29.03, 05.04, 12.04, 24.04, 01.05, 08.05	18.05, 21.05, 22.05, 23.05, 24.05, 25.05	28.05, 29.05, 30.05, 31.05, 01.06
		«Вялый»	«Неустойчивый»	
Средние			04.06, 06.06, 11.06, 12.06, 15.06	05.06, 07.06, 08.06, 14.06, 18.06, 22.06, 25.06, 26.06
				«Устойчивый»
Высокие			19.06, 21.06, 28.06, 29.06	20.06, 27.06
			«Ленивый»	«Крепкий»

Таким образом, градация оценки рынка выглядит следующим образом:

- «ленивый»: 03.04, 17.04, 19.04, 26.04;
- «вялый, или слабый»: 29.03, 05.04–12.04, 24.04, 01.05–17.05;
- «устойчивый»: 04.06–18.06, 22.06–26.06;
- «неустойчивый, или неуверенный»: 18.05–01.06;
- «крепкий, или сильный»: 19.06–21.06, 27.06–29.06.

Пример 6

Отмечался официальный курс рубля к американскому доллару и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.:

Таблица 1.5.15

Дата	Курс американского доллара, р. за 1 \$	Объем продаж, \$
02.07	5119	15 103
03.07	5124	21 087
05.07	5125	24 819
09.07	5129	28 369
10.07	5131	11 099
11.07	5133	13 869
12.07	5131	11 530
16.07	5135	12 316
17.07	5136	28 933
18.07	5140	16 306
19.07	5150	5858
20.07	5156	6951
23.07	5165	17 785
24.07	5169	13 976
25.07	5175	35 545
26.07	5180	22 036
27.07	5182	35 522
30.07	5188	32 717
31.07	5191	7872

1. Рассчитайте уравнение регрессии и оцените его надежность.
2. На основе рассчитанного уравнения регрессии определите:
 - а) на сколько увеличится или уменьшится объем продаж при росте курса на 1 пункт;
 - б) какой рынок («продавца» или «покупателя») сложился за анализируемый промежуток времени?

Решение

Поступно выполняются следующие действия:

1. Исключение автокорреляции.

Необходимо от исходных рядов динамики перейти к новым, построенным, например, по первым разностям:

$$x'_i = \Delta x_i = x_i - x_{i-1};$$

$$y'_i = \Delta y_i = y_i - y_{i-1}.$$

Расчетная таблица

Дата	Курс американского доллара, р./\$		Объем продаж, \$	
	X	$\Delta x(x')$	Y	$\Delta y(y')$
02.07	5119	—	15 103	—
03.07	5124	5	21 087	5984
05.07	5125	1	24 819	3732
09.07	5129	4	28 369	3550
10.07	5131	2	11 099	-17 270
11.07	5133	2	13 869	2770
12.07	5131	-2	11 530	-2 339
16.07	5135	4	12 316	786
17.07	5136	1	28 933	16 617
18.07	5140	4	16 306	-12 627
19.07	5150	10	5858	-10 448
20.07	5156	6	6951	1093
23.07	5165	9	17 785	10 834
24.07	5169	4	13 976	-3809
25.07	5175	6	35 545	21 569
26.07	5180	5	22 036	-13 509
27.07	5182	2	35 522	13 486
30.07	5188	6	32 717	-2805
31.07	5191	3	7872	-24 845

2. По новым уровням (Δx и Δy) строится уравнение регрессии:

$$y' = f(x') = a_0 + a_1 x'.$$

Параметры уравнения регрессии рассчитываются следующим образом:

$$a_0 = \frac{\sum y' \sum (x')^2 - \sum x' \sum y x'}{n \sum (x')^2 - (\sum x')^2};$$

$$a_1 = \frac{n \sum y' x' - \sum x' \sum y'}{n \sum (x')^2 - (\sum x')^2}.$$

Расчетная таблица

Дата	x'	y'	$(x')^2$	$x'y'$	$(y')^2$	$y'f$
02.07	—	—	—	—	—	—
03.07	5	5984	25	29 920	35 808 256	-376,84
05.07	1	3732	1	3732	13 927 824	-476,32
09.07	4	3550	16	14 200	12 602 500	-401,71
10.07	2	-17 270	4	-34 540	298 252 900	-451,45
11.07	2	2770	4	5540	7 672 900	-451,45
12.07	-2	-2339	4	-4678	5 470 921	-550,93

Окончание расчет. табл.

Дата	x'	y'	$(x')^2$	$x'y'$	$(y')^2$	$y'f$
16.07	4	786	16	3144	617 796	-401,71
17.07	1	16 617	1	16 617	276 124 689	-476,32
18.07	4	-12 627	16	-50 508	159 441 129	-401,71
19.07	10	-10 448	100	-104 480	109 160 704	-252,49
20.07	6	1093	36	6558	1 194 649	-351,97
23.07	9	10 834	81	97 506	117 375 556	-277,36
24.07	4	-3809	16	-15 236	14 508 481	-401,71
25.07	6	21 569	36	129 414	465 221 761	-351,97
26.07	5	-13 509	25	-67 545	182 493 081	-376,84
27.07	2	13 486	4	26 972	181 872 196	-451,45
30.07	6	-2805	36	-16 830	7 868 025	-351,97
31.07	3	-24 845	9	-74 535	617 274 025	-426,58
Итого	72	-7231	430	-25 393	2 506 887 393	-7230,78

$$a_0 = \frac{-7231 \cdot 430 - 72 \cdot (-25 393)}{18 \cdot 430 - 72^2} = \frac{-3 109 330 + 1 828 296}{7740 - 5184} =$$

$$= \frac{-1 281 034}{2556} = -501,19;$$

$$a_1 = \frac{18 \cdot (-25 393) - 72 \cdot (-7231)}{2556} = \frac{-457 074 + 520 632}{2556} = 24,87;$$

$$y' = -501,19 + 24,87 x'.$$

Полученные параметры можно охарактеризовать следующим образом:

$a_0 = -501,19$ – это значит, что средний абсолютный прирост объема продаж до июля 1996 г. составлял -501,19 доллара;

$a_1 = 24,87$ – сила связи, это значит, что при росте курса на 1 пункт отрицательный прирост объема продаж уменьшится на 24,87 доллара.

3. Оценим уравнение регрессии на надежность по критерию Фишера:

$$F_{\text{расч}} = \frac{\frac{1}{k+1} \sigma_{\text{фактор}}^2}{\frac{1}{n-k-1} \sigma_{\text{ост}}^2},$$

где k – число параметров функции, описывающей тенденцию; n – число уровней ряда; $\sigma_{\text{фактор}}^2 = \sigma_{y'}^2 - \sigma_{\text{ост}}^2$ – факторная дисперсия; $\sigma_{y'}^2 = \frac{\sum (y' - \bar{y}')^2}{n}$ – общая дисперсия; $\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum (y' - \bar{y}'_x)^2}{n}$ – остаточная дисперсия.

Имеем:

$$\bar{y}' = \frac{-7231}{18} = -401,7;$$

$$\sigma_{y'}^2 = \frac{(5984 - (-401,7))^2 + (3732 - (-401,7))^2 + \dots + (-24\,845 - (-401,7))^2}{18} = 139110141,1;$$

$$\sigma_{\text{ост}}^2 =$$

$$= \frac{(5984 - (-376,84))^2 + (3732 - (-476,32))^2 + \dots + (-24\,845 - (-426,58))^2}{18} = 139105263,2;$$

$$\sigma_{\text{фактор}}^2 = 139110141,1 - 139105263,2 = 4877,9;$$

$$F_{\text{расч}} = \frac{\frac{1}{1+1} 139110141,1}{\frac{1}{18-1-1} 139105263,2} = \frac{69555070,55}{8694078,95} = 8,0;$$

$$F_{\text{табл}} = \left(\begin{array}{l} \alpha = 0,05 \\ v_1 = k + 1 = 2 \\ v_2 = n - k - 1 = 16 \end{array} \right) = 3,634.$$

$F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}} \Rightarrow$ уравнение значимо, т. е. построенное нами уравнение связи адекватно отражает сложившуюся зависимость.

4. Для характеристики рынка, сложившегося на торгах в июле, необходимо рассчитать коэффициент корреляции между курсом американского доллара и объемом продаж:

$$r = \frac{\sum x'y'}{\sqrt{\sum (x')^2 \sum (y')^2}} = \frac{-25\,393}{\sqrt{420 \cdot 2\,506\,887\,393}} = \frac{-25\,393}{1026105,6} = -0,025.$$

Так как коэффициент корреляции отрицательный, то можно сделать вывод, что в июле на торгах ММВБ сложился рынок «покупателя».

Пример 7

Имеются показатели здоровья населения СССР за 1970–1987 гг.

Таблица 1.5.16

Год	Продолжительность жизни, лет			Смертность населения, ‰	Рождаемость, ‰	Младенческая смертность, ‰	Онкологические заболевания, на 100 тыс. чел.
	общая	мужчин	женщин				
1970	69,3	64,4	73,4	8,2	17,4	24,7	177
1971	69,4	64,5	73,5	8,2	17,8	22,9	180
1972	69,5	64,5	73,6	8,5	17,8	24,7	182
1973	69,3	64,4	73,4	8,7	17,6	26,4	186
1974	69,1	64,0	73,2	8,7	18,0	27,9	189
1975	68,8	63,7	73,1	9,3	18,1	30,6	192
1976	68,4	63,2	72,8	9,5	18,4	31,4	196
1977	68,1	62,9	72,6	9,6	18,1	30,5	198
1978	68,0	62,7	72,6	9,7	18,2	29,2	201
1979	67,9	62,5	72,6	10,1	18,2	27,4	204
1980	67,7	62,2	72,5	10,3	18,3	27,3	205
1981	67,7	62,3	72,5	10,2	18,5	26,9	208
1982	67,8	62,4	72,6	10,1	18,9	25,7	212
1983	67,9	62,6	72,8	10,4	19,8	25,3	217
1984	67,7	62,4	72,6	10,8	19,6	25,9	220
1985	68,4	63,3	72,9	10,6	19,4	26,0	222
1986	69,6	65,0	73,6	9,8	20,0	25,4	229
1987	69,8	65,1	73,8	9,9	19,8	25,4	234

Применяя методику многомерной средней, выполним периодизацию динамики здоровья населения СССР в этом временном интервале (по цепным абсолютным приростам).

Решение

Периодизация – процесс выделения однокачественных этапов развития. Чаще решается задача периодизации с помощью теоретического анализа. Ввиду «многомерности» и сложности динами-

ческих процессов в здоровье, погрешностей учета и некоторых других причин результативней в решении этой задачи применять численные методы, например, метод, основанный на многомерной средней.

Идея метода: для каждого момента (интервала) времени определяется

$$\bar{P}'_{t_i} = \frac{1}{k} \sum \frac{P_{ij}}{P_{j\max}};$$

далее рассчитывается $t_{(t_i)}^{\text{расч}} = \frac{\bar{P}'_{t_i} - \bar{P}'_{t_{i-1}}}{\mu(t_i; t_{i-1})}$.

Сравнивается $t_{(t_i)}^{\text{расч}}$ с $t_{(t_i)}^{\text{табл}}$ ($\alpha = 0,05; l = k - 2$). Если $t_{(t_i)}^{\text{расч}} > t_{(t_i)}^{\text{табл}}$, то t_i и t_{i-1} принадлежат разным этапам развития здоровья, в противном случае – одному.

Здесь $t_{(t_i)}^{\text{расч}}$ – расчетное значение статистики Стьюдента в момент (интервал) t_i ; k – число показателей здоровья; P_{ij} значение j -го показателя в i -й момент времени; $P_{j\max}$ – максимальное по абсолютной величине значение j -го показателя;

$\mu(t_i; t_{i-1}) = \sqrt{\frac{\sigma_{t_{i-1}}^2 + \sigma_{t_i}^2}{k}}$ – средняя ошибка разности средних;

$\sigma_{t_i}^2 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (P'_{ij} - \bar{P}'_{t_i})^2$ – дисперсия показателей здоровья для момента t_i ; $\bar{P}'_{t_i}$ – средний нормированный уровень динамики здоровья.

В качестве P_{ij} можно взять уровень ряда, абсолютный цепной прирост, темп роста и некоторые другие. Если применять абсолютный прирост, то многомерная средняя определяется с учетом направления изменения показателя. Например, прирост по продолжительности жизни, рождаемости учитывают со знаком (+), а остальные – со знаком (–).

В таблице представлены нормированные цепные абсолютные приросты показателей здоровья по СССР, также $\bar{P}'_{t_i}$, σ_{t_i} , $t_{(t_i)}^{\text{расч}}$.

Расчетная таблица

Год	Продолжительность жизни			Смертность населения (–)	Рождаемость населения (+)	Младенческая смертность (–)	Онкологические заболевания (–)	$\bar{P}'$	σ	$t_{\text{расч}}$
	общая (+)	мужчин (+)	женщин (+)							
1971	0,125	0,058	0,143	0,0	0,444	–0,666	0,429	0,144	0,319	1,92
1972	0,125	0,0	0,143	0,375	0,0	0,666	0,286	–0,151	0,220	2,01
1973	–0,250	–0,059	–0,286	0,250	0,222	0,630	0,571	–0,324	0,364	1,07
1974	–0,250	–0,253	–0,286	0,0	0,444	0,555	0,429	–0,187	0,344	0,72
1975	–0,375	–0,176	–0,286	0,750	0,111	1,000	0,429	–0,415	0,494	1,00
1976	–0,500	–0,294	–0,429	0,250	0,333	0,296	0,571	–0,287	0,396	0,54
1977	–0,375	–0,176	–0,286	0,125	–0,333	–0,333	0,286	–0,178	0,240	0,62
1978	–0,125	–0,118	0,0	0,125	0,111	–0,481	0,429	–0,029	0,260	1,11
1979	–0,125	–0,118	0,0	0,500	0,0	–0,666	0,429	–0,072	0,360	0,26
1980	–0,250	–0,176	–0,143	0,250	0,111	–0,037	0,143	–0,116	0,173	0,29
1981	0,0	0,058	0,0	–0,125	0,222	–0,148	0,429	0,018	0,188	1,40
1982	0,125	0,058	0,143	–0,125	0,444	–0,444	0,571	0,110	0,314	0,67
1983	0,125	0,118	0,286	0,375	1,000	–0,148	0,714	0,065	0,361	0,24
1984	–0,250	–0,118	–0,286	0,500	–0,222	0,222	0,429	–0,290	0,312	1,98
1985	0,875	0,529	0,429	–0,250	–0,222	0,037	0,286	0,220	0,382	2,74
1986	1,00	1,00	1,00	–1,00	0,666	–0,222	1,00	0,555	0,737	1,07
1987	0,250	0,058	0,286	0,125	–0,222	0,0	0,714	–0,067	0,271	2,09

Так, например,

$$P'_{1971,1} = \frac{69,4 - 69,3}{69,6 - 68,4} = 0,125;$$

$$\overline{P'_{1971}} = \frac{0,125 + 0,058 + 0,143 - 0,0 + 0,444 - (-0,666) - 0,429}{7} =$$

$$= \frac{1,008}{7} = 0,144;$$

$$\sigma_{1971} =$$

$$= \sqrt{\frac{0,125^2 + 0,058^2 + \dots + 0,429^2}{7} - \left(\frac{0,125 + 0,058 + \dots + 0,429}{7}\right)^2} =$$

$$= 0,319;$$

$$t_{1972} = \frac{(-0,151) - 0,144}{\sqrt{\frac{0,319^2}{7} + \frac{0,22^2}{7}}} = -2,01;$$

$$t_{(t_i)_{\text{табл}}} (\alpha = 0,05; l = k - 2 = 7 - 2 = 5) = 2,57;$$

$$t_{(t_i)_{\text{расч}}} > t_{(t_i)_{\text{табл}}} = 2,57 \text{ только для 1985 г.}$$

Таким образом, можно выделить следующие этапы динамики здоровья населения СССР (в промежутке 1971–1987 гг.):

I – 1971–1984 – период снижения уровня здоровья населения (причем 1984 г. можно рассматривать как год резкого спада);

II – 1985–1986 – период улучшения показателей здоровья.

Для 1987 г. $t_{\text{расч.}} = 2,09$, что дает основание рассматривать 1987 г. как переходный, как возврат к периоду неблагоприятных тенденций в здоровье населения страны.

Пример 8

Имеются данные о днях трудопотерь вследствие заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на машиностроительном заводе за 1987–1999 гг.:

Таблица 1.5.17
(дни на 100 работающих)

Год	Болезни нервной системы	Хронические заболевания органов дыхания
1987	47,8	24,5
1988	51,9	16,6
1989	40,7	19,7
1990	52,2	29,1
1991	66,1	36,1
1992	75,6	45,4
1993	49,7	45,8
1994	49,1	41,9
1995	67,2	58,1
1996	60,7	69,1
1997	20,6	66,9
1998	13,7	52,2
1999	10,8	42,1

1. По каждой группе болезней для определения тенденций развития проведите:

- укрупнение интервалов;
- расчет скользящей средней (пятилетней);
- аналитическое выравнивание (по прямой).

2. На основании полученных коэффициентов регрессии (п. 1, в) проведите динамическую группировку болезней, выделив при этом три группы:

- растущие (a_1 – положителен, причем значимо его отклонение от 0);
 - благополучные (a_1 – отрицателен, значимо его отклонение от 0);
 - стабильные (a_1 – статистически не отличается от 0).
- Сделайте выводы.

Решение

Расчеты по болезням нервов:

1. а) число уровней ряда равно 13. Укрупненных интервалов минимальное число – 3. Тогда:

- (1987–1990) – 192,6
 - (1991–1994) – 240,5
 - (1995–1998) – 162,4
- } тенденции нет;

б) скользящая средняя определяется:

$$\bar{y}_t = \frac{y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + y_{i+2}}{5},$$

где $\bar{y}_t$ – средний уровень ряда.

Так,

$$y_{1989} = \frac{47,8 + 51,9 + 40,7 + 52,2 + 66,1}{5} = 51,74.$$

Годы	Скользящая средняя	Годы	Скользящая средняя
1987	–	1994	60,46
1988	–	1995	49,46
1989	51,74	1996	42,26
1990	57,30	1997	34,60
1991	56,86	1998	–
1992	58,54	1999	–
1993	61,54		

Выводы:

- 1) нет устойчивой тенденции;
- 2) происходит снижение с 1994 г.;
- в) аналитическое выравнивание выполняется по прямой, уравнение которой:

$$y = a_0 + a_1 t;$$

a_0 и a_1 определяются по методу наименьших квадратов:

$$\text{при } \sum t = 0$$

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{606,3}{13} = 46,64;$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{-492,2}{182} = -2,7.$$

Следовательно, $y = 46,64 - 2,7t$.

2. Значимость параметра a_1 оценивается с помощью t – критерия Стьюдента:

$$t_{\text{расч}} = \frac{|a_{1(\text{бол})}|}{m_{a_1}},$$

где $m_{a_1} = \frac{\sigma_{\text{ост}}}{\sqrt{\sum t^2 - \left(\frac{\sum t}{n}\right)^2}}$ – средняя ошибка параметра a_1 ;

$\sigma_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{\sum (y - y_t)^2}{n - 2}}$ – остаточное среднее квадратическое отклонение.

Необходимые данные представлены в расчетной таблице.

Расчетная таблица

Год	Уровень ряда (y)	t	y_t	$(y - y_t)^2$
1987	47,8	-6	62,84	226,20
1988	51,9	-5	60,14	67,90
1989	40,7	-4	57,44	280,22
1990	52,2	-3	54,74	6,45
1991	66,1	-2	52,04	197,68
1992	75,6	-1	49,34	689,59
1993	49,7	0	46,64	9,36
1994	49,1	1	43,94	25,63
1995	67,2	2	41,24	673,92
1996	60,7	3	38,54	491,07
1997	20,6	4	35,84	232,26
1998	13,7	5	33,14	377,91
1999	10,8	6	30,44	385,73
Итого	x	0	x	3661,50

$$\sigma_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{3661,5}{13 - 2}} = 18,24;$$

$$m_{a_1} = \frac{18,24}{\sqrt{182}} = \frac{18,24}{13,49} = 1,35;$$

$$t_{\text{расч}} = \frac{2,7}{1,35} = 2,0;$$

$$t_{\text{табл}} \left(\begin{array}{c} \alpha = 0,05 \\ l = n - 2 = 13 - 2 = 11 \end{array} \right) = 2,201;$$

$$t_{\text{расч}} = 2,0 < t_{\text{табл}} = 2,201;$$

следовательно, данный вид заболеваемости нужно считать стабильным (ввиду близости $t_{\text{расч}}$ к $t_{\text{табл}}$, можно даже отнести к благополучным).

Пример 9

Имеются данные о заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на заводе «Электросигнал» в отчетном году по некоторым нозологическим группам:

Таблица 1.5.18
(дни на 100 работающих)

Месяц	Группы болезней				Всего по заводу
	кишечные инфекции	психические расстройства	периф. нервная система	острый фарингит и ангина	
Январь	0,26	4,25	1,46	3,22	104,90
Февраль	0,69	4,41	0,44	2,49	99,24
Март	0,01	3,33	0,14	1,82	106,45
Апрель	0,24	2,89	1,01	3,18	86,73
Май	0,33	3,66	0,42	1,46	81,79
Июнь	0,23	3,27	0,41	1,87	78,51
Июль	0,36	3,45	1,07	2,01	78,33
Август	0,30	3,76	0,85	2,39	74,54
Сентябрь	0,69	4,67	1,47	2,82	91,33
Октябрь	0,93	1,97	0,98	3,76	109,13
Ноябрь	1,01	1,42	0,95	3,37	100,56
Декабрь	0,37	6,14	1,56	3,51	115,40

По каждой болезни и в целом по заводу для оценки уровня сезонности выполните:

- 1) расчет индексов сезонности;
 - 2) гармонический анализ сезонности.
- Сделайте выводы.

Решение

1. Индекс сезонности можно рассчитать в данном случае по формуле:

$$i_{\text{сез}} = \frac{y}{\bar{y}_{\text{мес}}},$$

где y – уровень анализируемого месяца; $\bar{y}_{\text{мес}}$ – средний уровень:

$$\bar{y}_{\text{мес}} = \frac{\sum y}{12}.$$

Проведем расчеты по фарингиту и ангине.

$$\bar{y}_{\text{мес}} = \frac{31,9}{12} = 2,66,$$

например, для января:

$$i_{\text{сез}}^{\text{январь}} = \frac{3,22}{2,66} = 1,21.$$

Месяц	Индекс $i_{\text{сез}}$	Месяц	Индекс $i_{\text{сез}}$
Январь	1,210	Июль	0,756
Февраль	0,936	Август	0,898
Март	0,684	Сентябрь	1,060
Апрель	1,200	Октябрь	1,410
Май	0,549	Ноябрь	1,270
Июнь	0,307	Декабрь	1,320

Для данной болезни характерна сезонность: снижение в летние и рост в зимние месяцы. Более нагляден уровень сезонности по кварталам:

$$\bar{y}_{\text{кв}} = \frac{31,9}{4} = 7,975.$$

Квартал	I	II	III	IV
Индекс	0,944	0,816	0,905	1,334

2. В гармоническом анализе динамические уровни представляют в виде ряда Фурье:

$$y(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{T/2} (A_k \cdot \cos(k \cdot x_t) + B_k \sin(k \cdot x_t)),$$

$$\text{где } x_t = \frac{2}{T} = \frac{2}{12}.$$

В процедуре гармонического анализа определяют параметры A , B , а также долю каждой гармоники в дисперсии ряда динамики сезонности (расчетная таблица).

Расчетная таблица

Гармоника	A(cos)	B(sin)	Доля в дисперсии ряда, %	Доля в сумме ряда, %
1	0,690	0,043	45	26
2	-0,114	-0,083	2	5
3	0,070	0,140	2	5
4	-0,224	0,407	21	18
5	-0,211	-0,132	6	9
6	0,163	0,000	5	6

По результатам видно, что наибольшее значение имеет первая гармоника (45 % вариации ряда). Это колебание с периодом 1 год. Следовательно, для группы болезней фарингит и ангина характерен процесс спада и подъема раз в год. Следующая по значимости гармоника – четвертая (т. е. спад и подъем раз в квартал) – 21 % вариации ряда. Остальные гармоники не значительны по вкладу.

1.6. ИНДЕКСЫ

Задача 1.6.1

Итоги торгов Сибирской межбанковской валютной биржи (СМВБ) характеризовались следующими данными:

Таблица 1.6.1

Валюта	Курс, р.		Продано, млн шт.	
	12.05	19.05	12.05	19.05
\$ USA	28,96	29,09	15,09	14,5
EUR	25,33	25,65	1,352	2713,0

Рассчитайте:

1. Индивидуальные и общие индексы курсов валют, физического объема проданных валют и оборота СМВБ за неделю.
2. Абсолютное изменение оборота всего и в том числе за счет изменения курсов валют и физического объема продаж.
3. Покажите взаимосвязь индексов.

Задача 1.6.2

Итоги вторичных торгов КОДО АБ «Сибэкобанк»:

Таблица 1.6.2

Код ценной бумаги	22.05.99			28.05.99		
	Средневзвешенная цена сделок, % от номинала	Средневзвешенная доходность к погашению, % годовых	Оборот, шт.	Средневзвешенная цена сделок, % от номинала	Средневзвешенная доходность к погашению, % годовых	Оборот, шт.
32003 ANOR	97,34	20,78	1350	98,29	15,12	100
32006 ANOR	93,93	31,04	300	95,25	26,0	100
32009 ANOR	90,89	31,00	100	92,55	26,23	1917

Рассчитайте:

1. Индивидуальные и общие индексы средневзвешенных цен, физического объема и стоимостного оборота размещения ценных бумаг.
2. Абсолютное изменение оборота по размещению КОДО всего и за счет изменения цены и физического объема.

Задача 1.6.3

Имеются экономические показатели работы магазина «Детские товары» за два периода:

Таблица 1.6.3

Отдел	Коэффициент оборачиваемости товарных запасов		Средние товарные запасы, млн р.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Обувь	4,0	3,5	120,0	150,0
Одежда	5,2	3,0	200,0	260,0
Игрушки	4,0	6,0	130,0	300,0

Рассчитайте:

1. Общие индексы:
 - а) скорости оборота товарных запасов;
 - б) средних товарных запасов;
 - в) валового оборота магазина.
2. Абсолютную величину изменения валового оборота за счет отдельных факторов.

Задача 1.6.4

По данным задачи 1.6.2 рассчитайте:

1. Индивидуальные и общие индексы средневзвешенных цен, физического объема и валового дохода от погашения размещенных КОДО.

2. Абсолютное изменение валового дохода от погашения КОДО всего и за счет изменения отдельных факторов (объема, структуры и доходности).

Задача 1.6.5

Имеются данные о ценах и количестве проданных товаров:

Таблица 1.6.4

Вид товара	Единица измерения	Цена за единицу, р.		Реализовано, тыс. ед.	
		Предыдущий период	Отчетный период	Предыдущий период	Отчетный период
Мясо	кг	80	110	600	500
Молоко	л	15	25	800	900

Определите:

- 1) общий индекс цен;
- 2) общий индекс физического объема товарооборота;
- 3) общий индекс товарооборота.

Сделайте выводы и покажите взаимосвязь индексов.

Задача 1.6.6

Себестоимость и объем продукции завода характеризуются следующими данными:

Таблица 1.6.5

Изделие	Себестоимость единицы изделия, тыс. р.		Выработано продукции, тыс. шт.	
	Январь	Февраль	Январь	Февраль
1	25	20	80	90
2	10	8	150	200

Определите:

- 1) общий индекс затрат на все изделия;
- 2) общий индекс себестоимости единицы изделия;
- 3) общий индекс физического объема продукции.

Сделайте выводы и покажите взаимосвязь индексов.

Задача 1.6.7

Имеются следующие данные о производстве мебели на мебельной фабрике:

Таблица 1.6.6

Вид продукции	Затраты на производство, млн р.		Изменение себестоимости единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
	Предыдущий период	Отчетный период	
Диваны	120,0	118,0	-8
Кресла	83,0	87,0	+5
Столы	15,0	14,0	Без изменения

Определите:

- 1) общий индекс себестоимости единицы продукции;
- 2) общий индекс затрат на производство продукции;
- 3) общий индекс физического объема произведенной продукции;
- 4) абсолютное изменение затрат в отчетном периоде по сравнению с предыдущим за счет изменения себестоимости и количества произведенной продукции.

Покажите связь между вычисленными показателями.

Сделайте выводы.

Задача 1.6.8

Имеются данные облкомстата об изменении цен в области в 2000 г. по сравнению с 1999 г., %:

на платные услуги	+31,4
на продовольственные товары	+11,9
на непродовольственные товары	+12,9

1. Рассчитайте индекс потребительских цен* в области за 2000 г., если структура потребительской корзины следующая, %:

платные услуги	41,0
продовольственные товары	31,8
непродовольственные товары	27,2

2. Определите величину перерасхода средств населения в 2000 г. из-за роста цен, если известно, что в 1999 г. реализовано продовольственных товаров на 14547,8 млн р., непродовольственных товаров на 16131,6 млн р., оказаны услуги на 10405,6 млн р.

Задача 1.6.9

Имеются данные фондовой биржи о рынке государственных краткосрочных облигаций (ГКО) за два периода:

* ИПЦ рассчитывается по формуле Лайспейреса.

Таблица 1.6.7

Период	Оборот торгов ГКО, млрд р.		Доход от размещения ГКО в базисном году, млрд р.
	Базисный год	Отчетный год	
Краткосрочный	2100,0	1500,0	750,0
Среднесрочный	2900,0	3170,0	940,0

Рассчитайте общий индекс доходности от размещения ГКО за счет изменения оборота торгов.

Задача 1.6.10

Швейная фабрика реализует свою продукцию через сеть клиентов, показатели работы которых следующие:

Таблица 1.6.8

Группы клиентов	Коэффициент оборачиваемости дебиторской задолженности		Объем реализации в отчетном году, млн р.
	Базисный год	Отчетный год	
Оптовые	2,0	2,5	10,2
Мелкооптовые	2,5	2,9	6,5
Магазины	2,5	1,0	6,6

Рассчитайте:

- 1) общий индекс скорости оборота дебиторской задолженности;
- 2) увеличение или сокращение объема реализации за счет изменения скорости платежей.

Задача 1.6.11

Имеются следующие данные по универсаму:

Таблица 1.6.9

Вид товара	Продано, тыс. р.		Изменение цен в мае по сравнению с апрелем, %
	Апрель	Май	
Обувь	24	30	+5
Пальто	210	180	+2
Плащи	360	420	+1

Определите, как в среднем увеличились цены на проданные товары и сколько население переплатило за счет этого.

Рассчитайте общие индексы товарооборота и физического объема проданных товаров.

Задача 1.6.12

По обувной фирме имеются следующие данные о затратах на производство и об изменении себестоимости изделий:

Таблица 1.6.10

Обувь	Общие затраты на производство изделий во II квартале, тыс. р.	Изменение себестоимости единицы изделия во II квартале по сравнению с I, %
Женская	2000	+5
Мужская	3500	+7
Детская	1000	-1

Определите:

- 1) среднее изменение себестоимости изделий по фирме во II квартале по сравнению с I кварталом;
- 2) абсолютную сумму экономии (перерасхода), полученную от изменения себестоимости;
- 3) общее изменение затрат на производство продукции (в %), если количество произведенной продукции увеличилось в 1,15 раза.

Сделайте выводы.

Задача 1.6.13

Имеются следующие данные о продаже картофеля по двум рынкам города:

Таблица 1.6.11

Рынок	Цена за 1 кг, р.		Продано картофеля, т	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
1	4,85	6,5	100	140
2	4,5	6,1	120	300

Определите:

- 1) индивидуальные индексы цен;
 - 2) удельные веса рынков в общем объеме реализации за I и II кварталы;
 - 3) индекс цен переменного состава;
 - 4) индекс цен фиксированного состава;
 - 5) индекс влияния структурных сдвигов.
- Покажите связь между исчисленными индексами. Сделайте выводы.

Задача 1.6.14

По имеющимся данным о ссудной задолженности и оборотах по погашению кредитов проанализируйте динамику среднего по коммерческому банку числа оборотов за период, рассчитав индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов:

Таблица 1.6.12

(млн р.)

Отрасль	Среднегодовая задолженность по ссудам		Обороты по погашению кредитов за год	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
1	2,2	2,0	4,4	3,6
2	3,8	3,0	15,2	11,7
3	4,0	5,0	40,0	48,5
Итого	10,0	10,0	59,6	63,8

Задача 1.6.15

Имеются данные по отдельным предприятиям отрасли:

Таблица 1.6.13

Предприятие	Стоимость производственных фондов, тыс. р.		Прибыль, тыс. р.	
	Предыдущий год	Отчетный год	Предыдущий год	Отчетный год
1	9000	10 800	1800	2000
2	6400	6800	1520	1640
3	7000	7700	1580	1890

Определите:

- 1) индивидуальные индексы уровня рентабельности;
- 2) удельные веса стоимости производственных фондов каждого предприятия за предыдущий и отчетный годы;
- 3) индексы среднего уровня рентабельности:
 - а) переменного состава;
 - б) фиксированного состава;
 - в) влияния структурных сдвигов.

Покажите связь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

Задача 1.6.16

Имеются данные о магазинах района:

Таблица 1.6.14

Магазин	Издержки обращения, тыс. р.		Издержки обращения в расчете на 1 р. объема реализации, к.	
	Предыдущий год	Отчетный год	Предыдущий год	Отчетный год
1	76	80	13,6	13,0
2	100	108	1,1	1,1
3	96	84	9,6	10,4

Определите:

- 1) индивидуальные индексы издержек обращения;
- 2) удельные веса магазинов в общем объеме реализации за предыдущий и отчетный годы;
- 3) индексы среднего уровня издержек обращения:
 - а) переменного состава;
 - б) фиксированного состава;
 - в) влияния структурных сдвигов.

Покажите связь между вычисленными индексами и сделайте выводы.

Задача 1.6.17

Рынок акций России за 2000 г. характеризуется индексом АК&М:

Таблица 1.6.15

Индекс АК&М	09.01	26.12	Изменение индексов, %
Промышленные предприятия	18,230	47,452	160,30
Банки	4,939	12,156	146,12
Сводный	12,832	33,930	164,42

Определите:

Изменение сводного индекса АК&М за счет влияния факторов:

- а) изменения структуры компаний;
- б) изменения курсовых индексов по отдельным группам компаний.

Задача 1.6.18

Производительность труда рабочих на предприятии увеличилась в отчетном периоде на 1,2 %, а численность рабочих сократилась на 5 %. Как изменился объем произведенной продукции на предприятии?

Задача 1.6.19

Как в среднем изменились цены на молочную продукцию, если известно, что объем реализации этих продуктов увеличился на 15, а товарооборот – на 21 %?

Задача 1.6.20

В отчетном периоде по сравнению с базисным стоимость основных средств увеличилась на 17 %, а фондоотдача снизилась на 5 %. Как изменился объем произведенной продукции?

Задача 1.6.21

Трудоемкость одного изделия в отчетном периоде снизилась на 2,5 %, а объем произведенной за этот период продукции увеличился на 3,2 %. Как изменились при этом затраты времени на производство продукции?

Задача 1.6.22

Затраты на одно изделие увеличились в отчетном году в среднем на 7,2 %, а на все произведенные изделия – на 8 %. Как изменилось количество изготовленных изделий?

Задача 1.6.23

Показатели работы основных видов транспорта одного из регионов России:

Таблица 1.6.16

Показатели	1997	1998	1999	2000
Эксплуатационная длина путей сообщения общего пользования, км				
железнодорожные	1543	1529	1529	1529
автомобильные	10 009	10 029	11 402	11 483
Перевезено грузов транспортом общего пользования, тыс. т				
железнодорожным	24 063	18 683	15 106	12 439
автомобильным	39 223	25 699	14 855	8094
Грузооборот транспорта общего пользования, млн т/км				
железнодорожного	116 090	102 811	74 672	57 956
автомобильного	1088	703	376	223

1. Рассчитайте индивидуальные индексы (цепные и базисные) длины путей и перевезенных грузов за каждый год и отдельно для железнодорожных и автомобильных дорог.

2. На цепной основе рассчитайте:

а) индекс грузооборота транспорта общего пользования за каждый год;

б) абсолютное изменение всего грузооборота за каждый год.

Задача 1.6.24

По данным задачи 1.6.23:

1. Рассчитайте для каждого года среднюю длину перевозки грузов.

2. На цепной основе рассчитайте индекс средней длины перевозки грузов за каждый год.

3. Определите в абсолютном и относительном выражении изменение среднего расстояния перевозки за счет изменения:

а) длины перевозки;

б) видовой структуры перевозки.

Задача 1.6.25

Имеются данные облкомстата о реализации сельскохозяйственной продукции отдельными районами области:

Таблица 1.6.17

Район	Молоко		Яйцо	
	Реализовано, т	Средняя цена, р. за кг	Реализовано, тыс. шт.	Средняя цена, р. за шт.
Болотнинский	6721	18	7694	15,5
Татарский	29 416	16	2740	14,5

Рассчитайте территориальные индексы товарооборота, цен и физического объема.

Охарактеризуйте абсолютное различие товарооборотов рассматриваемых районов всего, в том числе за счет отдельных факторов.

Задача 1.6.26

Имеются следующие данные по группе сельскохозяйственных предприятий района:

Таблица 1.6.18

Хозяйство	Затраты на производство продукции в отчетном периоде, млн р.	Изменение затрат на единицу продукции по сравнению с базисным периодом, %
1	167,0	-2,3
2	220,0	+4,1
3	158,8	+1,8
4	250,0	-0,9

Определите:

1) индекс затрат на единицу продукции по совокупности сельскохозяйственных предприятий;

2) сводный индекс изменения затрат на производство, если физический объем производства по группе предприятий сократился на 4 %;

3) сумму экономии (перерасхода) в связи с изменением затрат на производство сельскохозяйственной продукции.

Задача 1.6.27

По одному из отделений банка имеются следующие данные о вкладах населения:

Таблица 1.6.19

Вид вклада	Базисный период		Отчетный период	
	Количество счетов	Остаток вкладов, млн р.	Количество счетов	Остаток вкладов, млн р.
Депозитный	10 980	102,4	10 480	111,2
Срочный	2670	52,2	4985	61,2
Выигрышный	560	1,9	496	20,0

Определите:

- 1) средний размер вклада в базисном и отчетном периодах;
- 2) индексы среднего размера вклада переменного, постоянного состава и структурных сдвигов;
- 3) абсолютный прирост суммы вкладов всего, в том числе за счет изменения числа вкладов, изменения среднего размера вклада и сдвигов в структуре вкладов по видам.

Задача 1.6.28

Затраты на производство по промышленному предприятию за отчетный месяц выросли на 20 %, себестоимость единицы продукции при неизменной структуре производства увеличилась на 3 %, количество произведенных изделий возросло на 4 %.

Определите, как повлияли на изменение общей суммы затрат структурные изменения в производстве изделий (в %).

Напишите систему взаимосвязанных индексов и сделайте выводы.

Задача 1.6.29

Имеются данные по плательщикам налога на прибыль:

Таблица 1.6.20

Предприятия отраслей	Число налогоплательщиков		Размер прибыли, млн р.		Ставка налога на прибыль, %	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
1	80	70	4200,0	4000,0	30	24
2	120	100	8300,0	5000,0	35	24

Проанализируйте динамику налога на прибыль (в абсолютном и относительном выражении), выявив:

- 1) общее изменение суммы налога на прибыль в отчетном периоде по сравнению с базисным;
- 2) влияние отдельных факторов.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1

Имеются данные о продаже товаров на рынке города:

Таблица 1.6.21

Товар	Продано, тыс. кг		Цена за 1 кг, р.	
	Июнь	Июль	Июнь	Июль
Яблоки	90	100	9,50	12,00
Морковь	60	40	18,00	15,00

Определите:

- 1) индивидуальные индексы цен и объема проданного товара;
- 2) общий индекс товарооборота;
- 3) общий индекс физического объема товарооборота;
- 4) общий индекс цен;
- 5) прирост товарооборота – всего, в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

Покажите связь между исчисленными индексами.

Решение

1. Индивидуальные индексы равны:

а) цен

$$i_p = \frac{p_1}{p_0};$$

б) количества проданных товаров

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}.$$

Так, для яблок

$$i_p = \frac{12,00}{9,50} = 1,263 \text{ (126,3 \%)}.$$

Следовательно, цена на яблоки увеличилась на 26,3 %.

$$i_q = \frac{100}{90} = 1,111 \text{ (111,1 \%)},$$

т. е. количество проданных яблок увеличилось на 11,1 %.

Соответствующие индексы для моркови будут:

$$i_p = 0,833 \text{ (83,3 \%) и } i_q = 0,667 \text{ (66,7 \%)}. \quad \text{2.}$$

Общий индекс товарооборота исчисляется по формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum(p_1q_1)}{\sum(p_0q_0)} = \frac{12,00 \cdot 100 + 15,00 \cdot 40}{9,50 \cdot 90 + 18,0 \cdot 60} = \frac{1800}{1935} = 0,930 \text{ (93,0 \%)}. \quad \text{Товарооборот в июле снизился на 7 \% по сравнению с июнем.}$$

3. Общий индекс физического объема товарооборота (количества проданных товаров) исчисляется по формуле:

$$I_q = \frac{\sum(q_1p_0)}{\sum(q_0p_0)} = \frac{100 \cdot 9,50 + 40 \cdot 18,00}{90 \cdot 9,50 + 60 \cdot 18,00} = \frac{1670}{1935} = 0,863 \text{ (86,3 \%)}. \quad \text{Это значит, что количество проданного товара в июле было меньше на 13,7 \%, чем в июне.}$$

4. Общий индекс цен равен:

$$I_p = \frac{\sum(q_1p_1)}{\sum(q_1p_0)} = \frac{12,00 \cdot 100 + 15,00 \cdot 40}{9,50 \cdot 100 + 18,00 \cdot 40} = \frac{1800}{1670} = 1,078 \text{ (107,8 \%)},$$

т. е. цены на оба товара в среднем выросли на 7,8 %.

5. Прирост или снижение товарооборота исчисляется как разница между числителем и знаменателем индекса товарооборота:

$$\sum(p_1q_1) - \sum(p_0q_0) = 1800 - 1935 = -135 \text{ (тыс. р.)}. \quad \text{Это снижение обусловлено изменением цен на товары и изменением количества проданных товаров.}$$

Прирост за счет изменения цен составил:

$$\sum(p_1q_1) - \sum(p_0q_1) = 1800 - 1670 = 130 \text{ (тыс. р.)},$$

снижение за счет изменения количества проданных товаров:

$$\sum(q_1p_0) - \sum(q_0p_0) = 1670 - 1935 = -265 \text{ (тыс. р.)}. \quad \text{Следовательно, снижение товарооборота на 135 р. произошло за счет сокращения количества проданных товаров на 265 тыс. р. и за счет роста цен на 130 тыс. р. } [(-265) + (+130) = -135 \text{ тыс. р.}]$$

Следовательно, снижение товарооборота на 135 р. произошло за счет сокращения количества проданных товаров на 265 тыс. р. и за счет роста цен на 130 тыс. р. $[(-265) + (+130) = -135 \text{ тыс. р.}]$

Между исчисленными индексами существует связь:

$$I_{pq} = I_q \cdot I_p = 0,863 \cdot 1,078 = 0,93.$$

Пример 2

Имеются следующие данные о продаже товаров в универсаме города:

Таблица 1.6.22

Товарная группа	Продано в предыдущем периоде, тыс. р.	Изменение количества проданных товаров в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
Видеотехника	300	+10
Бытовая техника	327	+12

Определите индекс физического объема товарооборота.

Решение

Индекс физического объема товарооборота определяется как средний арифметический:

$$I_q = \frac{\sum(i_q q_0 p_0)}{\sum(q_0 p_0)},$$

где $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ – индивидуальный индекс физического объема.

$$i_{\text{видеотех}} = 1,1;$$

$$i_{\text{быт.тех}} = 1,12;$$

получаем:

$$I_q = \frac{1,1 \cdot 300 + 1,12 \cdot 327}{300 + 327} = \frac{696}{627} = 1,110 \text{ (111,0 \%)}. \quad \text{Следовательно, количество проданных товаров увеличилось на 11 \%, что в денежном выражении составило 69 тыс. р.}$$

Если, например, известно, что цены на эти товары снизились на 5 %, то можно определить, как изменился общий товарооборот:

$$I_{pq} = I_q \cdot I_p = 1,110 \cdot 0,95 = 1,055 \text{ (105,5 \%)},$$

т. е. товарооборот увеличился по этим товарам на 5,5 %.

Пример 3

Имеются следующие данные о выпуске продукции А по двум заводам района:

Таблица 1.6.23

Завод	Предыдущий период			Отчетный период		
	Произ- ведено продукции, тыс. шт.	Себестои- мость единицы продук- ции, тыс. р.	Удель- ный вес продукции завода	Произ- ведено продук- ции, тыс. шт.	Себестои- мость единицы продук- ции, тыс. р.	Удельный вес про- дукции завода
	q_0	z_0	d_0	q_1	z_1	d_1
1	120	48	0,50	160	40	0,40
2	120	40	0,50	240	44	0,60
Итого	240	—	1,00	400	—	1,00

Определите индексы себестоимости продукции:

- 1) переменного состава;
- 2) фиксированного состава;
- 3) влияния структурных сдвигов.

Решение

1) Определим индекс себестоимости переменного состава, который равен соотношению средней себестоимости продукции по двум заводам:

$$I_{\text{пер.сост}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} =$$

$$= \frac{40 \cdot 160 + 44 \cdot 240}{400} : \frac{48 \cdot 120 + 40 \cdot 120}{240} = \frac{42,4}{44,0} = 0,964 \text{ (96,4 \%)}.$$

Индекс показывает, что средняя себестоимость изделия по двум заводам снизилась на 3,6 %. Это снижение обусловлено изменением себестоимости продукции по каждому заводу и изменением структуры (удельного веса продукции заводов). Выявим влияние каждого из этих факторов на динамику средней себестоимости, исчислив индексы себестоимости фиксированного состава и влияния структурных сдвигов.

- 2) Индекс себестоимости фиксированного состава:

$$I_{\text{фикс.сост}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} =$$

$$= \frac{40 \cdot 160 + 44 \cdot 240}{48 \cdot 160 + 40 \cdot 240} = \frac{16960}{17280} = 0,981 \text{ (98,1 \%)}.$$

Себестоимость продукции по двум заводам в среднем снизилась на 1,9 %.

- 3) Индекс влияния структурных сдвигов:

$$I_{\text{стр.сдв}} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{48 \cdot 160 + 40 \cdot 240}{400} : \frac{48 \cdot 120 + 40 \cdot 120}{240} =$$

$$= \frac{17280}{400} : \frac{10560}{240} = \frac{43,2}{44,0} = 0,982 \text{ (98,2 \%)}.$$

Средняя себестоимость изделия в отчетном периоде снизилась дополнительно на 1,8 % за счет изменения структуры, т. е. за счет роста удельного веса продукции завода 2 с 50 до 60 % (здесь уровень себестоимости продукции был ниже по сравнению с заводом 1).

Исчисленные выше индексы можно вычислить по удельным весам продукции заводов, выраженным в коэффициентах:

$$a) I_{\text{пер.сост}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_0} = \frac{40 \cdot 0,40 + 44 \cdot 0,60}{48 \cdot 0,50 + 40 \cdot 0,50} = \frac{42,4}{44,0} = 0,964;$$

$$б) I_{\text{фикс.сост}} = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_1} = \frac{40 \cdot 0,40 + 44 \cdot 0,60}{48 \cdot 0,40 + 40 \cdot 0,60} = \frac{42,4}{43,2} = 0,981;$$

$$в) I_{\text{стр.сдв}} = \frac{\sum z_0 d_1}{\sum z_0 d_0} = \frac{48 \cdot 0,40 + 40 \cdot 0,60}{48 \cdot 0,50 + 40 \cdot 0,50} = \frac{43,2}{44,0} = 0,982.$$

Связь между вычисленными индексами:

$$I_{\text{пер.сост}} = I_{\text{фикс.сост}} \cdot I_{\text{стр.сдв}} = 0,981 \cdot 0,982 = 0,964.$$

Пример 4

Затраты на производство продукции по промышленному предприятию за отчетный месяц выросли на 22 %, себестоимость единицы продукции при неизменной структуре производства увеличилась на 4 %, количество произведенных изделий возросло на 6 %.

1. Определите, как повлияли на изменение общей суммы затрат структурные изменения в производстве изделий (в %).

2. Напишите систему взаимосвязанных индексов и сделайте выводы.

Решение

$$I_{zq} = I_z \cdot I_{\text{стр.сдв}} \cdot I_q,$$

где I_z – индекс затрат; $I_{\text{стр.сдв}}$ – индекс влияния структурных сдвигов в производстве изделий; I_q – индекс количества произведенных изделий.

Отсюда,

$$I_{\text{стр.сдв}} = \frac{I_{zq}}{I_q \cdot I_z} = \frac{1,22}{1,04 \cdot 1,06} = \frac{1,22}{1,1024} = 1,107 \text{ (110,7 \%)}.$$

Следовательно, в результате увеличения доли изделий с наиболее высокими затратами на их производство общая сумма затрат увеличилась на 10,7 %.

1.7. АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ И СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ

Задача 1.7.1

По организационно-правовым формам хозяйствования ввод жилья в области распределяется следующим образом:

Таблица 1.7.1
(тыс. м²)

Ввод жилья	1999	2000
Всего по области	1691,6	1830,8
В том числе:		
государственные предприятия	292,4	342,6
муниципальные предприятия	164,3	168,5
акционерные общества открытого типа	324,0	486,4
акционерные общества закрытого типа и товарищества	310,6	249,5
жилищно-строительные кооперативы	221,3	215,3
индивидуальное жилищное строительство	262,1	254,8
прочие	116,9	113,7

Рассчитайте и оцените для каждого года:

- 1) структуру ввода жилья по организационно-правовым формам хозяйствования;
- 2) равномерность структуры (размах вариации, среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение и коэффициент равномерности);

3) интенсивность структурных сдвигов (линейный, квадратический, интегральный коэффициенты структурных сдвигов, индекс Салаи).

Сделайте выводы.

Задача 1.7.2

Имеются следующие данные о доходах и расходах бюджета края по кварталам в 2000 г.:

Таблица 1.7.2
(млрд р.)

Показатель	Кварталы			
	I	II	III	IV
Доходы – всего	1217,9	1553,1	1439,1	2142,8
В том числе:				
налог на прибыль	294,4	470,3	315,5	487,5
НДС	417,5	336,6	401,8	668,7
подходный налог	183,6	213,8	228,6	214,1
Расходы – всего	1376,5	1606,5	1630,4	2370,1
В том числе:				
на народное хозяйство	333,7	518,8	394,7	451,5
на социально-культурные мероприятия	695,9	750,3	717,2	1012,5

Определите:

- 1) относительные показатели структуры доходов и расходов бюджета;
 - 2) динамику доходной и расходной части бюджета.
- Сделайте сопоставления и выводы.

Задача 1.7.3

Изъятие денег из денежного обращения области по месяцам года характеризуется следующими данными:

Таблица 1.7.3
(млрд р.)

Месяц	1999	2000
Январь	14,3	365,9
Февраль	0	211,5
Март	15,8	307,7
Апрель	2,2	157,4
Май	5,0	243,0
Июнь	18,1	281,4
Июль	24,8	269,7

(млрд р.)

Месяц	1999	2000
Август	91,0	423,6
Сентябрь	79,1	293,1
Октябрь	118,0	392,8
Ноябрь	123,8	350,7
Декабрь	242,8	377,6
Итого	734,9	3674,4

Рассчитайте и оцените для каждого года:

- 1) внутригодовую структуру изъятия денег;
- 2) равномерность изъятия денег из денежного обращения (размах вариации, среднее линейное, среднее квадратическое отклонение и коэффициент равномерности).

Сделайте выводы.

Задача 1.7.4

Используя данные задачи № 1.7.1:

- а) проанализируйте значимость структурных изменений;
- б) рассчитайте изменение ввода жилья за счет общего снижения показателя и за счет сдвигов в структуре ввода по предприятиям различных организационно-правовых форм.

Задача 1.7.5

Имеются данные о структуре посевных площадей региона:

Таблица 1.7.4

Посевная площадь, %	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Всего по региону	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
В том числе:						
зерновые и зернобобовые культуры	57,0	57,9	57,2	59,9	61,0	61,4
технические культуры	1,3	0,7	1,2	0,9	0,8	1,0
картофель и овоще-бахчевые культуры	1,5	1,9	2,7	2,0	2,2	2,3
кормовые культуры	40,2	39,5	38,9	37,2	36,0	35,3

Рассчитайте характеристики среднегодовой амплитуды структурных колебаний посевных площадей (среднегодовую амплитуду и амплитуду структурных колебаний, приходящуюся на единицу среднего удельного веса).

Сделайте выводы.

Задача 1.7.6

Перевозка грузов и населения одного из регионов Сибирского федерального округа характеризуется следующими данными:

Таблица 1.7.5

Вид транспорта	Грузооборот, млн т/км		Пассажирооборот, млн п/км	
	1999	2000	1999	2000
1. Железнодорожный	57493,7	59161,0	6481,2	5606,2
2. Автомобильный*	670,4	643,6	2626,7	2568,9
3. Внутренний водный	2772,3	2772,3	56,3	46,1
4. Воздушный	236,6	236,6	2348,1	2294,1
Итого	61173,0	62813,5	11512,3	10515,3

* С учетом оценки объемов перевозок грузов предпринимателями и малыми автотранспортными предприятиями.

Рассчитайте и сравните показатели интенсивности структурных изменений (линейный, квадратический, интегральный коэффициенты структурных изменений, индекс Салаи) грузооборота и пассажирооборота.

Сделайте выводы.

Задача 1.7.7

Имеются данные о смертности городского и сельского населения по основным классам причин смерти:

Таблица 1.7.6
(число умерших на 100 тыс. чел.)

Показатель	Город				Село			
	1999		2000		1999		2000	
	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.
Всего умерших	1690,8	957,6	1546,8	892,9	1709,3	952,3	1534,4	864,5
В том числе:								
от болезней системы кровообращения	909,4	624,6	846,0	578,9	863,6	592,4	784,9	534,4
от несчастных случаев, отравлений и травм	186,3	50,5	140,5	41,8	235,1	59,6	178,5	47,3
от новообразований	301,5	150,5	310,2	153,3	218,5	98,0	231,9	101,0
от болезней органов дыхания	128,7	47,1	101,8	36,7	224,1	107,4	183,3	89,6

1. Определите по каждому году для мужчин и женщин отдельно по городскому и сельскому населению:

а) относительный уровень смертности вследствие заболеваемости;

б) основные причины смертности;

в) структуру смертности.

2. Рассчитайте показатели среднегодовой амплитуды структурных колебаний смертности городского и сельского населения отдельно для мужчин и женщин.

Сопоставьте полученные результаты.

3. Рассчитайте и сравните интенсивность структурных сдвигов в смертности городского и сельского населения (отдельно для мужчин и женщин).

Сделайте выводы.

Задача 1.7.8

Имеются данные о производстве в области продукции сельского хозяйства (в сопоставимых ценах, млн р.):

Таблица 1.7.7

Категории хозяйств	Растениеводство		Животноводство	
	1995	2000	1995	2000
1. Сельскохозяйственные предприятия	525,2	428,2	1089,7	637,8
2. Личные подсобные хозяйства	230,1	233,1	428,2	451,4
3. Фермерские (крестьянские) хозяйства	1,5	11,1	12,6	6,4
Итого	756,8	677,4	1530,5	1095,6

1. Определите по каждому году для растениеводства и животноводства отдельно структуру производства по категориям хозяйств.

2. Рассчитайте характеристики амплитуды структурных колебаний производства продукции растениеводства и животноводства. Выделите категории хозяйств с максимальной амплитудой.

3. Рассчитайте и сравните интенсивность структурных изменений производства продукции растениеводства и животноводства.

Сделайте выводы.

Задача 1.7.9

Численность занятого населения по отраслям экономики области распределялась в 1997–2000 гг. следующим образом:

Таблица 1.7.8
(без учащихся, тыс. чел.)

Показатель	1997	1998	1999	2000
Всего занято в экономике	1393,6	1363,4	1391,5	1262,6
В том числе:				
промышленность	390,2	381,2	369,5	307,5
сельское хозяйство	182,2	180,0	174,6	164,8
строительство	161,3	162,4	148,1	141,9
транспорт и связь	113,2	115,0	119,0	112,7
торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	105,2	107,3	123,1	127,6
ЖКХ, непроизводственные виды бытового обслуживания	49,5	48,7	48,7	50,0
здравоохранение, физическая культура и спорт, соц. обеспечение	81,1	79,7	75,8	77,0
образование, культура и искусство	141,4	147,4	138,5	138,9
наука и научное обслуживание	82,2	64,2	61,2	45,5
кредитование, финансы и страхование	7,8	9,2	11,5	15,4
аппарат органов управления	48,0	24,5	29,5	31,9
другие отрасли	31,5	43,8	32,8	49,4

Рассчитайте и оцените для каждого года:

1) отраслевую структуру занятых;

2) величину колебаний занятости по каждой отрасли, выделив отрасли с наиболее и наименее устойчивой занятостью;

3) интенсивность структурных сдвигов в отраслевой занятости в 1999–2000 гг. и в целом за 1997–2000 гг.

Сделайте выводы.

Задача 1.7.10

Имеется распределение капитальных вложений и ввода в действие основных фондов по отраслям экономики (в фактических ценах соответствующих лет, млн р.):

Таблица 1.7.9

Параметры	1991	1992	1993	1994
Всего капитальных вложений	2919,3	2698,2	258333,1	1120445,9
В том числе:				
промышленность	837,7	9383,6	81843,6	401804,0
сельское хозяйство	754,5	4540,1	31033,6	77896,6
лесное хозяйство	10,8	53,8	217,3	1134,2
строительство	160,9	669,4	3963,5	12800,1
транспорт	282,2	4302,6	53699,1	270705,0
связь	55,4	429,1	4227,4	42057,7

Параметры	1991	1992	1993	1994
торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	82,7	344,4	2538,7	10866,0
прочие отрасли	36,0	8,0	64,2	3991,3
жилищное строительство	699,1	7257,2	80745,7	299191,0
Всего введено в действие основных фондов	2200,3	15879,2	118169,0	719696,2
В том числе:				
промышленность	448,8	3785,0	25815,5	232135,0
сельское хозяйство	636,4	3370,0	22258,5	64210,6
лесное хозяйство	10,1	49,8	183,0	952,2
строительство	135,1	416,6	2151,1	7575,7
транспорт	215,1	2389,0	25472,6	153000,9
связь	42,2	319,9	2321,8	23108,5
торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	57,0	439,8	1206,2	4158,0
прочие отрасли	217,8	2513,2	11967,2	81528,8
жилищное строительство	437,8	2595,9	26793,1	153026,5

1. Рассчитайте для каждого года коэффициенты вводимости основных фондов по отраслям.

2. Постройте мультипликативную индексную модель зависимости объема ввода в действие основных фондов от объема капитальных вложений, коэффициента вводимости и структурных сдвигов в капитальных вложениях, при условии, что ежегодно цены в капитальном строительстве росли в 10 раз.

Рассчитайте на основе построенной модели индексы для 1991–1992 и 1993–1994 гг.

3. Определите изменение ввода в действие за счет структурных изменений в капитальных вложениях в абсолютном выражении для 1991–1992 и 1993–1994 гг.

Задача 1.7.11

Имеются данные о валовом сборе и урожайности сельскохозяйственных культур (в хозяйствах всех категорий):

Таблица 1.7.10

Сельхозкультуры	1999		2000	
	Валовой сбор, тыс. т	Урожайность, ц/га	Валовой сбор, тыс. т	Урожайность, ц/га
Зерновые культуры	2279,70	11,5	2116,90	11,6
Технические культуры	1,09	3,1	1,45	5,0
Картофель	675,20	122,0	729,50	122,0
Овощи и бахчевые	223,70	248,0	199,10	226,0

Определите в абсолютном и относительном выражении изменение валового сбора сельскохозяйственных культур области за счет изменения структуры сельскохозяйственных площадей.

Задача 1.7.12

В 1997–2000 гг. население области распределялось по возрастным группам следующим образом:

Таблица 1.7.11
(на начало года, тыс. чел.)

Население области	1997	1998	1999	2000
Всего населения	2747,7	2755,0	2754,9	2744,0
В том числе в возрасте, лет:				
0–9	429,4	419,6	401,3	376,6
10–19	405,5	410,6	417,4	428,1
20–29	377,2	367,1	360,9	355,8
30–39	476,4	478,4	478,4	474,4
40–49	290,3	303,1	326,6	354,6
50–59	337,9	335,7	322,4	306,1
60–69	267,0	275,3	279,7	277,7
70 и старше	164,0	165,2	168,2	170,8

Постройте совмещенные возрастные пирамиды (для мужчин и женщин) в динамике за два года:

а) 1997–1998 гг.;

б) 1999–2000 гг.

Охарактеризуйте возрастную структуру населения области и ее изменения, если соотношение мужчин и женщин следующее:

Таблица 1.7.12

Численность женщин на 1000 мужчин	1997	1998	1999	2000
В возрасте, лет				
0–9	955	955	955	952
10–19	973	974	971	970
20–29	995	989	984	978
30–39	1016	1016	1018	1023
40–49	1077	1072	1067	1068
50–59	1193	1199	1204	1216
60–69	1681	1638	1595	1560
70 и старше	3001	3012	3011	3023

Задача 1.7.13

Численность городского населения региона по полу и возрасту на 1 января 2001 г. характеризуется следующими данными:

Таблица 1.7.13

Население региона	Мужчины	Женщины
Всего населения, чел.	940 011	1 081 955
В том числе в возрасте, лет:		
0-4	50 361	47 674
5-9	76 515	72 302
10-14	81 200	78 469
15-19	77 207	77 413
20-24	77 000	73 639
25-29	62 218	63 597
30-34	81 054	83 665
35-39	89 281	95 132
40-44	81 168	88 903
45-49	61 209	69 314
50-54	38 224	47 219
55-59	57 976	74 016
60-64	37 786	55 325
65-69	36 889	62 245
70 и старше	31 923	93 042

Постройте возрастную пирамиду для мужчин и женщин. Сделайте выводы о половозрастной структуре населения региона.

Задача 1.7.14

Имеются данные о половозрастном составе населения региона по материалам переписи 1979 и 1989 гг.:

Таблица 1.7.14
(в %)

Возрастные группы	На 17.01.1979		На 12.01.1989	
	Мужчины	Женщины	Мужчины	Женщины
0-9	25,1	19,8	20,0	18,0
10-19	17,1	13,7	16,5	16,0
20-29	18,1	13,5	16,4	17,0
30-39	13,9	15,2	14,9	15,0
40-49	9,2	12,2	12,2	12,4
50-59	7,4	10,6	9,4	10,0
60-69	6,5	10,3	7,7	8,0
70-79	2,1	3,6	2,2	2,6
80-89	0,5	1,0	0,6	0,9
90 и старше	0,1	0,1	0,1	0,1
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0

1. Постройте возрастные пирамиды, определите тип возрастной структуры населения, по Зунбергу, за 1979 и 1989 гг.

2. Проведите сравнительный анализ изменений в возрастной структуре населения за 1979-1989 гг.

Задача 1.7.15

Имеются следующие данные о кредитных вложениях в экономику (на начало месяца, млрд р.):

Таблица 1.7.15

Кредитные вложения	Январь	Апрель	Июль
Всего	83,6	106,0	112,9
В том числе:			
краткосрочные	79,3	91,7	98,7
долгосрочные	4,3	14,3	14,2

Определите:

1) структуру кредитных вложений в экономику по I и II кварталам;

2) как изменился объем кредитных вложений в экономику всего и в том числе краткосрочных и долгосрочных;

3) оцените изменение структуры кредитных вложений за I полугодие.

Сделайте выводы.

Задача 1.7.16

Имеются следующие данные о расходовании населением денежных доходов за два периода (в среднем на душу в месяц, тыс. р.):

Таблица 1.7.16

Доходы	1993	2000
Денежные доходы	45,2	15,1
Из них использовано на:		
покупку товаров и оплату услуг	31,1	21,2
оплату обязательных платежей и взносов	3,4	0,7
накопление сбережений во вкладах и в ценных бумагах	2,8	0,7
покупку валюты	3,6	0,9
Прирост (+), уменьшение (-) денег на руках	+4,3	-8,4

Определите:

1) структуру использования населением денежных доходов в 1993 и 2000 гг.;

2) оцените структурные сдвиги, происшедшие в распределении использованных денежных доходов населения.

Сделайте выводы.

Задача 1.7.17

Проведено обследование продолжительности беременности женщин.

Продолжительность беременности, дней	Число обследованных женщин	Продолжительность беременности, дней	Число обследованных женщин
257	10	267	100
258	20	268	70
259	20	269	100
260	40	270	50
261	40	271	40
262	60	272	40
263	70	273	10
264	100	274	5
265	120	275	5
266	100	Всего	1000

Является ли данное распределение нормальным?

Проверьте соответствие теоретическому ряду распределения с помощью критерия χ^2 .

Задача 1.7.18

Кожевенно-обувной комбинат планировал выпустить в 2000 г. 10 000 пар женской обуви в следующей структуре:

Размер обуви	Количество пар	Размер обуви	Количество пар
34	530	38	900
35	1960	39	650
36	2630	40	400
37	2730	41	200

С помощью критерия χ^2 проверьте, верна ли была стратегия предприятия, если фактическое распределение женщин таково:

Размер обуви	Численность женщин, %	Размер обуви	Численность женщин, %
34	5,5	39	8,5
35	9,5	40	3,8
36	24,8	41	2,0
37	29,2	Всего	100,0
38	16,7		

Задача 1.7.19

Для оценки уровня жизни населения области проведен 5 %-ный опрос, в результате чего установлено:

Группы по уровню среднедушевого дохода, минимальных заработных плат в месяц	Число опрошенных	Группы по уровню среднедушевого дохода, минимальных заработных плат в месяц	Число опрошенных
До 2	100	8-10	60
2-4	600	10-12	60
4-6	800	12 и более	60
6-8	320	Итого	2000

С помощью критерия χ^2 определите, является ли данное распределение логарифмически нормальным. Сделайте выводы.

Задача 1.7.20

Число погибших наездников от удара копытом лошади характеризуется следующими данными:

Число погибших	Число обследованных лет	Число погибших	Число обследованных лет
0	109	4	1
1	65	5 и более	0
2	22	Итого	200
3	3		

С помощью критерия согласия χ^2 проверьте, является ли данное распределение распределением Пуассона.

Задача 1.7.21

Кожевенно-обувной комбинат реализует свою продукцию через сеть клиентов с таким товарооборотом:

Таблица 1.7.17

Группы клиентов	Объем реализации, млн р.	
	2000	2001
Оптовые	100,0	200,0
Мелкооптовые	65,0	80,0
Магазины	50,0	90,0
Итого	215,0	370,0

Выполните прогнозную оценку структуры клиентов на 2002 г., используя матрицу вероятностей перехода (теорию цепей Маркова).

Задача 1.7.22

По данным задачи 1.7.21 проверьте с помощью критерия согласия χ^2 , являлось ли распределение сети клиентов комбината в 2001 г. равномерным.

Задача 1.7.23

На основе данных задачи 1.7.13 определите, по Зунбергу, тип возрастной структуры населения (табл. 1.7.18) и оцените уровень его старения (табл. 1.7.19).

Таблица 1.7.18
(%)

Возрастная группа	Возрастная структура		
	прогрессивная	стационарная	регрессивная
Дети: 0–14 лет	40	27	20
Родители: 15–49 лет	50	50	50
Прародители: 50 и старше	10	23	30
Итого	100	100	100

Таблица 1.7.19

Шкала оценки старения населения

Доля стариков (60 лет и старше) в общей численности населения, %	Характеристика
Менее 8	Демографическая молодость
8–10	Преддверие старости
10–12	Собственно старение
12 и более	Демографическая старость

Задача 1.7.24

Используя данные задачи 1.7.12 определите тип возрастной структуры населения в 2000 г. и оцените степень его старения.

Задача 1.7.25

По данным задачи 1.7.5 выполните прогнозную оценку структуры посевных площадей области на 2001 г., используя матрицу вероятностей перехода.

Задача 1.7.26

По одному из предприятий пищевой промышленности имеются данные о составе затрат на производство продукции (тыс. р.):

Таблица 1.7.20

Статьи затрат	Фактический выпуск товарной продукции в оценке по себестоимости	
	квартального плана	фактической
Сырье и материалы	458 000	446 000
Топливо и энергия всех видов на технологические цели	6 800	7 600
Затраты на оплату труда	107 600	109 000
Расходы по освоению производства	40 000	41 000

Окончание табл. 1.7.20

Статьи затрат	Фактический выпуск товарной продукции в оценке по себестоимости	
	квартального плана	фактической
Потери от брака	x	4 800
Расходы по содержанию и эксплуатации оборудования	67 000	65 000
Общепроизводственные расходы	110 000	101 600
Общехозяйственные расходы	86 000	72 800

Оцените эффективность изменения структуры затрат.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1

По организационно-правовым формам хозяйствования ввод жилья в области распределяется следующим образом:

Таблица 1.7.21

Жилье, тыс. м ²	1998	1999
Всего по области	691,6	530,8
В том числе:		
государственные предприятия	192,4	142,6
муниципальные предприятия	64,3	68,5
акционерные общества открытого типа	224,0	186,4
акционерные общества закрытого типа и товарищества	110,6	49,5
жилищно-строительные кооперативы	21,3	15,3
индивидуальное жилищное строительство	62,1	54,8
прочие	16,9	13,7

Рассчитайте и оцените для каждого года:

- 1) структуру ввода жилья по организационно-правовым формам хозяйствования;
 - 2) равномерность структуры.
- Сделайте выводы.

Решение

1. Структуру ввода жилья по организационно-правовым формам можно изучать с помощью относительной величины структуры:

$$d_i = \frac{y_i}{\sum y_i},$$

где y_i – объем ввода жилья по i -й форме хозяйствования; $\sum y_i$ – общий объем ввода жилья.

Так, доля государственных предприятий в общем объеме ввода 1998 г. будет:

$$d_{\text{гос}} = \frac{192,4}{691,6} \cdot 100 = 27,8 \%$$

Результаты расчетов структуры ввода жилья:

Расчетная таблица

Жилье, тыс. м ²	1998			1999		
	Удельный вес (d), %	$ d_i - \bar{d} $	$(d_i - \bar{d})^2$	Удельный вес (d), %	$ d_i - \bar{d} $	$(d_i - \bar{d})^2$
Всего по области	100,0	66,7	831,89	100,0	66,9	901,21
В том числе:						
государственные предприятия	27,8	13,5	182,25	26,9	12,6	158,76
муниципальные предприятия	9,3	5,0	25,00	12,9	1,4	1,96
акционерные общества открытого типа	32,4	18,1	327,61	35,1	20,8	432,64
акционерные общества закрытого типа и товарищества	16,0	1,7	2,89	9,3	5,0	25,00
жилищно-строительные кооперативы	3,1	11,2	125,44	2,9	11,4	129,96
индивидуальное жилищное строительство	9,0	5,3	28,09	10,3	4,0	16,00
прочие	2,4	11,9	141,61	2,6	11,7	136,89

2. Равномерность структуры изучают с помощью показателей:

а) размах вариации:

$$R_d = d_{\text{max}} - d_{\text{min}};$$

$$R_{d1998} = 32,4 - 2,4 = 30,0 \text{ процентных пунктов};$$

$$R_{d1999} = 35,1 - 2,6 = 32,5 \text{ процентных пунктов};$$

б) среднее линейное отклонение:

$$\bar{l} = \frac{\sum |d_i - \bar{d}|}{n},$$

где $\bar{d}$ – средний удельный вес при числе градаций признака равным n:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{100}{7} \approx 14,3 \%;$$

$$n = 7;$$

$$\bar{l}_{1998} = \frac{66,7}{7} = 9,53;$$

$$\bar{l}_{1999} = \frac{66,9}{7} = 9,56;$$

в) среднее квадратическое отклонение (расчет ведется в долях):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n}};$$

$$\sigma_{1994} = \sqrt{\frac{0,083189}{7}} = \sqrt{0,01188} = 0,109;$$

$$\sigma_{1995} = \sqrt{\frac{0,090121}{7}} = \sqrt{0,012874} = 0,114;$$

г) коэффициент равномерности:

$$K_{\text{равн}} = 1 - \frac{\sigma^2}{\sigma_{\text{max}}^2};$$

$$\sigma_{\text{max}}^2 = \frac{n-1}{n^2} \text{ при } \sum d = d_1 = 1,0; d_2 = d_3 = \dots = d_n = 0;$$

$$\sigma_{\text{max}}^2 = \frac{7-1}{7^2} = \frac{6}{49} = 0,122;$$

$$K_{\text{равн. 1998}} = 1 - \frac{0,01188}{0,122} = 1 - 0,097 = 0,903;$$

$$K_{\text{равн. 1999}} = 1 - \frac{0,012874}{0,122} = 1 - 0,106 = 0,894.$$

Сравнение рассчитанных показателей по годам свидетельствует об увеличении неравномерности структуры ввода жилья по организационно-правовым формам в 1999 г. по сравнению с 1998 г.

Пример 2

Имеются данные о структуре посевных площадей области:

Таблица 1.7.22
(%)

Посевная площадь	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Всего	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
В том числе:						
зерновые и зерно-бобовые культуры	57,4	57,9	57,9	59,9	61,0	61,4
технические культуры	0,9	0,7	1,2	0,9	0,8	1,0
картофель и овоще-бахчевые культуры	1,8	1,9	2,0	2,0	2,2	2,3
кормовые культуры	39,9	39,5	38,9	37,2	36,0	35,3

Рассчитайте характеристики среднегодовой амплитуды структурных колебаний посевных площадей (среднегодовая амплитуда и амплитуда структурных колебаний, приходящаяся на единицу среднего удельного веса).

Решение

1. Среднегодовая абсолютная амплитуда структурных сдвигов:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n |d_i - d_{i-1}|}{n};$$

$$P_{\text{зерн}} =$$

$$= \frac{|57,9 - 57,4| + |57,9 - 57,9| + |59,9 - 57,9| + |61,0 - 59,9| + |61,4 - 61,0|}{5} = \frac{0,5 + 0 + 2,0 + 1,1 + 0,4}{5} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

2. Амплитуда структурных колебаний, приходящаяся на единицу среднего удельного веса:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n |d_i - d_{i-1}|}{\sum_{i=1}^n d_i} \cdot 100 \%;$$

$$K_{\text{зерн}} = \frac{4}{(57,9 + 57,9 + 59,9 + 61,0 + 61,4)} \cdot 100 = \frac{4}{298,1} \cdot 100 = 1,3 \%.$$

Результаты приведенных расчетов:

Расчетная таблица

Посевная площадь	Среднегодовая амплитуда структурных сдвигов (P), процентные пункты	Амплитуда структурных сдвигов, приходящаяся на единицу среднего удельного веса (K), %
Зерновые и зерно-бобовые культуры	0,8	1,3
Технические культуры	0,26	28,3
Картофель и овоще-бахчевые культуры	0,1	0,5
Кормовые культуры	0,92	2,5

Наибольшая среднегодовая абсолютная амплитуда структурных изменений наблюдается в посевной площади кормовых культур (0,92 процентных пункта), однако на удельную единицу площади (28,3 %) наиболее подвержена колебаниям посевная площадь под технические культуры. Более стабилен удельный вес площадей под картофель и бахчевые ($P = 0,1$; $K = 0,5 \%$).

Пример 3

Имеется распределение капитальных вложений и ввода в действие основных фондов по отраслям экономики (в фактических ценах соответствующих лет, млн р.):

Таблица 1.7.23

Показатели	1995	1996	
		в фактических ценах	в ценах 1995 г.
Всего капитальных вложений	2819,3	26888,2	2688,8
В том числе:			
промышленность	737,7*	9283,6	928,4
сельское хозяйство	754,5	4540,1	454,0
лесное хозяйство	10,8	53,8	5,4
строительство	160,9	669,4	66,9
транспорт	282,2	4302,6	430,3
связь	55,4	429,1	42,9
торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	82,7	344,4	34,4

Показатели	1995	1996	
		в фактиче- ских ценах	в ценах 1995 г.
прочие отрасли	36,0	8,0	0,8
жилищное строительство	699,1	7257,2	725,7
Всего введено в действие основных фондов	2200,3	15879,2	1587,9
В том числе:			
промышленность	448,8	3785,0	378,5
сельское хозяйство	636,4	3370,0	337,0
лесное хозяйство	10,1	49,8	5,0
строительство	135,1	416,6	41,7
транспорт	215,1	2389,0	238,9
связь	42,2	319,9	32,0
торговля и общественное питание, МТС, сбыт и за- готовки	57,0	439,8	44,0
прочие отрасли	217,8	2513,2	251,3
жилищное строительство	437,8	2595,9	259,6

1. Рассчитайте для каждого года коэффициенты вводимости основных фондов по отраслям.

2. Постройте мультипликативную индексную модель зависимости объема ввода в действие основных фондов от объема капитальных вложений, коэффициента вводимости и структурных сдвигов. При расчете учтите, что индекс цен равен 10,0.

Сделайте выводы.

3. Определите изменение ввода в действие за счет структурных изменений в капитальных вложениях в абсолютном выражении для 1995–1996 гг.

Решение

1. Коэффициент вводимости можно рассчитать по формуле:

$$K_{\text{ввод}} = \frac{B}{K},$$

где B – ввод в действие основных фондов; K – капитальные вложения.

Расчеты коэффициента вводимости и структуры капитальных вложений:

Отрасли	Коэффициент вводимости ($K_{\text{ввод}}$)		Отраслевая структура (d)	
	1995	1996	1995	1996
Всего капитальных вложений	0,780	0,591	1,00	1,00
В том числе:				
промышленность	0,608	0,408	0,26	0,35
сельское хозяйство	0,843	0,742	0,27	0,17
лесное хозяйство	0,935	0,926	0,01	0,00
строительство	0,840	0,622	0,06	0,02
транспорт	0,762	0,555	0,10	0,16
связь	0,762	0,746	0,02	0,02
торговля и общественное питание, МТС, сбыт и за- готовки	0,689	1,277	0,03	0,01
прочие отрасли	6,05	314,15	0,01	0,00
жилищное строительство	0,626	0,358	0,25	0,27

2. Зависимость объема ввода в действие основных фондов от объема капитальных вложений, коэффициента вводимости и структурных сдвигов по каждой отрасли экономики:

$$B_i = K_{\text{ввод } i} \cdot d_i \cdot \sum K_i,$$

$$\text{где } d_i = \frac{K_i}{\sum K_i}.$$

Индексная модель выглядит следующим образом:

$$I_B = \frac{\sum B_1}{\sum B_0} = \frac{\sum K_{\text{ввод } 1} \cdot d_1 \cdot \sum K_1}{\sum K_{\text{ввод } 0} \cdot d_0 \cdot \sum K_0} = \frac{1587,9}{2200,3} = 0,722 \text{ (72,2 \%)};$$

$$I_{B(K_{\text{ввод}})} = \frac{\sum K_{\text{ввод } 1} \cdot d_1 \cdot \sum K_1}{\sum K_{\text{ввод } 0} \cdot d_1 \cdot \sum K_1} =$$

$$= \frac{1587,9}{0,608 \cdot 928,4 + 0,843 \cdot 454,0 + 0,935 \cdot 5,4 + \dots + 0,626 \cdot 725,7} =$$

$$= \frac{1587,9}{1851,8} = 0,857 \text{ (85,7 \%)};$$

$$I_{B(d)} = \frac{\sum K_{\text{ввод } 0} \cdot d_1 \cdot \sum K_1}{\sum K_{\text{ввод } 0} \cdot d_0 \cdot \sum K_1} =$$

$$= \frac{1851,8}{2688,8 \cdot (0,608 \cdot 0,26 + 0,843 \cdot 0,27 + \dots + 0,626 \cdot 0,25)} =$$

$$= \frac{1851,8}{2082,6} = 0,889 \text{ (88,9 \%)};$$

$$I_{B(K)} = \frac{\sum K_{\text{ввод } 0} \cdot d_0 \cdot \sum K_1}{\sum K_{\text{ввод } 0} \cdot d_0 \cdot \sum K_0} = \frac{2082,6}{2200,3} = 0,947 \text{ (94,7 \%)}.$$

Снижение ввода в действие основных фондов на (100 – 72,2) 27,8 % сложилось за счет влияния следующих факторов:

- изменения коэффициента вводимости – на 14,3 %;
- изменения структуры капитальных вложений – на 11,1 %;
- изменения объема капитальных вложений – на 5,3 %.

3. Абсолютное изменение ввода в действие основных фондов за счет структурных изменений в капитальных вложениях определяется:

$$\Delta B_{(d)} = \sum K_{\text{ввод } 0} \cdot d_1 \cdot \sum K_1 - \sum K_{\text{ввод } 0} \cdot d_0 \cdot \sum K_1 =$$

$$= 1851,8 - 2082,6 = -230,4 \text{ (млн р. (сопост. цены))}.$$

Пример 4

По одному из предприятий пищевой промышленности имеются данные о составе затрат на производство продукции (тыс. р.):*

* Методика решения задачи предложена В. Г. Иониным в учебном пособии: Ионин В. Г., Вайнштейн С. Ю., Нехорошков С. Б. Экономико-статистические методы анализа. – Новосибирск: НГУ, 1984.

Таблица 1.7.24

Статьи затрат	Фактический выпуск товарной продукции в оценке по себестоимости	
	квартального плана	фактической
Сырье и материалы	257 000	253 000
Топливо и энергия всех видов на технологические цели	5200	4800
Затраты на оплату труда	75 600	72 400
Потери от брака	x	6200
Расходы по содержанию и эксплуатации оборудования	31 000	39 000
Общепроизводственные расходы	84 000	90 000
Общехозяйственные расходы	72 000	73 000
Производственная себестоимость	524 800	538 400

Оцените эффективность изменения структуры затрат.

Решение

Сведения о фактической и плановой сумме затрат по статьям в расчете на фактический объем произведенной продукции обозначим через величины $C_{\phi i}$ и $C_{\text{пл}, i}$. По этим данным определяем:

1. Абсолютный прирост по i -й статье затрат:

$$\Delta z_i = C_{\phi i} - C_{\text{пл}, i};$$

$$\Delta z_{\text{сырья}} = 253 000 - 257 000 = -4000 \text{ (тыс. р.)}.$$

2. Процент изменения затрат по i -й статье:

$$p_i = \frac{\Delta z_i}{C_{\text{пл}, i}} \cdot 100;$$

$$p_{\text{сырья}} = \frac{-4000}{257 000} \cdot 100 \approx -1,6 \text{ \%}.$$

3. Процент прироста по отношению к итоговой сумме затрат (по плановой калькуляции):

$$p'_i = \frac{\Delta z_i}{\sum S_{\text{пл}, j}} \cdot 100;$$

$$p'_{\text{сырья}} = \frac{-4000}{524 800} \cdot 100 \approx 0,8 \text{ \%}.$$

4. Удельный вес данной статьи затрат в общей сумме при плановой структуре:

$$d_{пл.i} = \frac{C_{пл.i}}{\sum C_{пл.j}} \cdot 100;$$

$$d_{пл.сырья} = \frac{257\,000}{524\,800} \cdot 100 = 49,0 \%$$

5. Фактический удельный вес в общей сумме в общих затратах:

$$d_{fi} = \frac{C_{ф.i}}{\sum C_{ф.j}} \cdot 100;$$

$$d_{fi сырь\bar{a}} = \frac{253\,000}{538\,400} \cdot 100 = 47,0 \%$$

6. Изменение удельного веса данной статьи затрат:

$$\Delta d_i = d_{fi} - d_{пл.i};$$

$$\Delta d_{сырь\bar{a}} = 47,0 - 49,0 = -2,0 \text{ процентных пункта.}$$

7. Возможная сумма фактических затрат по данной статье при сохранении плановой структуры:

$$S_{пл.i} = \frac{d_{пл.i} \cdot \sum C_{ф.j}}{100};$$

$$S_{пл.сырь\bar{a}} = \frac{49,0 \cdot 538\,400}{100} = 263\,816.$$

8. Прирост затрат по данной статье в связи с общим снижением или повышением затрат на производство продукции:

$$\Delta S_i = S_{пл.i} - C_{пл.i};$$

$$\Delta S_{сырь\bar{a}} = 263\,816 - 257\,000 = 6816 \text{ (тыс. р.).}$$

9. Прирост (уменьшение) затрат по данной статье в связи с изменением ее удельного веса в общей сумме по сравнению с затратами по данной статье при плановой структуре:

$$\Delta S_{стр.i} = C_{ф.i} - S_{пл.i};$$

$$\Delta S_{стр.сырь\bar{a}} = 253\,000 - 263\,816 = -10\,816 \text{ (тыс. р.).}$$

Очевидно, что изменение суммы затрат по данной статье состоит из изменения за счет общего снижения или увеличения себестоимости продукции (п. 8) и изменения за счет структурных сдвигов в составе затрат (п. 9), т. е.

$$\Delta z_i = \Delta S_i + \Delta S_{стр.i};$$

$$\Delta z_{сырь\bar{a}} = 6816 + (-10\,816) = -4000 \text{ (тыс. р.).}$$

Прирост за счет структурных сдвигов можно определить и иначе, когда возможная сумма затрат (п. 7) рассчитывается исходя из распространения на сумму затрат по плановым нормативам фактической структуры себестоимости, т. е.

$$S_{пл.i} = \frac{d_{fi} \cdot \sum C_{пл.j}}{100};$$

$$S_{пл.сырь\bar{a}} = \frac{47,0 \cdot 524\,800}{100} = 246\,656 \text{ (тыс. р.).}$$

В этом случае получаем другие показатели распределения прироста.

Пример 5

Имеются данные о смертности городского населения страны по основным классам причин смерти:

Таблица 1.7.25
(число умерших на 100 тыс. чел. населения)

Число умерших	1997		1999	
	Мужчины	Женщины	Мужчины	Женщины
Всего	1690,8	957,6	1546,8	892,9
В том числе от болезней:				
системы кровообращения	909,4	624,6	846,0	578,9
несчастных случаев, отравлений и травм	186,3	50,5	140,5	41,8
новообразований	301,5	150,5	310,2	153,3
органов дыхания	128,7	47,1	101,8	36,7

1. Определите по каждому году для мужчин и женщин:
 - а) относительный уровень смертности вследствие заболеваемости;

б) структуру смертности.

2. С помощью среднего линейного и среднего квадратического коэффициентов структурных сдвигов, интегрального коэффициента структурных различий, индекса Салаи оцените интенсивность структурных сдвигов в смертности городского населения (для мужчин и женщин). Сопоставьте полученные результаты.

Сделайте выводы.

Решение

Проведем расчет необходимых показателей для мужчин:

1. а) относительный уровень смертности может быть охарактеризован долей «болезней» в общем уровне смертности. Так,

$$d_{\text{болезни}}^{1997} = \frac{909,4 + 186,3 + 301,5 + 128,7}{1690,8} = \frac{1525,9}{1690,8} = 0,902;$$

$$d_{\text{болезни}}^{1999} = \frac{1398,5}{1546,8} = 0,904;$$

б) показатели структуры и динамики смертности городского мужского населения представлены в расчетной таблице.

Расчетная таблица

Число умерших	1997		1999		1999 г. в % к 1997 г. (темп роста)
	Численность на 100 тыс.	%	Численность на 100 тыс.	%	
А	1	2	3	4	гр.5 = = гр.3 : гр.1 · 100
Всего	1690,8	100,0	1546,8	100,0	91,5
В том числе от болезней:	1525,9	90,2	1398,5	90,4	91,7
системы кровообращения	909,4	53,8	846,0	54,7	93,0
несчастных случаев, отравлений, травм	186,3	11,0	140,5	9,1	75,4
новообразований	301,5	17,8	310,2	20,0	102,9
органов дыхания	128,7	7,6	101,8	6,6	79,1
Прочие причины	164,9	9,8	148,3	9,6	89,9

Так, например,

$$d_{\text{несч.сл}}^{1977} = \frac{186,3}{1690,8} \cdot 100 = 11,0 \%;$$

$$T_{\text{несч.сл}}^p = \frac{140,5}{186,3} \cdot 100 = 75,4 \%;$$

2. Интенсивность структурных сдвигов измеряется с помощью следующих показателей:

$\bar{l} = \frac{\sum |d_1 - d_0|}{n}$ – линейный коэффициент абсолютных структурных сдвигов;

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (d_1 - d_0)^2}{n}}$ – квадратический коэффициент абсолютных структурных сдвигов;

$K_d = \sqrt{\frac{\sum (d_1 - d_0)^2}{\sum d_1^2 + \sum d_0^2}}$ – интегральный коэффициент структурных различий;

$$I_d = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{d_1 - d_0}{d_1 + d_0} \right)^2}{n}}$$
 – индекс Салаи.

Здесь: d_1 – показатель структуры отчетного периода; d_0 – показатель структуры базисного периода; n – число градаций признака.

$$\begin{aligned} \bar{l} &= \frac{|54,7 - 53,8| + |9,1 - 11,0| + |20,0 - 17,8| + |6,6 - 7,6| + |9,6 - 9,8|}{5} = \\ &= \frac{0,9 + 1,9 + 2,2 + 1,0 + 0,2}{5} = 1,240; \end{aligned}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(54,7 - 53,8)^2 + (9,1 - 11,0)^2 + \dots + (9,6 - 9,8)^2}{5}} = \sqrt{\frac{10,3}{5}} = 1,435;$$

$$K_d = \sqrt{\frac{10,3}{3486,08 + 3610,62}} = 0,038;$$

$$I_d = \sqrt{\frac{\left(\frac{0,9}{108,5}\right)^2 + \left(\frac{1,9}{20,1}\right)^2 + \left(\frac{2,2}{37,8}\right)^2 + \left(\frac{1}{14,2}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{19,4}\right)^2}{5}} = 0,059.$$

Наилучшим образом интенсивность структурных сдвигов характеризуют показатели K_d , I_d , так как они принимают значения в интервале $[0; 1]$.

В данном случае интенсивность структурных сдвигов в причинах смертности мужчин слабая.

Пример 6

Кожевенно-обувной комбинат реализует свою продукцию через сеть клиентов с таким товарооборотом:

Таблица 1.7.26

Группы клиентов	Объем реализации, млн р.	
	2001	2002
Оптовые	1020,0	2000,0
Мелкооптовые	650,0	800,0
Магазины	600,0	900,0
Итого:	2270,0	3700,0

Выполните прогнозную оценку структуры клиентов на 2003 г., используя матрицу вероятностей перехода (теорию цепей Маркова).

Решение

Прежде рассчитывается структура клиентов по годам:

Расчетная таблица

Группы клиентов	Структура реализации, %	
	2001	2002
Оптовые	44,9	54,1
Мелкооптовые	28,6	21,6
Магазины	26,5	24,3
Итого:	100,0	100,0

Теперь строится матрица перехода, при этом используются сведения только об итогах перемещений из группы в группу.

Пусть S_0 и S_1 – векторы структуры совокупности в предыдущем и последующем периодах; m – число групп клиентов.

$$\sum_{i=1}^m S_i^0 = \sum_{i=1}^m S_i^1 = 100 \%$$

А. Составляем вспомогательную матрицу P' . Элементы главной диагонали матрицы P' рассчитываются как:

$$P'_{ii} = \min\{S_i^0, S_i^1\} \text{ при } i = \overline{1, m}.$$

Расчетная таблица

Группы клиентов	Оптовые	Мелкооптовые	Магазины
Оптовые	44,9		
Мелкооптовые		21,6	
Магазины			24,3

Б. В результате остаются «не использованными» элементы прошлой структуры. Определяем их:

$$\Delta_i = S_i^0 - P'_{ii} \text{ при } i = \overline{1, m};$$

$$\Delta_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 7,0 \\ 2,2 \\ \overline{9,2} \end{pmatrix}.$$

Не полностью заполнены и элементы последующей структуры. Они определяются по формуле:

$$\xi_j = S_j^1 - P'_{jj} \text{ при } j = \overline{1, m};$$

$$\xi_j = \begin{pmatrix} 9,2 \\ 0 \\ 0 \\ \overline{9,2} \end{pmatrix}.$$

В. Недоиспользованная структура (по строкам) Δ_j распределяется пропорционально потребностям по столбцам ξ_j , т. е. рассчитывается.

$$P'_{ij} = \Delta_i \frac{\xi_j}{\sum_j \xi_j} \text{ при } i, j = \overline{1, m} \text{ и } i \neq j;$$

$$P'_{12} = 0 \cdot \frac{0}{9,2} = 0; P'_{13} = 0 \cdot \frac{0}{9,2} = 0;$$

$$P'_{21} = 7,0 \cdot \frac{9,2}{9,2} = 7,0; P'_{23} = 7,0 \cdot \frac{0}{9,2} = 0;$$

$$P'_{31} = 2,2 \cdot \frac{9,2}{9,2} = 2,2; P'_{32} = 2,2 \cdot \frac{0}{9,2} = 0;$$

$$P'_{ij} = \begin{pmatrix} 44,9 & 0 & 0 \\ 7,0 & 21,6 & 0 \\ 2,2 & 0 & 24,3 \end{pmatrix}.$$

Теперь можно рассчитать элементы матрицы вероятностей перехода и саму прогнозируемую структуру клиентов:

$$P_{ij} = \frac{P'_{ij}}{S_i^0} = \begin{pmatrix} 44,9 & 0 & 0 \\ 7,0 & 21,6 & 0 \\ 2,2 & 0 & 24,3 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 44,9 \\ 28,6 \\ 26,5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1,0 & 0 & 0 \\ 0,245 & 0,755 & 0 \\ 0,083 & 0 & 0,917 \end{pmatrix} \text{ при } i, j = \overline{1, m};$$

$$S_{2003} = S_{2002} \cdot P_{ij} = (54,1 \quad 21,6 \quad 24,3) \cdot \begin{pmatrix} 1,0 & 0 & 0 \\ 0,245 & 0,755 & 0 \\ 0,083 & 0 & 0,917 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 61,4 \\ 16,3 \\ 22,3 \end{pmatrix}.$$

Результаты расчетов:

Группы клиентов	Прогноз структуры реализации на 2003 г., %
Оптовые	61,4
Мелкооптовые	16,3
Магазины	22,3
Итого	100,0

Пример 7

Имеется интервальный ряд распределения рабочих цеха по уровню заработной платы:

Уровень заработной платы, усл. ед.	Численность рабочих
До 200	10
200–250	20
250–300	40
300–350	20
350 и более	10
Итого	100

С помощью критерия χ^2 определите, является ли данное распределение нормальным.

Решение

Оценка соответствия фактического ряда распределения теоретическому осуществляется с помощью нескольких алгоритмов. Наиболее известный из них – применение критерия χ^2 .

$$\text{Определяем } \chi^2_{\text{расч}} = \sum \frac{(f_{\text{факт}} - f_{\text{теор}})^2}{f_{\text{теор}}}. \text{ Сравниваем } \chi^2_{\text{расч}} \text{ с}$$

$\chi^2_{\text{табл}}$ при заданном уровне значимости и числе степеней свободы.

Если $\chi^2_{\text{расч}} < \chi^2_{\text{табл}}$, можно считать, что фактическое распределение адекватно теоретическому.

Нормальное распределение описывается следующей функцией:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

Найдем теоретические частоты нормального распределения, результаты представим в расчетной таблице:

Расчетная таблица

Уровень зарплат	$f_{\text{факт}}$	$x' = \frac{x - A}{i}$	$x' f_{\text{факт}}$	$(x')^2 f_{\text{факт}}$	$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$	$f(t)^*$	$f_{\text{теор}} = f(t) \cdot K = f(t) \cdot 91,29$	Округленные теоретические частоты
До 200	10	-2	-20	40	-1,823	0,0761	6,947	7
200-250	20	-1	-20	20	-0,913	0,2637	24,073	24
250-300	40	0	0	0	0,0	0,3989	36,416	37
300-350	20	1	20	20	0,913	0,2637	24,073	24
350 и более	10	2	20	40	1,823	0,0761	6,947	7
Итого	100		0	120				99

* Здесь $f(t)$ – плотность нормального распределения (табулирована).

Рассчитаем $\bar{x}$ и σ методом моментов, где центральный момент $A = 275$, а величина интервала $i = 50$. Результаты даны в расчетной таблице. Отсюда:

$$\bar{x} = 275 + 50 \cdot 0 = 275;$$

$$\sigma = 50 \sqrt{\frac{120}{100} - 0} = 54,77;$$

$$K = \frac{i \sum f}{\sigma},$$

где K – поправочный коэффициент.

$$K = \frac{i \sum f}{\sigma} = \frac{50}{54,77} \cdot 100 = 91,29;$$

$$\chi^2_{\text{расч}} = \frac{(10-7)^2}{7} + \frac{(20-24)^2}{24} + \frac{(40-37)^2}{37} + \frac{(20-24)^2}{24} + \frac{(10-7)^2}{7} = 2,571 + 1,333 + 0,243 = 4,147;$$

$$\chi^2_{\text{табл}} (\alpha = 0,05; v = L - r - 1 = 5 - 2 - 1 = 2) = 5,99.$$

Здесь α – уровень значимости; v – число степеней свободы; L – число групп; r – число параметров распределения.

$$\chi^2_{\text{расч}} < \chi^2_{\text{табл}} \Rightarrow \text{распределение является нормальным.}$$

Пример 8

Имеются данные о распределении массового общественно-экономического явления:

Группа признака	Частота
1	10
2	20
3	40
4	20
5	10
Итого	100

С помощью критерия χ^2 определите, является ли данное распределение равномерным.

Решение

Равномерное распределение описывается следующей функцией:

$$f(x) = C,$$

где $f(x)$ – плотность распределения; C – константа.

Найдем теоретические значения частоты распределения.

Так как число групп 5, то:

$$f_{\text{теор}} = \frac{\sum f_{\text{факт}}}{L} = \frac{100}{5} = 20;$$

$$f_{\text{теор}} = C = 20.$$

$f_{\text{факт}}$	$f_{\text{теор}}$
10	20
20	20
40	20
20	20
10	20

$$\begin{aligned} \chi^2_{\text{расч}} &= \frac{(10-20)^2}{20} \cdot 2 + \frac{(20-20)^2}{20} \cdot 2 + \frac{(40-20)^2}{20} = \\ &= \frac{100}{20} \cdot 2 + \frac{400}{20} = 10 + 20 = 30; \end{aligned}$$

$$\chi^2_{\text{табл}} (\alpha = 0,05; v = 5 - 1 - 1 = 3) = 7,81.$$

$\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}} \Rightarrow$ распределение не является равномерным.

Пример 9

По данным наблюдения отдела технического контроля сборочного цеха определите, подчиняется ли распределение бракованных изделий закону Пуассона:

Количество бракованных изделий на 100 проверок	Число наблюдений
0	282
1	160
2	39
3	15
4	3
5	1
Итого	500

Решение

Распределение Пуассона описывается следующей функцией:

$$f(x) = \frac{a^x e^{-a}}{x!},$$

где $f(x)$ – плотность распределения; a – параметр распределения.

В распределении Пуассона должно выполняться примерное равенство средней и дисперсии:

$$\sigma^2 = \bar{x}.$$

Проверим:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{300}{500} = 0,600;$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = 0,688.$$

Итак, $\bar{x} \approx \sigma^2 \Rightarrow$ данное распределение может быть распределением Пуассона, следовательно, в качестве параметра a можно взять $\bar{x}$.

Найдем теоретические частоты:

$$f_{\text{теор}} = \frac{(\bar{x})^x e^{(-\bar{x})}}{x!} \cdot N.$$

Здесь N – объем совокупности.

Расчетная таблица

Количество бракованных изделий на 100 проверок	Число наблюдений (f)	$f_{\text{теор}}$
0	282	275
1	160	164
2	39	49
3	15	10
4	3	2
5	1	0,18
Итого	500	500

$$e^{-0,6} = 0,5488;$$

$$f_{\text{теор}}^{(0)} = \frac{500 \cdot 0,6^0 \cdot 0,5488}{0!} = 274,4;$$

$$f_{\text{теор}}^{(1)} = \frac{500 \cdot 0,6^1 \cdot 0,5488}{1} = 164;$$

$$f_{\text{теор}}^{(2)} = \frac{500 \cdot 0,6^2 \cdot 0,5488}{2 \cdot 1} = 49;$$

$$f_{\text{теор}}^{(3)} = 10;$$

$$f_{\text{теор}}^{(4)} = 2;$$

$$f_{\text{теор}}^{(5)} = 0,18.$$

Определим $\chi^2_{\text{расч}}$ и сравним его с $\chi^2_{\text{табл}}$:

$$\begin{aligned} \chi^2_{\text{расч}} = & \frac{(282 - 275)^2}{275} + \frac{(160 - 164)^2}{164} + \frac{(39 - 49)^2}{49} + \\ & + \frac{(15 - 10)^2}{10} + \frac{(3 - 2)^2}{2} + \frac{(1 - 0,18)^2}{0,18} = 9,047; \end{aligned}$$

$$\chi^2_{\text{табл}} (\alpha = 0,05; v = 6 - 1 - 1 = 4) = 9,49.$$

$\chi^2_{\text{расч}} < \chi^2_{\text{табл}} \Rightarrow$ фактическое распределение является распределением Пуассона.

1.8. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

Задача 1.8.1

С помощью коэффициента взаимной сопряженности Пирсона определите: является ли работа на компьютере фактором ухудшения зрения.

Таблица 1.8.1

Работа за компьютером	Динамика состояния зрения за 3 года		Всего
	Не ухудшилось	Ухудшилось	
Не работает	70	5	75
Недавно работает	60	20	80
Давно работает	10	45	55
Итого	140	70	210

Задача 1.8.2

1. Используя коэффициент взаимной сопряженности Пирсона, ответьте на вопрос: являются ли конфликтные ситуации фактором гипертонической болезни?

2. Рассчитайте коэффициент нормированной информации.

Таблица 1.8.2

Конфликтные ситуации на работе	Обследовано на заводе «Электросигнал»		
	Всего	Больные гипертонией	Здоровые
Есть	35	28	7
Нет	55	17	38
Итого	90	45	45

Задача 1.8.3

Исходя из следующих данных, определите связь между смертностью населения различных расовых групп и местом их рождения. Воспользуйтесь коэффициентами взаимной сопряженности и теоретико-информационными мерами связи.

Умерло человек в год в одной из европейских стран:

Таблица 1.8.3

Раса	Место рождения		Всего
	Европа	Африка	
Негроидная	1350	600	1950
Европеоидная	750	1300	2050
Итого	2100	1900	4000

Задача 1.8.4

С помощью критерия χ^2 проверьте гипотезу: признак «возраст» является фактором длительности заболеваний желудочно-кишечного тракта на заводе «Экран».

Таблица 1.8.4

Число дней нетрудоспособности за год	Возраст, лет				Всего обследовано больных ЖКТ
	До 30	31-40	41-50	51 и более	
0	9	6	3	3	21
1-5	2	4	2	1	9
6-10	5	1	6	2	14
11-15	1	2	7	3	13
16 и более	0	9	13	5	27
Итого	17	22	31	14	84

Задача 1.8.5

С помощью критерия χ^2 оцените значимость связи признаков «завод» и «отрасль» с видом заболеваемости.

Сделайте выводы.

Таблица 1.8.5

Вид заболевания	Отрасль I		Отрасль II	Всего обследовано больных
	«Электросигнал»	«Экран»	СЭТМ	
Гипертоническая болезнь	83	102	53	238
Остеохондроз	60	108	34	202
Болезни желудочно-кишечного тракта	58	84	106	248
Итого	201	294	193	688

Задача 1.8.6

В результате обследования работники завода «Экран» распределились по видам болезни и времени нетрудоспособности следующим образом:

Таблица 1.8.6

Число дней нетрудоспособности за год	Болезни нервов	Гипертоническая болезнь	Хронические заболевания органов дыхания	Болезни почек	Женские болезни	Остеохондроз	Всего обследовано
До 5	7	5	21	9	12	12	66
6-10	110	11	19	19	13	12	84
11-15	6	18	11	3	14	11	63
16-20	5	12	7	5	9	5	43
21-25	4	4	1	4	1	4	18
26-30	0	10	1	1	0	7	19
31-35	3	3	3	0	2	5	16
36 и более	4	18	2	3	0	9	36
Итого	39	81	65	44	51	65	345

По этим данным выполните следующие задания.

1. Проверьте с помощью критерия χ^2 при 5 %-ном уровне значимости гипотезу о существовании связи между видом болезни и ее длительностью.

2. Оцените тесноту связи с помощью коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона (C) и Чупрова (T).

3. Определите нормированный коэффициент Пирсона (C^*).

Задача 1.8.7

Заполните пустующие ячейки табл. 1.8.7. Есть ли связь между показателями? Если «да», оцените тесноту связи.

Таблица 1.8.7

Состав семьи	Успеваемость ребенка в школе				Всего
	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
Сирота	10	60		27	115
Неполная семья	8	38	40	30	
Полная семья	3	26	40		107
Итого	21	124			

Задача 1.8.8

Оцените тесноту связи между онкологическими заболеваниями и работой со свинцом:

Таблица 1.8.8

Работа со свинцом	Обследовано рабочих		
	Всего	Онкологические больные	Здоровые
Да	18	14	4
Нет	72	31	41
Итого	90	45	45

Задача 1.8.9

По материалам одного из обследований домашних хозяйств получены следующие данные:

Таблица 1.8.9

Доход	В составе совокупных доходов семьи		Всего
	есть доход от предпринимательской деятельности	нет дохода от предпринимательской деятельности	
Выше прожиточного минимума	140	120	260
Ниже прожиточного минимума	90	340	430
Итого	230	460	690

Найдите коэффициент ассоциации между источниками доходов (наличием дохода от предпринимательской деятельности) и уровнем дохода.

Задача 1.8.10

Оцените тесноту связи с помощью C , C^* , T по данным, полученным в результате обследования 450 чел. с заболеваниями желудочно-кишечного тракта:

Таблица 1.8.10

Дни нетрудоспособности за год	Мужчины	Женщины	Всего обследовано больных ЖКТ
0	30	30	60
1-5	20	10	30
6-10	60	20	80
11-15	70	30	100
16 и более	130	50	180
Итого	310	140	450

Задача 1.8.11

Ф. Гальтон в XIX в. провел обследование на выявление «наследования гениальности» у ближайших родственников. Среди выдающихся англичан он искал их выдающихся родственников.

Таблица 1.8.11

Степень родства	Процент выдающихся родственников
Братья	41
Дед – внук	15
Дядя – племянник	20
Отец – сын	40

С помощью коэффициентов ранговой корреляции проверьте гипотезу о наследовании гениальности. Сделайте выводы.

Задача 1.8.12

Экспертами оценивались вкусовые качества разных вин. Получены следующие суммарные оценки.

Таблица 1.8.12

Марка вина	Оценка, баллы	Цена, усл. ед.
1	13	1,57
2	14	1,60
3	17	2,00
4	15	2,10
5	15	1,70
6	10	1,85
7	18	1,80
8	13	1,15
9	19	2,30
10	20	2,40

Согласуется ли оценка вина с его ценой. Проверьте эту гипотезу методами ранговой корреляции. Сделайте выводы.

Задача 1.8.13

В табл. 1.8.13 приведено положение команд Национальной хоккейной лиги Тихоокеанского дивизиона на 15 ноября 1996 и 1 ноября 2001 гг.

Таблица 1.8.13

Команда	Очки на 15.11.96	Очки на 01.11.01
Эдмонтон	30	17
Ванкувер	28	7
Анахайм	27	9
Колорадо	25	12
Лос-Анджелес	21	8
Калгари	19	18
Сан-Хосе	17	12

Определите уровень согласованности результатов с помощью коэффициентов ранговой корреляции Спирмена, Кендэлла, Фехнера.

Задача 1.8.14

Имеются данные об изменении спроса на отдельные виды продукции издательств:

Таблица 1.8.14

Стратегическая единица	Спрос на продукцию, тыс. экз.	
	1999	2000
1. Классика	30	20
2. Детская литература	100	100
3. Зарубежный детектив	70	60
4. Российский детектив	80	120
5. Женский роман	100	90
6. Фантастика	50	50
7. Приключения	40	30
8. Специальная литература	70	110
9. Рекламная продукция	30	60
10. Прочая литература	50	80

Определите уровень согласованности спроса на печатную продукцию с помощью коэффициентов ранговой корреляции Спирмена, Кендэлла, Фехнера.

Задача 1.8.15

Имеются данные о спросе на печатную продукцию и о структуре оборота издательства «Вестерн» в 2000 г.:

Таблица 1.8.15

Стратегическая единица	Спрос на продукцию, тыс. экз.	Доля стратегической единицы в общем обороте издательства, %
1. Классика	20	0
2. Детская литература	100	1,0
3. Зарубежный детектив	60	49,5
4. Российский детектив	120	20,5
5. Женский роман	90	6,8
6. Фантастика	50	0
7. Приключения	30	1,0
8. Специальная литература	110	14,3
9. Рекламная продукция	60	4,9
10. Прочая литература	80	2,0

Определите уровень согласованности между спросом на печатную продукцию и структурой оборота издательства с помощью коэффициентов ранговой корреляции Спирмена, Кендэлла, Фехнера.

Задача 1.8.16

По данным задачи 1.8.15 оцените тесноту связи между спросом и структурой оборота, используя линейный коэффициент корреляции. При помощи критерия Стьюдента с вероятностью 0,95 проверьте значимость коэффициента корреляции.

Задача 1.8.17

1. С помощью линейного коэффициента корреляции определите наличие связи между числом преступлений и численностью трудоспособных лиц, не занятых в экономике края. Дайте оценку.

Таблица 1.8.16

Год	Лица, не занятые в экономике, тыс. чел.	Число зарегистрированных преступлений
1997	127,5	72 410
1998	144,6	80 216
1999	143,2	78 415
2000	139,3	77 824

2. Постройте уравнение регрессии.

3. Нанесите на график эмпирическую и теоретическую линии регрессии.

Задача 1.8.18

Официальный курс рубля к американскому доллару и евро на торгах ММВБ в 2001 г. менялся следующим образом:

Таблица 1.8.17

Дата	Доллар США	Евро
01.01	28,16	26,14
05.01	28,48	26,53
10.01	28,39	26,86
12.01	28,39	26,69
17.01	28,32	26,62
19.01	28,36	26,62
24.01	28,39	26,75
26.01	28,40	26,16
31.01	28,37	26,00
02.02	28,44	26,72
07.02	28,45	26,63
09.02	28,50	26,46
14.02	28,68	26,66
16.02	28,68	26,35
21.02	28,69	26,43
23.02	28,61	26,02
28.02	28,72	26,22

Установите направление связи между курсом доллара США и курсом евро, определите тесноту этой связи (предварительно исключив автокорреляцию).

Задача 1.8.19

В результате наблюдения определены основные показатели деятельности аудиторских фирм в области в.2000 г.

Таблица 1.8.18

№ п/п	Выручка от реализации, тыс. р.	Балансовая прибыль, тыс. р.	Численность работников	Основные средства, тыс. р.	Нематериальные активы, тыс. р.	Оплата труда, тыс. р.
1	112 627	0	32	0	0	66 955
2	59 564	3739	8	0	3075	28 289
3	107 062	42 442	3	5976	615	13 997
4	0	-8414	4	0	6555	3638
5	57 949	11 326	2	6728	2479	1148
6	0	0	2	0	0	0
7	29 135	22 446	3	0	0	920
8	3256	71	1	2592	0	0
9	10 083	-40	3	0	31	2284
10	90 902	-37 416	8	0	7438	42 230
11	140 000	4100	7	3075	0	16 000
12	12 847	-1116	1	14 322	6375	98
13	0	0	1	0	1067	0
14	56 500	-4957	5	0	0	2376
15	30 841	9838	5	4820	10 631	14 595
16	35 274	632	6	0	406	10 777
17	45 520	14 453	2	20 442	3100	2742
18	935 783	508 909	15	51 661	24 196	183 362
19	532 340	321 172	11	7164	57 467	46 795
20	832 780	245 417	43	95 803	74 287	224 858
21	561 199	244 541	14	88 354	9243	101 839
22	7360	-287	1	0	19 665	4140
23	45 914	11309	2	0	7752	3729

1. По данным, характеризующим зависимость балансовой прибыли от выручки и размера нематериальных активов, рассчитайте коэффициенты множественной корреляции и детерминации.

2. Сделайте вывод о правильности выбора уравнения связи (с помощью F -критерия).

Задача 1.8.20

По данным табл. 1.8.18 постройте уравнение регрессии между выручкой от реализации и размером нематериальных активов аудиторских фирм.

Рассчитайте коэффициент эластичности между фактором и результатом.

С помощью *F*-критерия сделайте вывод о правильности выбора уравнения связи.

Задача 1.8.21

По данным табл. 1.8.18 постройте уравнение регрессии между оплатой труда и выручкой от реализации аудиторских фирм.

С помощью *F*-критерия сделайте вывод о правильности выбора вида взаимосвязи.

Рассчитайте эластичность изменения оплаты труда.

Задача 1.8.22

В результате обследования населения региона получены следующие данные:

Таблица 1.8.19

Семейное положение	Число семей,		Всего
	имеющих садовый участок	не имеющих садового участка	
Неполные семьи	120	80	200
Полные семьи	600	200	800
Итого	720	280	1000

Установите тесноту связи между семейным положением и наличием садового участка, рассчитав коэффициент контингенции.

Задача 1.8.23

По одному из предприятий имеются следующие данные:

Таблица 1.8.20

Группы рабочих	Число рабочих в группе		Всего
	выполняют и перевыполняют норму выработки	не выполняют норму выработки	
Прошедшие техническое переобучение	115	20	135
Не прошедшие технического переобучения	15	50	65
Итого	130	70	200

Установите степень тесноты связи между выполнением норм выработки и технической подготовкой рабочих, рассчитав коэффициент ассоциации.

Задача 1.8.24

Известны следующие данные о распределении рабочих предприятия по стажу и разряду работы:

Таблица 1.8.21

Разряд	Стаж		Всего
	До 5 лет	6 лет и более	
1-3	40	20	60
4-6	10	30	40
Итого	50	50	100

Определите коэффициент ассоциации между квалификацией и стажем рабочих.

Задача 1.8.25

Имеются следующие данные по торговым предприятиям фирмы, тыс. р.:

Товарооборот	Издержки обращения	Товарооборот	Издержки обращения
6700	350	5200	280
5600	270	5000	300
6300	400	5600	240
6100	360	4700	700
6500	310	5800	300

Рассчитайте ранговый коэффициент корреляции Спирмена.

Задача 1.8.26

Имеются следующие данные о размере среднемесячных душевых доходов в разных группах семей:

Среднедушевой денежный доход в месяц, тыс. р.	Доля оплаты труда в структуре доходов семьи, %
0,8	64,2
1,5	66,1
2,0	69,0
2,4	70,6
2,8	72,4
3,0	74,3
3,9	66,0
4,6	63,2
9,8	60,5

Для выявления зависимости между долей оплаты труда в структуре доходов и среднедушевым денежным доходом рассчитайте:

- 1) линейный коэффициент корреляции;
- 2) коэффициент регрессии.

Задача 1.8.27

Известны следующие данные о доходах государственного бюджета РСФСР и расходах на социальное обеспечение за период 1960–1993 гг.:

Таблица 1.8.22

Показатели	1960	1970	1975	1980	1981	1982
Доходы госбюджета	26 554	41 146	58 068	78 243	78 856	88 045
Расходы на социальное обеспечение	3156	7496	10 645	13 941	14 831	15 737

Продолжение табл. 1.8.22

Показатели	1983	1985	1990	1991	1992	1993
Доходы госбюджета	95 339	103 325	159 514	310 205	5 327 610	49 730 418
Расходы на социальное обеспечение	16 088	18 620	28 215	11 905	119 710	939 617

Для выявления зависимости между доходами государственного бюджета и расходами на социальное обеспечение рассчитайте:

- 1) линейный коэффициент корреляции;
- 2) коэффициент регрессии.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1

С помощью критерия χ^2 при 5 %-ном уровне значимости проверьте гипотезу о том, что «наследственность» является фактором возникновения гипертонической болезни.

Оцените тесноту связи между заболеваемостью и наследственностью с помощью: C – коэффициента взаимной сопряженности Пирсона; C' – нормированного коэффициента Пирсона; T – коэффициента взаимной сопряженности Чупрова.

Таблица 1.8.23

Родители больны гипертонией	Обследовано на заводе «Электросигнал», чел.		
	Всего	Больные гипертонией	Здоровые
Да	17	15	2
Нет	73	30	43
Итого	90	45	45

Решение

Наличие связи может быть подтверждено выполнением следующего условия:

$$\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}},$$

где

$$\chi^2_{\text{расч}} = n \left(\sum \left(\frac{f_{ij}^2}{f_{i.} \cdot f_{.j}} \right) - 1 \right);$$

f_{ij} – частота совместного появления признаков; $f_{i.}, f_{.j}$ – суммы частот по строкам и столбцам соответственно; n – численность совокупности.

$$\chi^2_{\text{расч}} = 90 \cdot \left(\frac{15^2}{17 \cdot 45} + \frac{30^2}{73 \cdot 45} + \frac{2^2}{17 \cdot 45} + \frac{43^2}{73 \cdot 45} - 1 \right) = 12,26;$$

$$\chi^2_{\text{табл}} \left(\begin{matrix} a = 0,05 \\ df = (k-1)(l-1) = 1 \cdot 1 = 1 \end{matrix} \right) = 3,84,$$

где k, l – соответственно число строк и столбцов таблицы сопряженности.

$$\chi^2_{\text{расч}} = 12,26 > \chi^2_{\text{табл}} = 3,84,$$

следовательно, наследственность можно считать фактором возникновения гипертонической болезни.

2. Для оценки тесноты связи между наследственностью и заболеваемостью определим:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}} - \text{коэффициент взаимной сопряженности Пирсона.}$$

$C' = \frac{C}{C_{\max}}$ – нормированный коэффициент Пирсона;

$$C_{\max} = \sqrt{\frac{\min\{k-1; l-1\}}{\min\{k-1; l-1\} + 1}};$$

$T = \sqrt{\frac{\chi^2}{n\sqrt{(k-1)(l-1)}}}$ – коэффициент взаимной сопряженности Чупрова.

Итак,

$$C = \sqrt{\frac{12,26}{12,26 + 90}} = 0,346;$$

$$C_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707;$$

$$C' = \frac{0,346}{0,707} = 0,489;$$

$$T = \sqrt{\frac{12,26}{90\sqrt{1,1}}} = 0,369.$$

Таким образом, между признаками «наследственность» и «заболеваемость» существует заметная связь.

Пример 2

С помощью коэффициентов взаимной сопряженности определите связь между смертностью населения различных расовых групп и местом их рождения.

Умерло человек в год в одной из европейских стран:

Таблица 1.8.24

Раса	Место рождения		Всего
	Европа	Африка	
Негроидная	1050	600	1650
Европеоидная	750	1300	2050
Итого	1800	1900	3700

Решение

Связь между смертностью населения различных расовых групп и местом их рождения может быть оценена с помощью коэффициентов взаимной сопряженности: коэффициента контингенции и коэффициента ассоциации:

$$K_{\text{конт}} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}};$$

$$K_{\text{асс}} = \frac{ad - bc}{ad + bc},$$

где a, b, c, d – частоты (число единиц).

Расчетная таблица

Раса	Место рождения		Всего
	Европа	Африка	
Негроидная	1050 (a)	600 (b)	1650 ($a + b$)
Европеоидная	750 (c)	1300 (d)	2050 ($c + d$)
Итого	1800 ($a + c$)	1900 ($b + d$)	3700

Коэффициент контингенции:

$$K_{\text{конт}} = \frac{1050 \cdot 1300 - 750 \cdot 600}{\sqrt{1650 \cdot 2050 \cdot 1800 \cdot 1900}} = \frac{915\,000}{3\,401\,198,3} = 0,269.$$

Коэффициент ассоциации:

$$K_{\text{асс}} = \frac{1050 \cdot 1300 - 750 \cdot 600}{1050 \cdot 1300 + 750 \cdot 600} = \frac{915\,000}{1\,815\,000} = 0,504.$$

Рассчитанные коэффициенты сопряженности свидетельствуют о заметной связи между рассматриваемыми признаками, причем коэффициент контингенции дает более осторожную оценку связи.

Пример 3

С помощью критерия χ^2 оцените значимость связи признаков «завод» и «отрасль» с видом заболевания. Сделайте выводы.

Таблица 1.8.25

Вид заболевания	Отрасль I		Отрасль II	Всего обследовано больных
	«Электросигнал»	«Экран»	СЭТМ	
Гипертоническая болезнь	83	102	53	238
Остеохондроз	60	108	34	202
Болезни желудочно-кишечного тракта	58	84	106	248
Итого	201	294	193	688

Решение

Значимость связи изучаемого признака с видом заболевания оцениваем проверкой соотношения $\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}}$. В случае выполнения неравенства, наличие связи подтверждается.

Для признака «завод»:

$$\chi^2_{\text{расч}} = 688 \cdot \left(\frac{83^2}{238 \cdot 201} + \frac{102^2}{238 \cdot 294} + \frac{53^2}{238 \cdot 193} + \frac{60^2}{202 \cdot 201} + \dots + \frac{106^2}{248 \cdot 193} - 1 \right) = 688(1,068 - 1) = 46,784;$$

$$\chi^2_{\text{табл}} \left(\begin{matrix} \alpha = 0,05 \\ df = 4 \end{matrix} \right) = 9,49;$$

$$\chi^2_{\text{расч}} = 46,784 > \chi^2_{\text{табл}} = 9,49.$$

Следовательно, связь между признаками «завод» и «вид заболевания» – значима.

Для признака «отрасль»: прежде преобразуем в необходимый вид исходные данные.

Расчетная таблица

Вид заболевания	Отрасль I	Отрасль II	Всего обследовано больных
Гипертоническая болезнь	185	53	238
Остеохондроз	168	34	202
Болезни ЖКТ	142	106	248
Итого	495	193	688

$$\chi^2_{\text{расч}} = 688 \cdot \left(\frac{185^2}{238 \cdot 495} + \frac{53^2}{238 \cdot 193} + \frac{168^2}{202 \cdot 495} + \frac{34^2}{202 \cdot 193} + \frac{142^2}{248 \cdot 495} + \frac{106^2}{248 \cdot 193} - 1 \right) = 688(1,062 - 1) = 43,06;$$

$$\chi^2_{\text{табл}} \left(\begin{matrix} \alpha = 0,05 \\ df = 1 \end{matrix} \right) = 3,84;$$

$$\chi^2_{\text{расч}} = 43,06 > \chi^2_{\text{табл}} = 3,84.$$

Связь также подтверждается.

Пример 4

Экспертами оценивались вкусовые качества разных вин. Суммарные оценки получены следующие:

Таблица 1.8.26

Марка вина	Оценка, баллы	Цена, усл. ед.
1	11	1,57
2	14	1,60
3	17	2,00
4	15	2,10
5	13	1,70
6	13	1,85
7	18	1,80
8	10	1,15
9	19	2,30
10	25	2,40

Согласуется ли оценка вина с его ценой? Проверьте это методами ранговой корреляции.

Сделайте выводы.

Решение

Для оценки тесноты связи применяют ранговые коэффициенты корреляции Спирмена и Кендэлла.

Коэффициент корреляции рангов Спирмена определяется по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

где $d = R_x - R_y$, т. е. разности между рангами взаимосвязанных признаков x и y отдельных единиц совокупности; n – число взаимосвязанных пар значений x и y .

Ранги – это порядковые номера единиц совокупности в ранжированном ряду. Ранжировать оба признака необходимо в одном и том же направлении: либо от меньших значений к большим, либо наоборот.

Если среди значений признаков x и y встречается несколько одинаковых, образуются связанные ранги, т. е. одинаковые средние номера. Например, вместо одинаковых по порядку третьего и четвертого значений признака x будут два ранга по 3,5.

В расчетной таблице проведено ранжирование и расчет разностей рангов взаимосвязанных признаков – цены и качества вина (гр. 1–4). Значение рангового коэффициента корреляции Спирмена составило:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 23,5}{10(10^2 - 1)} = 1 - 0,142 = 0,858.$$

Кендэллом предложен другой показатель корреляционной связи:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)},$$

где $S = \sum Q - \sum P$, Q – число случаев для каждого наблюдения, когда у следующих наблюдений ранг признака y больше, чем у данного; P – число случаев для каждого наблюдения, когда у следующих наблюдений ранг признака y меньше, чем у данного; n – число наблюдаемых единиц.

Показатель Кендэлла рассчитывают следующим образом:

1) ранжируется ряд по признаку x в возрастающем порядке с указанием соответствующих им рангов по признаку y ; получается ряд рангов по признаку $x - 1, 2, 3, \dots, n$ и ряд рангов по признаку $y - i_1, i_2, \dots, i_n$;

2) подсчитываются Q и P для всех рангов по признаку y . Для этого определяется, сколько рангов, следующих за каждым рангом, превышает его величину или меньше данного ранга. Число меньших рангов записывается со знаком минус (P), а число последующих превышений – со знаком плюс (Q);

3) находим сумму положительных и отрицательных баллов по каждому рангу и итоговое число баллов $S = \sum Q - \sum P$. Например, для 7-й марки вина положительный балл $Q = 2$, а отрицательный –

$P = 0$, сумма баллов $S = 2$. Сравнение при этом проводили с марками 9 и 10. Ранг оценки в баллах по 9-й и 10-й маркам превышали 7-ю марку, а ниже не было.

Сводные оценки для расчета коэффициента Кендэлла приведены в расчетной таблице (гр. 5–7), а значение коэффициента корреляции рангов Кендэлла равно:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{2 \cdot 33}{10(10-1)} = \frac{66}{90} = 0,733.$$

Расчетная таблица

Марка вина	Ранг		Разность рангов $d = R_x - R_y$	d^2	Баллы для рангов		
	оценки в баллах, R_x	цены в усл. ед., R_y			положительные Q	отрицательные P	Итого
A	1	2	3	4	5	6	7
8	1	1	0	0	9	0	9
1	2	2	0	0	8	0	8
5	3,5	4	-0,5	0,25	6	1	5
6	3,5	6	-2,5	6,25	4	2	2
2	5	3	2	4	5	0	5
4	6	8	-2	4	2	2	0
3	7	7	0	0	2	1	1
7	8	5	3	9	2	0	2
9	9	9	0	0	1	0	1
10	10	10	0	0	0	0	0
Итого	x	x	x	23,5	39	6	33

Таким образом, величина рангового коэффициента корреляции Спирмена и Кендэлла свидетельствует о прямой, довольно тесной связи между рассматриваемыми показателями – ценой и качеством вина.

Пример 5

По ряду районов края определены: среднесуточное количество йода в воде и пище и пораженность населения заболеванием щитовидной железы.

Таблица 1.8.27

Номер района	Количество йода в воде и пище, усл. ед.	Пораженность населения заболеванием щитовидной железы, %
1	201	0,2
2	178	0,6
3	155	1,1

Номер района	Количество йода в воде и пище, усл. ед.	Пораженность населения заболеванием щитовидной железы, %
4	154	0,8
5	126	2,5
6	81	4,4
7	71	16,9

Для оценки тесноты связи пораженности заболеванием щитовидной железы с количеством йода в воде и пище определите коэффициенты корреляции рангов Спирмена, Кендэлла и Фехнера.

Решение

Представим в расчетной таблице все данные, необходимые для расчета ранговых показателей связи:

* Расчетная таблица

Усл. ед.	Количество йода в воде и пище, X	Пораженность заболеванием щитовидной железы, Y		$d^2 = (R_x - R_y)^2$	P (-)	Q (+)	Знак отклонения от среднего ранга	
		%	Ранг Y				$R_x - \bar{R}_x$	$R_y - \bar{R}_y$
201	1	0,2	7	36	6	0	-	+
178	2	0,6	6	16	5	0	-	+
155	3	1,1	4	1	3	1	-	+
154	4	0,8	5	1	3	0	+	+
126	5	2,5	3	4	2	0	+	-
81	6	4,4	2	16	1	0	+	-
71	7	16,9	1	36	0	0	+	-
Итого	x	x	x	110	20	1	x	x

Примечание. $\bar{R}_x = \bar{R}_y = \frac{\sum R_x}{n}$; при $R_x - \bar{R}_x = 0$ берется знак «+».

1. Коэффициент корреляции рангов Спирмена (см. решение примера 4):

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 110}{7 \cdot (7^2 - 1)} = -0,964.$$

2. Коэффициент корреляции рангов Кендэлла:

$$\tau = \frac{2(-20+1)}{7(7-1)} = -0,904.$$

3. Коэффициент корреляции рангов Фехнера:

$$K_F = \frac{\sum C - \sum H}{\sum C + \sum H},$$

где $\sum C$, $\sum H$ – соответственно число совпадений и число несовпадений знаков отклонений рангов от соответствующего среднего ранга.

$$K_F = \frac{1-6}{1+6} = -0,714.$$

Полученные оценки ранговых коэффициентов позволяют сделать вывод о сильной обратной зависимости между заболеванием щитовидной железы и содержанием йода в воде и пище.

Пример 6

С помощью методов периодизации выделены периоды одно-типной динамики безработицы и преступности.

Таблица 1.8.28

Год	Лица в трудоспособном возрасте, не занятые в экономике, тыс. чел.	Число зарегистрированных преступлений
1991	117,1	54 929
1992	134,7	77 915
1993	191,9	86 615
1994	215,0	72 404

1. По рассматриваемому периоду с помощью линейного коэффициента корреляции определите наличие связи между числом преступлений и численностью лиц, не занятых в экономике. Дайте оценку.

2. Постройте уравнение регрессии.

3. Нанесите на график эмпирическую и теоретическую линии регрессии.

Решение

Так как с увеличением числа лиц в трудоспособном возрасте (x), не занятых в экономике, равномерно увеличивается число зарегистрированных преступлений (y), то зависимость оценивается с помощью линейного уравнения регрессии, а теснота связи – с помощью линейного коэффициента корреляции.

1. Линейный коэффициент корреляции рассчитывают по одной из приведенных формул:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum y \sum x}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}}$$

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$\text{или } r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

где x и $\bar{x}$ – индивидуальные значения и среднее значение факторного признака; y и $\bar{y}$ – индивидуальные значения и среднее значение результативного признака; n – число наблюдений; σ_x , σ_y – среднее квадратическое отклонение x и y соответственно.

2. Уравнение прямой, с помощью которой оценивается форма зависимости изучаемых показателей, имеет вид:

$$y_x = a_0 + a_1 x,$$

где y_x – теоретическое число зарегистрированных преступлений; x – численность лиц в трудоспособном возрасте, не занятых в экономике; a_0 и a_1 – параметры уравнения прямой, определяемые системой нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum yx \end{cases};$$

откуда:

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2};$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}.$$

Для определения параметров уравнения регрессии и линейного коэффициента корреляции строим расчетную таблицу и находим параметры уравнения:

Расчетная таблица

Годы	x	y	xy	x^2	y_x	y^2
1991	117,1	54 929	6432185,9	13712,41	65 183	3 017 193 041
1992	134,7	77 915	10495150,5	18144,09	68 062	6 070 747 225
1993	191,9	86 615	16621418,5	36825,61	77 420	7 502 158 225
1994	215,0	72 404	15 566 860	46225,00	81 199	5 242 339 216
Итого	658,7	291 863	49115614,9	114907,11	291 863	2 1832 439 707

Линейный коэффициент корреляции:

$$r = \frac{49115614,9 - \frac{658,7 \cdot 291\,863}{4}}{\sqrt{\left(114907,11 - \frac{433885,69}{4}\right) \left(21\,832\,439\,707 - \frac{85\,184\,010\,769}{4}\right)}} = \frac{1053075,4}{\sqrt{6435,6875 \cdot 536437014,75}} = \frac{1053075,4}{1858047,638} = 0,567.$$

Полученное значение r свидетельствует о заметной (умеренной) связи между численностью лиц в трудоспособном возрасте, не занятых в экономике, и числом зарегистрированных преступлений. Найдем по формулам параметры уравнения:

$$a_1 = 163,6;$$

$$a_0 = \frac{291\,863 - 658,7 \cdot 163,6}{4} = 46024,92 \approx 46\,025.$$

Уравнение корреляционной связи примет следующий вид:

$$y_x = 46\,025 + 163,6x.$$

Подставив в это уравнение значения x , определяем теоретические значения y . Так,

$$y_1 = 46\,025 + 163,6 \cdot 117,1 = 65182,6;$$

$$y_2 = 46\,025 + 163,6 \cdot 134,7 = 68061,9$$

и т. д.

Теоретические значения приведены в таблице.

Эта зависимость представлена на графике (рис. 7)

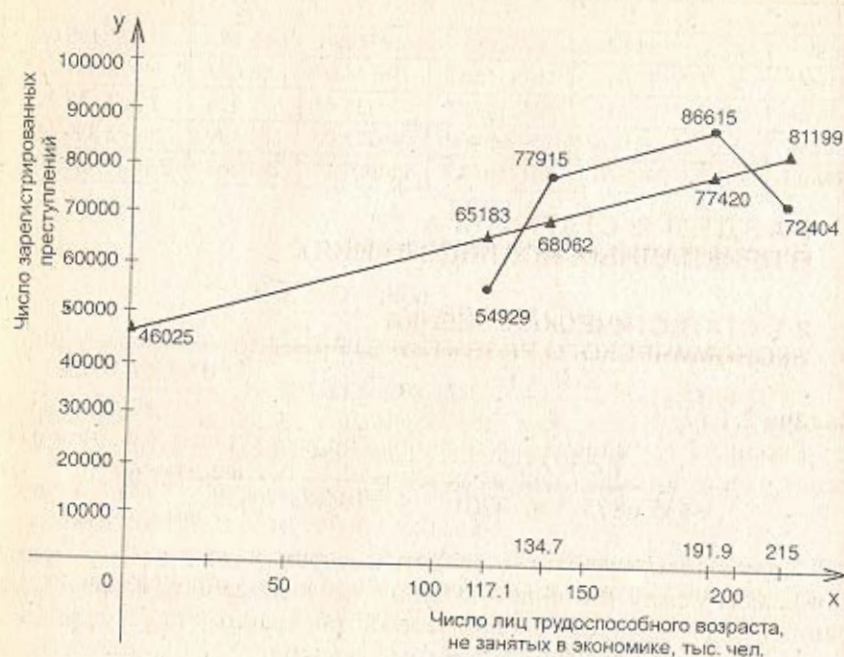


Рис. 7. Зависимость числа зарегистрированных преступлений от численности лиц, не занятых в экономике

РАЗДЕЛ 2. СТАТИСТИКА В ПРИКЛАДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

2.1. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ СТРАНЫ

Задача 2.1.1

Рассчитайте валовой внутренний продукт страны в рыночных ценах отчетного года (данные условные), если известно:

	млрд усл. ед.
валовой внутренний выпуск продуктов и услуг в основных ценах	1886,3
промежуточное потребление в рыночных ценах	974,2
налоги на продукты, услуги	99,6
субсидии на продукты и импорт	50,4

Задача 2.1.2

Постройте «Счет использования доходов» страны, если известно, что расходы домашних хозяйств на конечное потребление в отчетном году составили 906,3 млрд усл. ед. Общественными организациями, обслуживающими домашние хозяйства, использовано за этот же период на конечное потребление 28,8 млрд усл. ед., а государственными учреждениями – 187,5 млрд усл. ед.

Валовой национальный располагаемый доход страны за изучаемый период составил 1284,2 млрд усл. ед.

Задача 2.1.3

Определите, на сколько процентов снизился объем производства валового внутреннего продукта за 1995–2000 гг., если известно, что в 1996 г. по сравнению с 1995 г. он сократился на 5 %, в 1997 г. по сравнению с 1996 г. – на 14 %, а в 2000 г. – на 24 % по сравнению с 1997 г.

Задача 2.1.4 *

Имеются следующие данные по активам национального богатства (млрд р.):

основные средства	180
материальные оборотные средства	91
ценности	385
затраты на разработку месторождений	24
средства программного обеспечения	44
произведения искусства	1524
земля	2110
полезные ископаемые	3720
договора об аренде	173
лицензии, патенты	164
денежная наличность	724
монетарное золото	2643
депозиты	285
акции	780
специальные права заимствования	520

Определите общий объем активов национального богатства и их структуру по следующим компонентам:

- 1) финансовые активы;
- 2) нефинансовые активы:
 - а) произведенные активы и непроизведенные активы;
 - б) материальные активы и нематериальные активы.

Задача 2.1.5

Имеются данные по акционерному хозяйству за отчетный год (тыс. р.):

основные средства по первоначальной стоимости за вычетом износа на начало года	706,0
ввод в эксплуатацию новых основных фондов за отчетный год	29,0
списание из-за ветхости и износа основных средств по первоначальной стоимости за вычетом износа	8,0
сумма износа основных средств на начало года	178,8
износ списанных основных средств	7,1
сумма износа, начисленного за отчетный год	42,7
стоимость выполненных за год капитального ремонта, модернизации	1,2

Определите:

- 1) стоимость основных средств на конец года:
 - а) полную первоначальную;
 - б) первоначальную за вычетом износа;

- 2) износ основных средств на конец года;
- 3) коэффициенты состояния основных средств на начало и конец года;
- 4) коэффициенты движения основных средств.

Задача 2.1.6

Известны следующие данные об основных средствах фирмы за год:

коэффициент обновления основных средств, %	15,0
коэффициент выбытия основных средств, %	16,0
полная первоначальная стоимость основных средств на начало года, тыс. р.	30,0
полная первоначальная стоимость введенных в эксплуатацию основных средств, млн р.	10,5

Определите:

- 1) стоимость выбывших основных средств;
- 2) полную первоначальную стоимость основных средств на конец года;
- 3) среднюю годовую стоимость основных средств.

Задача 2.1.7

Имеются данные по предприятию «СНТК» (тыс. р.):

Таблица 2.1.1

Показатели	Базисный год	Отчетный год
Средняя годовая стоимость основных производственных фондов	2335,0	2600,0
В том числе:		
активной части	1560,0	1832,6
Объем выполненных работ (в сопоставимых ценах)	4660,0	4031,0

Определите:

- 1) индекс динамики фондоотдачи основных производственных фондов;
- 2) индекс динамики объема выполненных работ;
- 3) индекс динамики стоимости основных производственных фондов;
- 4) связь между исчисленными индексами;
- 5) фондоотдачу активной части основных производственных фондов за каждый год;
- 6) долю активной части основных фондов в общей стоимости за каждый год;

* Задача 2.1.4 составлена Т. Н. Миназевой.

7) влияние изменения стоимости основных фондов, доли активной части основных фондов на прирост объема выполненных работ в абсолютном выражении.

Задача 2.1.8

Известны данные по предприятию «Артекс» за II квартал:

число полуавтоматов, шт.	280
режим работы, смен	2
продолжительность смены, ч	8
плановый ремонт, станко-часы	1464
выходные и праздничные дни	28
фактически отработано станко-часов	260 000

Определите календарный, режимный, располагаемый фонды станочного времени и коэффициенты использования станочного времени за II квартал.

Задача 2.1.9

Максимально длительная мощность электрогенератора 2100 кВт, за апрель он проработал 620 ч и выработал 766 тыс. кВт-ч энергии.

Определите коэффициенты нагрузки электрогенератора:

- 1) по времени работы (экстенсивной нагрузки);
- 2) по мощности (интенсивной нагрузки);
- 3) по объему работы (интегральной нагрузки).

Задача 2.1.10

Имеются следующие данные о запасах сахара в одной из торговых организаций области, т:

На 1.01. 2000 г.	32	1.08	45
1.02	35	1.09	40
1.03	37	1.10	35
1.04	38	1.11	34
1.05	40	1.12	33
1.06	48	На 1.01.2001 г.	30
1.07	46		

Определите:

- 1) среднеквартальные и среднегодовые запасы сахара в торговой организации;
- 2) индексы сезонности запасов сахара;
- 3) среднюю обеспеченность предприятия запасами сахара в днях, если среднесуточный расход составляет 5,5 т.

Задача 2.1.11

Имеются данные по плательщикам налога на прибыль:

Таблица 2.1.2

Пред- приятия отраслей	Число налогоплательщиков		Размер прибыли, тыс. р.		Ставка налога на прибыль, %	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчет- ный период	Базис- ный период	Отчет- ный период
1	80	90	2200,0	2000,0	30	32
2	120	100	8500,0	5000,0	35	30

Проанализируйте динамику налога на прибыль (в абсолютном и относительном выражении), выявив:

- 1) общее изменение суммы налога на прибыль в отчетном периоде по сравнению с базисным;
- 2) влияние отдельных факторов.

Задача 2.1.12

По имеющимся данным о ссудной задолженности и об оборотах по погашению кредитов проанализируйте динамику среднего по коммерческому банку числа оборотов за период, рассчитав индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов:

Таблица 2.1.3

Отрасли	Среднегодовая задолженность по ссудам		Обороты по погашению кредитов за год	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
1	22,0	20,0	44,0	36,0
2	38,0	30,0	152,0	117,0
3	40,0	50,0	400,0	485,0
Итого	100,0	100,0	596,0	638,0

Задача 2.1.13

Известно распределение вкладчиков районного отделения Сбербанка по размеру вкладов:

Группы вкладчиков по размеру вклада, р.	Число вкладчиков, тыс.
До 500	166,8
500–1000	29,0
1000–5000	13,0
5000–10000	3,0
10000–50000	1,0
50000–100000	0,1
100000 и более	0,1
Итого	213,0

Рассчитайте структурные средние: медиану, первый и третий квартили, первый и девятый децили.

Задача 2.1.14

Имеются следующие данные о доходах и расходах бюджета области по кварталам в 1999 г.:

Таблица 2.1.4

Статьи бюджета	Кварталы			
	I	II	III	IV
Доходы – всего, млрд р.	2217,0	2553,0	2439,0	3142,0
В том числе:				
налог на прибыль	835,9	973,1	734,7	995,1
НДС	760,6	553,3	681,0	980,9
подоходный налог	334,2	351,5	387,5	364,1
Расходы – всего, млрд р.	2376,5	2606,5	2630,4	3370,1
В том числе:				
на народное хозяйство	576,1	841,7	636,8	642,0
на социально-культурные мероприятия	1800,4	1764,8	1993,6	2728,1

Определите:

1) относительные показатели структуры доходов и расходов бюджета;

2) динамику доходной и расходной частей бюджета.

Сделайте сопоставления и выводы.

Задача 2.1.15

По данным на 09.01.98 о темпах роста курсов ценных бумаг, входящих в листинг, рассчитайте сводный индекс по методике «Financial Times» FT:

$$I_{FT} = \sqrt[n]{\prod I_{\text{котировки}}}$$

Эмитент	Изменение котировки, %
ТД «ГУМ»	257,1
ГАЗ	43,7
РАО «ЕЭС России»	226,9
«Красный Октябрь» (конд. фабрика)	318,6
Московская ГТС	355,3
Кировский завод	
(машиностроительный)	17,8
ЛУКОЙЛ НК	163,3

Задача 2.1.16

Рынок акций России за 1999 г. характеризуется индексом АК&М:

Таблица 2.1.5

Индекс АК&М	26.01.99	26.12.99	Изменение индексов, %
Промышленные предприятия	19,50	46,40	137,95
Банки	5,10	6,30	23,52
Сводный	12,83	21,99	71,35

Определите изменение сводного индекса АК&М за счет влияния факторов:

а) изменения структуры компаний;

б) изменения курсовых индексов по отдельным группам компаний.

Задача 2.1.17

Имеются следующие данные об объемах торгов акциями, входящими в индекс РТС, за два смежных периода:

Таблица 2.1.6

Эмитент	Объем торгов базисного периода		Объем торгов отчетного периода	
	тыс. шт.	тыс. \$	тыс. шт.	тыс. \$
Иркутскэнерго	10680,0	2983,465	7810,0	2138,2
КамАЗ	114,0	341,8	308,0	834,45
Коминфест	8,533	41,052	37,0	184,85
Красноярскэнерго	600,0	250,0	550,0	248,0
ЛУКОЙЛ-холдинг	3867,602	84724,33	4554,089	95634,44
Ленэнерго	1794,4	1733,351	95,0	81,45
Мегионнефтегаз	85,0	601,35	81,0	559,05
Мосэнерго	22326,21	32288,819	15534,0	21707,679
Нижневартовск-нефтегаз	49,243	2352,05	1,0	31,0
«Норильский никель»	270,1	2546,98	291,0	2775,95
Ноябрьскнефтегаз	18,0	220,0	47,0	537,1
Оренбургнефть	98,0	702,8	142,2	1171,01
Пурнефтегаз	299,156	3182,087	211,0	2319,480
РАО «ЕЭС России»	339000,0	111429,79	270352,0	82001,862
Ростелеком	4471,0	14749,84	3261,7	10235,695
Сургутнефтегаз	109820,0	21592,055	100929,5	18948,315
ТД «ГУМ»	250,0	1111,35	97,48	417,612
Томскнефть	197,18	3546,94	14,0	255,0
Черногорнефть	22,3	326,373	12,0	175,648
Юганскнефтегаз	193,0	3795,065	33,0	609,55
СПБ телефон	547,3	1272,345	146,0	273,0

Определите:

- 1) общий объем торгов на РТС в базисном и отчетном периодах;
- 2) среднюю цену акций каждого эмитента в базисном и отчетном периодах;
- 3) изменение фондового индекса РТС в отчетном периоде по сравнению с базисным, если листинг акций не менялся и соответствует следующей структуре:

Эмитент	Количество простых акций в обращении
Черногорнефть	26 771 420
КОНДпетролиум	37 881 990
РАО «ЕЭС России»	41 041 753 984
ТД «ГУМ»	6 000 000
Иркутскэнерго	4 766 808 000
КамАЗ	125 000 000
Коминнефть	42 675 000
Красноярскэнерго	585 539 544
ЛУКОЙЛ-холдинг	649 551 391
Ленэнерго	766 035 008
Мегионнефтегаз	99 474 705
Мосэнерго	2 560 000 000
«Норильский никель»	94 499 936
Ноябрьскнефтегаз	58 908 750
Нижневартовскнефтегаз	13 662 962
Оренбургнефть	66 060 625
Пурнефтегаз	83 524 525
Ростелеком	700 312 800
Сургутнефтегаз	4123 198 841
СПБ телефон	376 690 980
Томскнефть	33 774 080
Юганскнефтегаз	40 025 205
Дальневосточное речное пароходство	1 643 593 000
Варьганнефтегаз	172 669 600

Задача 2.1.18

Определите фондовый индекс РТС в отчетном периоде, если в базисном периоде он составил 176,15 пункта, а изменения капитализированной стоимости акций соответствуют условию задачи 2.1.17.

Задача 2.1.19

По данным задачи 2.1.17 определите:

- 1) объем торгов (в тыс. шт. и тыс. \$) акциями компаний в отчетном и базисном периодах;
- 2) изменение капитализированной стоимости акций этих компаний;

3) влияние динамики объема торгов нефтяных компаний на изменение фондового индекса РТС.

Задача 2.1.20

Имеются следующие данные о капитализированной в 1999 г. стоимости части акций, входящих в фондовый индекс РТС:

	млрд р.		млрд р.
23.10	59,876	20.11	40,868
30.10	48,399	27.11	38,523
6.11	49,661	04.12	40,989
13.11	39,063	11.12	38,434

Определите:

- 1) цепные темпы роста капитализированной стоимости акций;
 - 2) фондовые индексы РТС на указанные даты, если на 23 октября он составил 185,5;
 - 3) отразите динамику фондового индекса РТС на графике.
- Сделайте выводы.

Задача 2.1.21

Имеются данные по четырем крупнейшим акционерным обществам области (данные условные):

Таблица 2.1.7

Акционерное общество	Цена, усл. ед.			Количество выпущенных акций, млн шт.		
	1996	1997	1998	1996	1997	1998
Сибэкобанк	100	100	60	2	2	4
ННТС	25	32	36	10	10	10
Оловокомбинат	18	25	25	20	20	20
Элсиб	80	100	60	5	5	10

Рассчитайте среднюю цену акций крупнейших акционерных компаний области (аналог индекса Доу-Джонса) с учетом и без учета деления акций за каждый год.

Сделайте выводы.

Задача 2.1.22

В отчетном периоде на предприятии было произведено (тыс. р.):

готовых изделий	1520
из своего сырья	312
из сырья заказчика	207
в том числе стоимость сырья заказчика	1017
полуфабрикатов	718
потреблено в своем производстве	402
реализовано на сторону	

Кроме того, за отчетный период осуществлен капитальный ремонт (тыс. р.):

своего оборудования	19
оборудования других предприятий	61

Остатки незавершенного производства составили (тыс. р.):

на начало периода	185
на конец периода	203

Остатки полуфабрикатов составили (тыс. р.):

на начало периода	322
на конец периода	139

Определите выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота) в действующих ценах за отчетный период.

Задача 2.1.23

Выпуск товаров и услуг предприятия в действующих ценах в отчетном периоде составил 716 тыс. р.

Определите внутрипроизводственный оборот предприятия, если известно, что в отчетном периоде выработано полуфабрикатов на 260 тыс. р., из которых потреблено в своем производстве на 155, реализовано на сторону на 95 тыс. р.; остатки полуфабрикатов на начало периода – 20, на конец периода – 30 тыс. р.; остатки незавершенного производства на начало периода составляли 61, на конец периода – 41 тыс. р.

Задача 2.1.24

Имеются данные по предприятию за два периода (тыс. р.):

Таблица 2.1.8

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Выпуск товаров и услуг в действующих ценах (без внутрипроизводственного оборота)	562	526
Изменение остатков полуфабрикатов	-17	+23
Изменение остатков незавершенного производства	-59	+111
Изменение остатков готовых изделий на складе	-170	-414
Изменение остатков средств в расчетах за отгруженную и неоплаченную продукцию	+8	+99

Определите изменение стоимости оплаченной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным (в абсолютном и относительном выражении): общее и под влиянием отдельных факторов.

Задача 2.1.25

Известны данные по предприятию за два года (млн р.):

Таблица 2.1.9

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Выпуск готовых изделий	38	35
Выработано полуфабрикатов	30	26
Потребление полуфабрикатов в собственном производстве	14	14
Реализация полуфабрикатов на сторону	19	15
Остатки полуфабрикатов на складах цехов предприятия	8	6
Выполнение ремонтных работ:		
капитальный ремонт офиса	17	—
капитальный ремонт своего оборудования	11	3
капитальный ремонт оборудования других заводов	16	8
Остатки незавершенного производства:		
на начало года	9	6
на конец года	6	11
Остатки средств в расчетах за отгруженную и неоплаченную продукцию:		
на начало года	2	12
на конец года	12	18
Отгруженная продукция	70	70

Определите изменение оплаченной продукции в отчетном году по сравнению с базисным (в абсолютном и относительном выражении): общее и под влиянием отдельных факторов.

Задача 2.1.26

Имеются следующие данные о товарообороте области (млн р.):

Таблица 2.1.10

Продавец	Покупатель	
	Торговые организации	Потребители товаров
Производители товаров	12 000	1500
Торговые организации	5000	1000

Определите:

- 1) оптовый, розничный и валовой товарооборот;
- 2) товарооборот производителей товаров, торгово-посреднический товарооборот и валовой товарооборот;
- 3) сальдо товарных запасов в обращении;
- 4) коэффициент звенности товародвижения.

Задача 2.1.27

По приведенным ниже данным определите:

- 1) структуру затрат на производство;

2) себестоимость продукции (работ, услуг).

Дайте общую оценку изменения структуры затрат на производство.

Таблица 2.1.11
(тыс. р.)

Элементы затрат	Предыдущий год	Отчетный год
Затраты на производство и реализацию продукции (работ, услуг)	679 960	713 870
В том числе:		
материальные затраты	477 000	479 506
затраты на оплату труда	96 000	121 358
отчисления на социальные нужды	36 960	47 330
амортизация основных средств	49 000	46 401
прочие затраты	21 000	19 275
Из общей суммы затрат на производство: относится на непроизводственные счета	2500	3700
прирост (+) или уменьшение (-) остатка по счету «Расходы будущих периодов»	-150	-200
уменьшение (-) или увеличение (+) остатка по счету «Резервы предстоящих расходов и платежей»	-300	-450
прирост (+), уменьшение (-) остатка НЗП, полуфабрикатов, инструментов, приспособлений собственной выработки, не включаемых в стоимость продукции	-180	+75

Задача 2.1.28

Имеются следующие данные:

Таблица 2.1.12
(тыс. р.)

Показатели	По плановым расчетам	Фактически
Производственная стоимость товарной продукции	3780	3672
Внепроизводственные расходы	171	187
Выручка от реализации продукции	6300	6480
НДС	158	184
Среднегодовая стоимость основных средств	25 530	26 640

Определите по плановым расчетам и фактически:

- 1) прибыль от реализации продукции;
- 2) уровень рентабельности (тремя способами).

Задача 2.1.29

Имеются следующие сведения о реализации продукции станко-строительным заводом за квартал:

Таблица 2.1.13

Станок	Реализовано, шт.	Отпускная цена 1 шт., р.	Полная себестоимость 1 шт., р.	
			Всего	В том числе материальные затраты
НС-2	50	12 500	11 560	6936
К-5	105	8400	7500	4874
РТ-16	40	14 920	14 220	9954

Кроме того, завод реализовал детали станков по отпускным ценам на 256 тыс. р. Полная себестоимость этих деталей – 210 тыс. р., в том числе материальные затраты – 132 тыс. р.

Определите:

- 1) рентабельность каждого вида реализованной продукции;
 - 2) рентабельность общую по всей реализованной продукции и по каждому ее виду, исключив из полной себестоимости материальные затраты;
 - 3) общую сумму прибыли от реализации.
- Сделайте выводы.

Задача 2.1.30

На промышленном предприятии за отчетный год валовая прибыль была увеличена в 1,75 раза, а стоимость основных средств – на 32 %.

Определите, как изменился общий уровень рентабельности предприятия за год.

Задача 2.1.31

Общая рентабельность предприятия составила в предыдущем году 14 %, а в отчетном – 18 %. Средняя годовая стоимость основных средств увеличена в отчетном году по сравнению с предыдущим годом на 5,7 %.

Определите, как изменилась валовая прибыль предприятия в отчетном году по сравнению с предыдущим.

Задача 2.1.32

По приведенным ниже данным определите:

- 1) прибыль от реализации продукции;
- 2) общее изменение прибыли от реализации продукции, в том числе вследствие изменения:
 - а) цен и тарифов;
 - б) себестоимости реализованной продукции;
 - в) объема реализованной продукции;
 - г) ассортимента реализованной продукции.

Таблица 2.1.14

Показатели	Преды- дущий год	Фактически реализованная продукция по ценам и себестоимости предыдущего года	Фактически за отчетный год
<i>Предприятие № 1</i>			
1. Выручка от реализации продукции	20 500	21 400	21 580
2. Полная себестоимость продукции	17 940	18 900	18 780
<i>Предприятие № 2</i>			
1. Выручка от реализации продукции	90 000	91 200	92 280
2. Полная себестоимость продукции	85 320	86 640	87 720
<i>Предприятие № 3</i>			
1. Выручка от реализации продукции	880 380	916 384	992 224
2. Производственная себестоимость продукции	75 400	76 356	77 476
3. Коммерческие расходы	1424	1452	1512

Задача 2.1.33

Имеются следующие данные по предприятию:

Таблица 2.1.15
(тыс. р.)

Показатели	Предыдущий год	Отчетный год
1. Валовая прибыль	49 062	52 956
2. Реализация продукции в ценах предыдущего года	398 500	418 937
3. Среднегодовая стоимость основных средств	351 437	354 062
4. Среднегодовая стоимость материальных оборотных средств	54 400	55 275

Определите:

- 1) фондоемкость продукции и фондоотдачу;
 - 2) коэффициент закрепления оборотных средств и коэффициент оборачиваемости;
 - 3) рентабельность реализованной продукции;
 - 4) рентабельность производства;
 - 5) темпы роста (в %) всех перечисленных показателей.
- Дайте характеристику вычисленным показателям и оценку работы предприятия в целом.

Задача 2.1.34

По данным задачи 2.1.33 определите общее изменение рентабельности производства в отчетном году по сравнению с предыдущим, в том числе вследствие изменения:

- а) рентабельности реализованной продукции;
- б) фондоемкости продукции (фондоотдачи);
- в) коэффициента закрепления материальных оборотных средств (коэффициента оборачиваемости).

Дайте оценку влияния отдельных факторов на рентабельность производства.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ**Пример 1**

Рассчитайте валовой внутренний продукт страны в рыночных ценах отчетного года, если известно:

	млн усл. ед.
валовой выпуск продуктов и услуг в основных ценах	1783,7
промежуточное потребление в рыночных ценах	953,4
налоги на продукты, услуги и импорт	89,6
субсидии на продукты и импорт	40,1

Решение

$$ВВП = ВВ + ЧН - ПП.$$

Здесь ВВП – валовой внутренний продукт в рыночных ценах; ВВ – валовой выпуск продуктов и услуг в основных ценах; ЧН – чистые налоги на продукты и импорт, определяемые как: ЧН = Налоги – Субсидии; ПП – промежуточное потребление.

$$ВВП = 1783,7 + (89,6 - 40,1) - 953,4 = 879,8 \text{ (млн усл. ед.)}.$$

Пример 2

Постройте «Счет использования доходов» страны, если известно, что расходы домашних хозяйств на конечное потребление в отчетном году составили 704,7 млн усл. ед. Общественными организациями, обслуживающими домашние хозяйства, использовано за этот же период на конечное потребление 27,4, а государственными учреждениями – 172,8 млн усл. ед.

Валовой национальный располагаемый доход страны за изучаемый период составил 1024,1 млн усл. ед.

Решение

Расчетная таблица

Счет использования доходов

Использование	Сумма, млн усл. ед.	Ресурсы	Сумма, млн усл. ед.
2. Конечное потребление		1. Валовой национальный располагаемый доход	1024,1
домашних хозяйств	704,7		
общественных организаций, обслуживающих домашние хозяйства	27,4		
государственных учреждений	172,8		
3. Валовое национальное сбережение	119,2		
Итого	1024,1	Итого	1024,1

$$\text{ВНС} = \text{ВНРД} - \text{КП},$$

где ВНС – валовое национальное сбережение; ВНРД – валовой национальный располагаемый доход; КП – конечное потребление.

$$\begin{aligned} \text{ВНС} &= 1024,1 - (704,7 + 27,4 + 172,8) = \\ &= 1024,1 - 904,9 = 119,2 \text{ (млн усл. ед.)}. \end{aligned}$$

Пример 3*

Имеется следующая классификация активов национального богатства, принятая в системе национального счетоводства (млрд р.):

основные фонды	280
материальные оборотные средства	110
ценности	810
затраты на геологоразведку	40
средства программного обеспечения	45
оригиналы художественных и литературных произведений	1250
земля	1900
полезные ископаемые	2600
лицензии, патенты и т. п.	140
монетарное золото	2600
специальное право заимствования	600
денежная наличность	800
депозиты	300
акции	800
займы	300

* Решение задачи 3 предоставлено Т. Н. Миназевой.

1. Определите общий объем активов национального богатства и рассчитайте объемы и удельные веса следующих компонентов:

- нефинансовых активов;
 - финансовых активов.
2. Определите структуру нефинансовых активов, выделив:
- произведенные активы и непроизведенные активы;
 - материальные активы и нематериальные активы;
 - материальные непроизведенные активы.

Решение

В соответствии с принятой классификацией национальное богатство состоит из активов, отраженных на рис. 8.

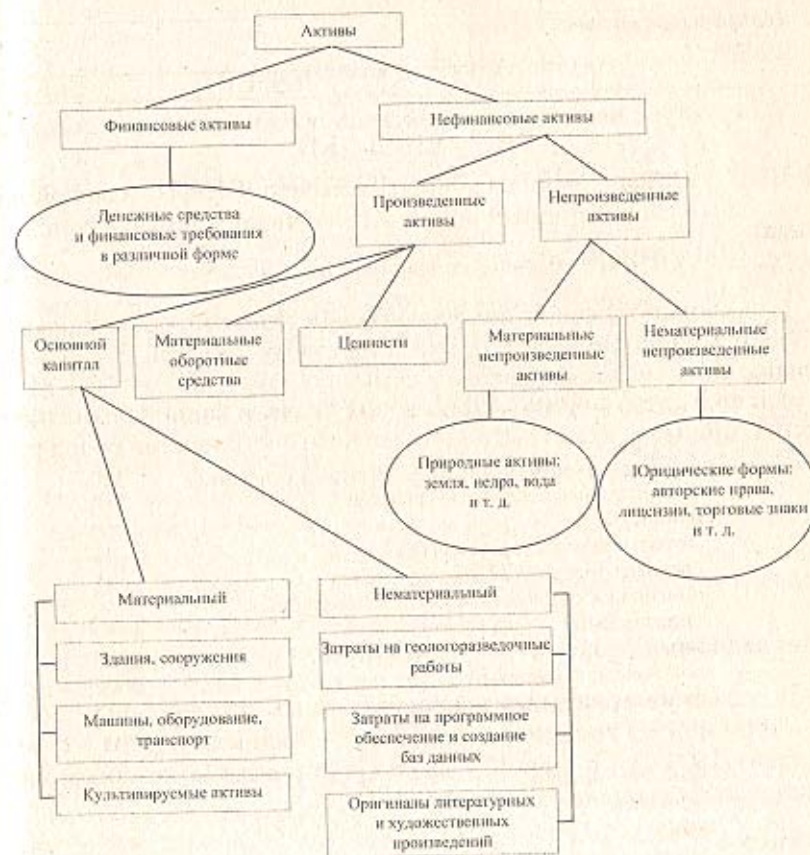


Рис. 8. Классификация активов

Из этой схемы вытекает простое решение:

Нефинансовые активы:

$$280 + 110 + 810 + 40 + 45 + 1250 + 1900 + \\ + 2600 + 140 = 7175 \text{ (млн р.)}$$

Финансовые активы:

$$2600 + 600 + 800 + 300 + 800 + 300 + 5400 \text{ (млн р.)}$$

Общий объем активов: $7175 + 5400 = 12\,575$ (млн р.).

Произведенные активы:

$$280 + 110 + 810 + 40 + 45 + 1250 = 2535 \text{ (млн р.)}$$

Непроизведенные активы:

$$1900 + 2600 + 140 = 4640 \text{ (млн р.)}$$

В структуре нефинансовых активов произведенные составляют

$$35,3 \% \left(\frac{2535}{7175} \cdot 100 = 35,3 \% \right), \text{ непроизведенные} - 64,7 \%$$

$$\left(\frac{4640}{7175} \cdot 100 = 64,7 \% \right).$$

Из условия задачи к *нематериальным* нефинансовым активам относятся лишь лицензии, патенты на сумму 140 млн р. Следовательно, *материальные активы* в сумме составят: $280 + 110 + 810 + 40 + 45 + 1250 + 1900 + 2600 = 7035$ (млн р.) или $7175 - 140 = 7035$ (млн р.).

Удельный вес нематериальных активов составит:

$$\frac{140}{7175} \cdot 100 = 2 \%,$$

$$\text{материальных активов} - \frac{7035}{7175} \cdot 100 = 98 \%,$$

В состав материальных непроизведенных активов войдут: земля – 1900 млн р., полезные ископаемые – 2600 млн р., что в сумме составит 4500 млн р. или 62,7 % от общего объема нефинансовых активов национального богатства.

Пример 4

Имеются данные по акционерному обществу за отчетный год (тыс. р.):

основные средства по первоначальной стоимости	70 400
за вычетом износа на начало года	
ввод в эксплуатацию новых основных средств	2880
за отчетный год	
списание из-за ветхости и износа за отчетный год	
основных средств по первоначальной стоимости	
за вычетом износа	790
сумма износа основных средств на начало года	17 860
износ списанных основных средств	700
сумма износа, начисленного за отчетный год	4250
стоимость выполненного за год капремонта	180

Определите:

- 1) стоимость основных средств на конец года;
- а) полную первоначальную;
- б) первоначальную за вычетом износа;
- 2) износ основных средств на конец года;
- 3) коэффициенты состояния основных средств на начало и конец года;
- 4) коэффициенты движения основных средств.

Решение

Основные средства – это совокупность средств труда, которые используются в нескольких производственных циклах, постепенно изнашиваются и переносят свою стоимость на продукт по частям в течение срока службы, не теряя при этом своей натуральной формы.

Существует несколько видов оценки основных средств:

полная первоначальная стоимость (Ф);

первоначальная за вычетом износа ($O = \Phi - И$) (остаточная первоначальная). Здесь И – стоимость износа основных средств;

полная восстановительная (Ф');

восстановительная за вычетом износа ($O' = \Phi' - И'$) (остаточная восстановительная).

Необходимость в двух последних видах оценки возникает в момент переоценки основных средств.

Полная первоначальная стоимость основных средств на конец периода определяется балансовым методом:

$$\Phi_k = \Phi_n + \Pi - В,$$

где Φ_n , Φ_k – полная первоначальная стоимость основных средств на начало и конец года, соответственно; Π – полная первоначальная стоимость поступивших из разных источников основных средств за год; $В$ – полная первоначальная стоимость основных средств, выбывших в течение года по любым причинам.

Остаточная первоначальная стоимость основных средств на конец периода:

$$O_k = O_n + П^* - В^* - A,$$

где O_n , O_k – стоимость основных средств с учетом износа на начало и конец года, соответственно; $П^*$ – остаточная стоимость поступивших из разных источников основных средств; $В^*$ – остаточная стоимость выбывших по разным причинам за год основных средств; A – годовой износ основных средств линейным способом:

$$A = \sum H_i \cdot \Phi_i.$$

Здесь H_i – норма амортизации по группе (отдельным видам) основных средств; Φ_i – полная первоначальная стоимость отдельных видов основных средств.

Рассчитаем указанные показатели по исходным данным.

1. Стоимость основных средств на конец года:

а) полная первоначальная:

$$\Phi_k = 70\,400 + 17\,860 + 2880 - (790 + 700) = 89\,650 \text{ (тыс. р.)};$$

б) первоначальная стоимость за вычетом износа:

$$O_k = 70\,400 + 2880 + 180 - 790 - 4250 = 68\,420 \text{ (тыс. р.)}.$$

2. Для проверки правильности расчетов исчислим износ основных средств на конец года двумя способами:

а) $I = \Phi - O = 89\,650 - 68\,420 = 21\,230$ (тыс. р.);

б) $17\,860 + 4250 - 180 - 700 = 21\,230$ (тыс. р.).

3. Состояние основных средств характеризуют коэффициенты годности и износа, рассчитываемые на начало и конец периода. Коэффициент износа определяется:

$$K_{\text{износа}}^{\text{н.г.}} = \frac{I_n}{\Phi_n} \cdot 100,$$

где $K_{\text{износа}}^{\text{н.г.}}$ – коэффициент износа на начало года; I_n – величина износа на начало года; Φ_n – полная первоначальная стоимость основных средств на начало года.

Аналогично рассчитывается износ на конец года.

Коэффициенты износа основных средств на начало года:

$$K_{\text{износа}}^{\text{н.г.}} = \frac{17\,860}{17\,860 + 70\,400} \cdot 100 = 20,24 \%;$$

на конец года:

$$K_{\text{износа}}^{\text{к.г.}} = \frac{21\,230}{89\,650} \cdot 100 = 23,68 \%.$$

Коэффициенты годности основных средств определяются двумя способами:

$$K_{\text{годности}}^{\text{н.г.}} = \frac{O_n}{\Phi_n} \cdot 100;$$

$$K_{\text{годности}}^{\text{н.г.}} = 1 - K_{\text{износа}}^{\text{н.г.}}$$

На конец года коэффициент годности определяется аналогично. Коэффициенты годности основных средств на начало года:

$$K_{\text{годности}}^{\text{н.г.}} = \frac{70\,400}{17\,860 + 70\,400} \cdot 100 = 79,76 \%;$$

на конец года:

$$K_{\text{годности}}^{\text{к.г.}} = \frac{68\,420}{89\,650} \cdot 100 = 76,32 \%.$$

Величина коэффициентов износа и годности свидетельствует об ухудшении состояния основных средств в отчетном году.

4. Характеристику движения основных средств дают уровни и коэффициенты поступления $\left(K_{\text{поступ}} = \frac{П}{\Phi_k} \cdot 100 \right)$; обновления

$\left(K_{\text{обнов}} = \frac{П_{\text{новыс}}}{\Phi_k} \cdot 100 \right)$ и выбытия основных средств по отдельным причинам $\left(K_{\text{выбытия}} = \frac{В}{\Phi_n} \cdot 100 \right)$.

В нашем примере коэффициент обновления основных средств равен:

$$K_{\text{обнов}} = \frac{2880}{89\,650} \cdot 100 = 3,2 \%;$$

коэффициент выбытия:

$$K_{\text{выбытия}} = \frac{790 + 700}{70\,400 + 17\,860} \cdot 100 = 1,7 \%,$$

т. е. выбывшие изношенные основные средства полностью замещены новыми.

Пример 5

Имеются данные по предприятию, тыс. р.

Таблица 2.1.16

Показатели	Базисный год	Отчетный год
Средняя годовая стоимость основных средств производственного назначения	23 250	25 900
В том числе активной части	15 500	18 226
Объем выполненных работ (в сопоставимых ценах)	46 500	49 210

Определите:

- 1) индекс динамики фондоотдачи основных средств производственного назначения;
- 2) индекс динамики объема выполненных работ;
- 3) индекс динамики стоимости основных средств производственного назначения;
- 4) взаимосвязь исчисленных индексов;
- 5) фондоотдачу активной части основных средств производственного назначения за каждый год;
- 6) долю активной части основных средств в общей их стоимости за каждый год;
- 7) влияние изменения стоимости основных средств, доли активной части основных средств на прирост объема выполненных работ в абсолютном выражении.

Решение

Фондоотдача (Φ_o) – отношение объема произведенной в данном периоде продукции (О) к средней за этот период стоимости основных средств производственного назначения $\bar{\Phi}$:

$$\Phi_o = \frac{O}{\bar{\Phi}}.$$

1. Индекс фондоотдачи основных средств производственного назначения:

$$i_{\Phi_o} = \frac{\Phi_{o1}}{\Phi_{o0}},$$

где Φ_{o0} , Φ_{o1} – фондоотдача основных средств производственного назначения в базисном и отчетном периодах соответственно.

$$i_{\Phi_o} = \frac{49\,210}{25\,900} : \frac{46\,500}{23\,250} = \frac{1,9}{2} = 0,95 \text{ (95,0 \%)}.$$

2. Индекс динамики объема выполненных работ:

$$i_O = \frac{49\,210}{46\,500} = 1,058 \text{ (105,8 \%)}.$$

3. Индекс динамики стоимости основных производственных фондов:

$$i_{\bar{\Phi}} = \frac{25\,900}{23\,250} = 1,114 \text{ (111,4 \%)}.$$

4. Взаимосвязь индексов:

$$i_{\Phi_o} = \frac{i_O}{i_{\bar{\Phi}}} = \frac{1,058}{1,114} = 0,95.$$

5. Фондоотдача активной части основных средств:

$$\Phi_o^a = \frac{O}{\bar{\Phi}^a},$$

где $\bar{\Phi}^a$ – средняя за период стоимость активной части основных средств производственного назначения.

$$\Phi_{o0}^a = \frac{46\,500}{15\,500} = 3,0 \text{ (р. с 1 р. средств);}$$

$$\Phi_{o1}^a = \frac{49\,210}{18\,226} = 2,7 \text{ (р. с 1 р. основных средств).}$$

6. Доля активной части основных средств в их общей стоимости:

$$d_0^a = \frac{15\,500}{23\,250} = 0,667;$$

$$d_1^a = \frac{18\,226}{25\,900} = 0,704.$$

7. Влияние изменения факторов на прирост объема выполненных работ:

общий прирост объема выполненных работ составляет

$$\Delta O = 49\,210 - 46\,500 = +2710 \text{ (тыс. р.)}$$

Прирост объема выполненных работ происходит под влиянием:

а) изменения стоимости основных средств:

$$\Delta O(\bar{\Phi}) = (25\,900 - 23\,250) \cdot 0,667 \cdot 3,0 = 5300,0 \text{ (тыс. р.)};$$

б) изменения доли активной части основных средств:

$$\Delta O(d^a) = 25\,900 \cdot (0,704 - 0,667) \cdot 3,0 = 2878,0 \text{ (тыс. р.)};$$

в) уменьшения фондоотдачи активной части основных средств:

$$\Delta O(\Phi_0^a) = 25\,900 \cdot 0,704 \cdot (2,7 - 3,0) = 5467,7 \text{ (тыс. р.)};$$

$$\Delta O = 5300 + 2878 - 5467,7 = +2710,3 \text{ (тыс. р.)}$$

Пример 6

По следующим данным определите календарный, режимный и располагаемый (плановый) фонды станочного времени по цеху и коэффициенты использования станочного времени за апрель:

количество установленных станков (шт.)	200
число рабочих дней в апреле	22
режим работы цеха (смены)	2
установленная продолжительность смены (ч)	8
запланированное время на ремонт станков (станко-часы)	280
фактически отработано (станко-часы)	63 097

Решение

Календарный фонд (КФ) времени использования оборудования рассчитывается перемножением численности станков на число календарных дней в периоде и на 24 часа.

$$КФ = 200 \text{ шт.} \cdot 30 \text{ дней} \cdot 24 \text{ ч} = 144\,000 \text{ (станко-часов)}.$$

Режимный фонд (РежФ) станочного времени равен произведению числа станков на число рабочих дней, на количество рабочих смен и на продолжительность смены. Режимный фонд может быть найден и как разность между календарным фондом станочного времени и величиной внережимного времени (выходные, праздничные и т. д.)

$$\text{РежФ} = 200 \text{ шт.} \cdot 22 \text{ дня} \cdot 2 \text{ смены} \cdot 8 \text{ ч} = 70\,400 \text{ (станко-часов)}$$

или

$$\begin{aligned} \text{РежФ} &= 144\,000 - 8 \text{ дн.} \cdot 24 \text{ ч} \cdot 200 \text{ шт.} - 200 \text{ шт.} \cdot 22 \text{ дня} \cdot 8 \text{ ч} = \\ &= 144\,000 - 38\,400 - 35\,200 = 70\,400 \text{ (станко-часов)}. \end{aligned}$$

Располагаемый фонд (РФ) станочного времени меньше режимного на время планового ремонта и резервное время.

$$РФ = 70\,400 - 280 = 70\,120 \text{ (станко-часов)}.$$

Коэффициенты использования станочного времени определяются как отношение фактически отработанного времени (ФВ) к фонду времени, принятому за базу сравнения (календарному, режимному, располагаемому):

$$K_{\text{исп. КФ}} = \frac{\text{ФВ}}{\text{КФ}} \cdot 100;$$

$$K_{\text{исп. РежФ}} = \frac{\text{ФВ}}{\text{РежФ}} \cdot 100;$$

$$K_{\text{исп. РФ}} = \frac{\text{ФВ}}{\text{РФ}} \cdot 100.$$

Итак,

$$K_{\text{исп. КФ}} = \frac{63\,097}{144\,000} \cdot 100 = 43,8 \%;$$

$$K_{\text{исп. РежФ}} = \frac{63\,097}{70\,400} \cdot 100 = 89,6 \%;$$

$$K_{\text{исп. РФ}} = \frac{63\,097}{70\,120} \cdot 100 = 89,9 \%.$$

Пример 7

Максимально длительная мощность электрогенератора 2000 кВт, за апрель он проработал 620 ч и выработал 756 тыс. кВт-ч энергии.

Определите коэффициенты нагрузки электрогенератора:

- 1) по времени работы (экстенсивной нагрузки);
- 2) по мощности (интенсивной нагрузки);
- 3) по объему работы (интегральной нагрузки).

Решение

1. Коэффициент экстенсивной нагрузки определяется как коэффициент использования календарного времени:

$$K_{\text{экт}} = \frac{\Phi В}{КФ} \cdot 100;$$
$$K_{\text{экт}} = \frac{620}{30 \text{ дней} \cdot 24 \text{ ч}} = \frac{620}{720} = 0,861 \text{ (86,1 \%)}.$$

2. Коэффициент интенсивной нагрузки, или коэффициент использования оборудования, по мощности рассчитывается как отношение фактической мощности оборудования (M_{ϕ}) к максимально длительной мощности (M_{max}):

$$K_{\text{интенс}} = \frac{M_{\phi}}{M_{\text{max}}}.$$

Средняя фактическая мощность равна:

$$M_{\phi} = \frac{756 \text{ 000}}{620} = 1219,4 \text{ кВт};$$
$$K_{\text{интенс}} = \frac{1219,4}{2000} = 0,610 \text{ (61,0 \%)}.$$

3. Коэффициент интегральной нагрузки определяется как отношение фактически выработанной энергии (Ξ_{ϕ}) к максимально возможному объему энергии (Ξ_{max}), которую может выработать оборудование:

$$K_{\text{интегр}} = \frac{756 \text{ 000}}{720 \cdot 2000} = \frac{756 \text{ 000}}{1 \text{ 440 000}} = 0,525 \text{ (52,5 \%)}.$$

Проверка правильности расчетов: $0,861 \cdot 0,610 = 0,525$.

Пример 8

Определите коэффициент оборачиваемости в днях и число оборотов материальных оборотных средств в базисном и отчетном периодах, если в базисном периоде реализованная продукция предприятия составила 200 тыс. р., а средний остаток материальных оборотных средств – 20 тыс. р.

В отчетном периоде при тех же оборотных средствах выручка от реализации продукции составила 280 тыс. р. Число календарных дней в отчетном и базисном периодах – 30.

Решение

1. Коэффициент оборачиваемости:

$$K_{\text{обор}} = \frac{РП}{\bar{O}},$$

где РП – реализованная в данном периоде продукция; $\bar{O}$ – средний остаток оборотных средств в данном периоде.

$$K_{\text{обор0}} = \frac{200}{20} = 10 \text{ (оборотов);}$$

$$K_{\text{обор1}} = \frac{280}{20} = 14 \text{ (оборотов).}$$

2. Продолжительность одного оборота в днях рассчитывается по формуле:

$$П = \frac{Д_{\text{календ}}}{K_{\text{обор}}},$$

где $Д_{\text{календ}}$ – календарное число дней в данном периоде. Для удобства расчетов месяц принимается равным 30, квартал – 90, год – 360 дней.

$$П_0 = \frac{30}{10} = 3,0 \text{ (дня);}$$

$$П_1 = \frac{30}{14} = 2,1 \text{ (дня).}$$

Продолжительность одного оборота сократилась на 0,9 дня или на 30 %.

Пример 9

Имеются данные по местным налогам в бюджет города:

Таблица 2.1.17

Целевые сборы на содержание	Число налогоплательщиков		Фонд оплаты труда, исчисленный исходя из минимальной зарплаты, тыс. р.		Ставка целевого сбора, %	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Территории города	150	200	1950,0	2900,0	2,5	3,7
Милиции и пожарной охраны	170	210	2295,0	2940,0	0,8	1,0

Проанализируйте динамику общей суммы местных налогов, выявив их изменение в отчетном периоде по сравнению с базисным в абсолютном и относительном выражении:

- а) общее;
- б) под влиянием отдельных факторов.

Решение

Изменение суммы вносимых в бюджет налогов происходит под влиянием:

- 1) числа налогоплательщиков (фактор a);
- 2) размера налогооблагаемого показателя, приходящегося на одного налогоплательщика (фактор b);
- 3) ставки налога (фактор c).

Произведение этих трех показателей дает общую сумму налогов ($a \cdot b \cdot c$).

Общее изменение местных налогов:

$$I_{abc} = \frac{\sum a_1 b_1 c_1}{\sum a_0 b_0 c_0} = \frac{2900 \cdot 0,037 + 2940 \cdot 0,01}{1950 \cdot 0,025 + 2295 \cdot 0,008} = \frac{136,7}{67,1} = 2,037 \text{ (203,7 \%)},$$

т. е. сумма местных налогов в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась в 2,037 раза (на 103,7 %) или на 69,6 тыс. р. (136,7 – 67,1).

Влияние первого фактора – числа налогоплательщиков – определяем как:

$$I_a = \frac{\sum a_1 b_0 c_0}{\sum a_0 b_0 c_0} = \frac{200 \cdot \frac{1950}{150} \cdot 0,025 + 210 \cdot \frac{2295}{170} \cdot 0,008}{67,1} = \frac{200 \cdot 13 \cdot 0,025 + 210 \cdot 13,5 \cdot 0,008}{67,1} = \frac{78,5}{67,1} = 1,170 \text{ (117,0 \%)},$$

т. е. за счет роста числа налогоплательщиков общая сумма местных налогов увеличилась на 17,0 % или на 11,4 тыс. р. (78,5 – 67,1).

Влияние фактора b – фонда оплаты труда, исчисленного исходя из минимальной зарплаты, в среднем на одного налогоплательщика – определяем с помощью индекса:

$$I_b = \frac{\sum a_1 b_1 c_0}{\sum a_1 b_0 c_0} = \frac{2900 \cdot 0,025 + 2940 \cdot 0,008}{78,5} = \frac{96,0}{78,5} = 1,223 \text{ (122,3 \%)},$$

т. е. из-за увеличения налогооблагаемого показателя сумма местных налогов возросла на 22,3 % или на 17,5 тыс. р.

Влияние изменения ставки налога (фактора c) определяем индексом:

$$I_c = \frac{\sum a_1 b_1 c_1}{\sum a_1 b_1 c_0} = \frac{136,7}{96,0} = 1,424 \text{ (142,4 \%)}. \quad \text{Значит, из-за роста налоговых ставок сумма местных налогов увеличилась на 42,4 % или на 40,7 тыс. р. (136,7 – 96,0).}$$

Проверка правильности расчетов:

$$I_{abc} = I_a \cdot I_b \cdot I_c = 1,170 \cdot 1,223 \cdot 1,424 = 2,037 \text{ или } 11,4 + 17,5 + 40,7 = 69,6 \text{ (тыс. р.)}.$$

Пример 10

Имеются данные о кредитовании двух отраслей по коммерческому банку (млн р.).

Таблица 2.1.18

Отрасли	Средняя годовая задолженность по ссудам		Сумма погашенных за год кредитов	
	Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
1	20,0	32,0	144	240,0
2	10,0	6,0	96	58,2
Итого	30,0	38,0	240	298,2

Рассчитайте среднее число оборотов ссуд за два года по банку и проанализируйте его динамику.

Решение

Расчет числа оборотов (k) ссуд за год определяется как отношение суммы погашенных за год ссуд к среднегодовой ссудной задолженности.

Результаты представлены в расчетной таблице, куда одновременно занесены расчеты структуры ссудной задолженности (d):

Расчетная таблица

Отрасли	Среднее число оборотов ссуд за год		Удельный вес ссудной задолженности отдельных отраслей, % к итогу	
	Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
1	7,2	7,5	66,7	84,2
2	9,6	9,7	33,3	15,8
Итого	8,0	7,85	100,0	100,0

Среднее число оборотов ссуд за год:

$$\bar{k}_0 = \frac{240}{30} = 8,0; \bar{k}_1 = \frac{298,2}{38} = 7,85.$$

Динамика числа оборотов ссуд по банку исследуется с помощью индексов средних величин:

$$I_{\text{пер.сост}} = \frac{\bar{k}_1}{\bar{k}_0};$$

$$I_{\text{пер.сост}} = \frac{7,85}{8,0} = 0,981 \text{ (98,1 \%)},$$

т. е. среднее число оборотов ссуд за год по банку снизилось на 1,9 %.

Средняя по банку оборачиваемость кредитов изменяется под влиянием изменения двух факторов:

- 1) скорости оборота ссуд по отдельным кредитваемым отраслям (измеряемой с помощью индекса постоянного состава);
- 2) структуры кредитных вложений (измеряемой с помощью индекса структурных сдвигов).

Влияние скорости оборота ссуд по отдельным кредитваемым отраслям отражает индекс фиксированного состава:

$$I_{\text{фикс.сост}} = \frac{\sum k_1 d_1}{\sum k_0 d_1} = \frac{7,85}{7,2 \cdot 0,842 + 9,6 \cdot 0,158} =$$

$$= \frac{7,85}{7,579} = 1,036 \text{ (103,6 \%)},$$

т. е. прирост средней по банку оборачиваемости кредитов за счет роста ее по отдельным отраслям составил 3,6 %.

$$I_{\text{стр.сдв}} = \frac{\sum k_0 d_1}{\sum k_0 d_0} = \frac{7,579}{8,0} = 0,947 \text{ (94,7 \%)},$$

т. е. за счет неблагоприятных структурных сдвигов в кредитных вложениях (увеличение доли кредитов с 66,7 до 84,2 % по первой отрасли, где оборачиваемость ниже, чем во второй отрасли) среднее число оборотов ссуд за год по банку уменьшилось на 5,3 %.

Проверка правильности расчетов:

$$I_{\text{пер.сост}} = I_{\text{фикс.сост}} \cdot I_{\text{стр.сдв}} = 1,036 \cdot 0,947 = 0,981.$$

Пример 11

Имеются данные о распределении вкладчиков по размеру вклада по районному отделению Сбербанка города.

Таблица 2.1.19

Исходные данные		Расчитанные данные
Группы вкладчиков по размеру вклада, р.	Число вкладчиков, тыс. ед.	Накопленные частоты
До 50	20,0	20
50–100	35,0	55
100–500	98,0	153
500–1000	116,0	269
1000–5000	29,0	298
5000–10 000	1,5	299,5
10 000–25 000	0,5	300,0
Итого	300,0	x

Рассчитайте структурные средние: медиану, 1-й и 3-й квартили, 1-й и 9-й децили.

Решение

Вначале определяются порядковые номера:

$$\text{а) медианы} = \frac{300+1}{2} = 150,5;$$

$$\text{б) 1-го квартиля} = 300/4 = 75;$$

$$\text{в) 3-го квартиля} = 3/4 \text{ от } 300 = 225;$$

$$\text{г) 1-го дециля} = 1/10 \text{ от } 300 = 30;$$

$$\text{д) 9-го дециля} = 9/10 \text{ от } 300 = 270.$$

В расчете показателей используются следующие формулы:

Медиана (см. раздел 1.3):

$$Me = x_0 + h \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}.$$

1-й квартиль (Q_1):

$$Q_1 = x_{Q_1} + h \frac{\frac{\sum f}{4} - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}};$$

3-й квартиль (Q_3):

$$Q_3 = x_{Q_3} + h \frac{3 \cdot \frac{\sum f}{4} - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}},$$

где x_{Q_1}, x_{Q_3} – нижние границы квартильных интервалов, соответственно 1-го и 3-го; h – величина квартильных интервалов; S_{Q_1-1}, S_{Q_3-1} – накопленные частоты интервала, предшествующего квартильному; f_{Q_1}, f_{Q_3} – частота квартильного интервала.

1-й дециль (D_1):

$$D_1 = x_{D_1} + h \frac{\frac{\sum f}{10} - S_{D_1-1}}{f_{D_1}}.$$

9-й дециль (D_9):

$$D_9 = x_{D_9} + h \frac{9 \cdot \frac{\sum f}{10} - S_{D_9-1}}{f_{D_9}},$$

где x_{D_1}, x_{D_9} – нижние границы децильных интервалов, соответственно 1-го и 9-го; h – величина децильных интервалов; S_{D_1-1}, S_{D_9-1} – накопленные частоты интервала, предшествующего децильному; f_{D_1}, f_{D_9} – частота децильного интервала.

Для нашего примера:

$$Me = 100 + 400 \frac{150 - 55}{98} = 100 + 400 \frac{95}{98} = 100 + 387,8 = 487,8 \text{ (р.)},$$

т. е. половина всех вкладчиков имеет вклад менее 487,8 р.

$$D_1 = 50 + 50 \frac{30 - 20}{35} = 50 + 50 \frac{10}{35} = 64,3 \text{ (р.)}.$$

Следовательно, 10 % всех вкладов – менее 64,3 р., а 90 % – больше этой суммы.

$$Q_1 = 100 + 400 \frac{75 - 55}{98} = 100 + 400 \frac{20}{98} = 181,6 \text{ (р.)},$$

т. е. у 25 % вкладчиков размер вклада не превышает этой суммы.

$$Q_3 = 500 + 500 \frac{225 - 153}{116} = 500 + 500 \frac{72}{116} = 810,3 \text{ (р.)},$$

т. е. лишь у 25 % вкладчиков размер вклада превышает сумму 810,3 р.

$$D_9 = 1000 + 4000 \frac{270 - 269}{29} = 1000 + 4000 \frac{1}{29} = 1137,9 \text{ (р.)}.$$

И лишь у 10 % вкладчиков размер вклада превышает 1137,9 р.

Пример 12

Индекс РТС рассчитывается в России с 1 сентября 1995 г., причем рассчитывается как отношение суммарной рыночной капитализации акций, включенных в листинг (список) для расчета индекса, к суммарной рыночной капитализации этих же акций на начальную дату, умноженной на значение индекса на начальную дату:

$$I_n = I_i \cdot \frac{KC_t}{KC_i}, \text{ при } KC_i = \sum_{j=1}^N (K_j \cdot P_j),$$

где I_i – значение индекса РТС на начальную дату; KC_i , KC_t – сумма рыночных капитализаций акций на начальную (i) дату (начало периода – например, начало дня) и текущую – конечную дату (t); N – число акций в списке, по которому рассчитывается индекс; K_j – количество обыкновенных акций, выпущенных j -м эмитентом на текущую дату; P_j – цена акции j -го эмитента на расчетное время, которое определяется:

$$P_j = \frac{W_j}{Q_j},$$

где W_j – суммарный объем сделок в денежном выражении (в долларах по курсу ММВБ) за расчетный период; Q_j – количество проданных акций за этот период.

Если за расчетный период сделок по данной акции в системе не совершалось, цена акции определяется как средняя арифметическая лучшей цены предложения на покупку (P_{bidi}) и лучшей цены на продажу (P_{aski}):

$$P_j = \frac{P_{bidi} + P_{aski}}{2},$$

а в случае отсутствия твердых котировок на продажу (покупку) в качестве цены акции берется:

$$P_j = P_{aski}, \text{ если } (P_{bidi}) \text{ отсутствует,}$$

$$P_j = P_{bidi}, \text{ если } (P_{aski}) \text{ отсутствует.}$$

Например, количество акций в обращении и объем торгов по акциям, включенным в листинг индекса РТС, составил:

* Официальным индексом РТС на текущую дату является его значение на 18 часов.

Эмитент	Количество простых акций в обращении	Объем торгов	
		тыс. шт.	тыс. \$
Черногорнефть	26 771 420	46,5	567,478
КОНДпетролиум	37 881 990	–	–
РАО «ЕЭС России»	41 041 753 984	270313,38	62108,225
Торговый дом «ГУМ»	6 000 000	10,00	36,00
Иркутскэнерго	4 766 808 000	15390,00	3025,838
КамАЗ	125 000 000	213,0	349,250
Коминнефть	42 675 000	23,5	105,275
Красноярскэнерго	585 539 544	900,0	229,400
ЛУКОЙЛ-холдинг	649 551 391	4005,142	77976,780
Ленэнерго	766 035 008	260,0	130,600
Мегионнефтегаз	99 474 705	82,0	375,460
Мосэнерго	2 560 000 000	24598,43	27029,630
«Норильский никель»	94 499 936	135,00	824,6
Ноябрьскнефтегаз	58 908 750	19,695	172,503
Нижневартовскнефтегаз	13 662 962	–	–
Оренбургнефть	66 060 625	40,0	223,375
Пурнефтегаз	83 524 525	103,0	715,500
Ростелеком	700 312 800	3342,0	8513,835
Сургутнефтегаз	4 123 198 841	73578,25	12526,658
СПБ телефон	376 690 980	120,0	154,500
Томскнефть	33 774 080	8,8	110,420
Юганскнефтегаз	40 025 205	16,0	221,750

Кроме того, известно, что котировка по акциям Ноябрьскнефтегаз на покупку составила 10,1 \$, а на продажу 10,94 \$, КОНДпетролиум – соответственно 11,1 и 14,9 \$, а значение фондового индекса РТС на начало расчетного периода 335,030 при капитализированной стоимости акций 32,478 млрд \$.

Решение

Для расчета фондового индекса РТС на конечную дату определим среднюю цену акции каждого эмитента и сумму рыночной капитализации акций. По результатам расчета составим расчетную таблицу:

Расчетная таблица

Эмитент	K_j , тыс. шт.	P_j , \$	KC_j , тыс. \$
Черногорнефть	26771,420	12,2038	326713,0
КОНДпетролиум	37881,990	13,0000	492465,0
РАО «ЕЭС России»	41041753,984	0,2300	9429753,4
Торговый дом «ГУМ»	6000,000	3,6000	21600,0
Иркутскэнерго	4766808,000	0,1966	937154,5

Окончание расчет. табл.

Эмитент	K _п , тыс. шт.	P _п , \$	KC _п , тыс. \$
КамАЗ	125000,000	1,6397	204962,5
Коминетфть	42675,000	4,4798	191175,5
Красноярскэнерго	585539,544	0,2549	149254,0
ЛУКОЙл-холдинг	649551,391	19,4692	12646245,9
Ленэнерго	766035,008	0,5023	384779,4
Мегионнефтегаз	99474,705	4,5788	455474,8
Мосэнерго	2560000,0	1,0988	2812928,0
«Норильский никель»	94499,936	6,1081	57721,2
Ноябрьскнефтегаз	58908,75	8,7587	515964,1
Нижневартовскнефтегаз	13662,962	10,5200	143734,4
Оренбургнефть	66060,625	5,5844	368909,0
Пурнефтегаз	83524,525	6,9466	580211,5
Ростелеком	700312,8	2,5475	1784046,9
Сургутнефтегаз	4123198,841	0,1702	701768,4
СПБ телефон	376690,98	1,2875	484989,6
Томскнефть	33774,080	12,5477	423787,0
Юганскнефтегаз	40025,205	13,8594	554725,3
Итого	x	x	33668364,3

Таким образом, фондовый индекс РТС составит:

$$I_n = 335,030 \cdot \frac{33,668}{32,478} = 347,305.$$

По сравнению с началом периода индекс увеличился на 12,275 пункта (347,305 – 335,030) или на 3,66 % (347,305/335,030).

Пример 13

Известны данные о производстве и реализации в отчетном периоде (тыс. р.):

1. Произведено готовых изделий основными цехами	26 000
В том числе:	
из материала заказчиков	4200
стоимость материала заказчика	2400
2. Реализовано готовых изделий	24 000
3. Выработано полуфабрикатов	7000
Из них:	
потреблено в своем производстве	4800
фактически реализовано на сторону	3000
4. Остатки полуфабрикатов на складах цехов:	
на начало периода	1200
на конец периода	400
5. На заводской электростанции выработано электроэнергии	1800
Из нее:	

потреблено на промышленно-производственные нужды предприятия	1400
отпущено на освещение ведомственного жилья (полностью оплачено)	400
6. Ремонтными цехами отремонтировано:	
капитально – своего оборудования	500
своих зданий и сооружений	950
оборудования по заказам со стороны	720
7. Остатки незавершенного производства:	
на начало года	860
на конец года	1024
8. Реализовано окончательно забракованных изделий	12
9. Остатки готовых изделий на складе предприятия:	
на начало периода	763
на конец периода	2013
10. Продукция отгруженная и неоплаченная покупателями:	
на начало периода	9550
на конец периода	2904

Рассчитайте валовой выпуск продуктов и услуг, выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота), отгруженную и оплаченную продукцию предприятия за отчетный период.

Решение

1. Валовой выпуск продуктов и услуг (ВВ) представляет собой суммарный итог результатов деятельности за отчетный период всех промышленно-производственных подразделений предприятия, независимо от дальнейшего использования:

$$\begin{aligned} \text{ВВ} &= 26\,000 + 7000 + 1800 + 500 + 720 + \\ &+ (1024 - 860) = 36\,184 \text{ (тыс. р.)}. \end{aligned}$$

2. Выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота (ВТ)), являясь конечным результатом производственной деятельности предприятия, не включает в себя те элементы, которые использованы на собственные внутренние нужды:

$$\begin{aligned} \text{ВТ} &= 26\,000 + (7000 - 4800) + (1800 - 1400) + 500 + 720 + \\ &+ (1024 - 860) = 29\,984 \text{ (тыс. р.)}. \end{aligned}$$

Выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота) можно рассчитать, вычитая из валового выпуска продуктов и услуг внутрипроизводственный оборот (ВЗО):

$$\text{ВТ} = \text{ВВ} - \text{ВЗО} = 36\,184 - 4800 - 1400 = 29\,984 \text{ (тыс. р.)}.$$

3. Отгруженную продукцию* (РП) определяем, вычитая из так называемой товарной продукции прирост остатков готовых изделий (ДГИ) на складе предприятия.

Товарная продукция (ТП) – это продукция, предназначенная к отпуску на сторону, поэтому в ее состав не включаются те внутризаводские элементы, которые не могут быть отгружены (отпущены) заказчику (изменение полуфабрикатов (ДПФ) и незавершенного производства (ДНЗП)). Кроме того, из состава товарной продукции исключают стоимость сырья заказчика, так как предприятие-изготовитель не несло затрат по его приобретению.

$$ТП = 29\,984 - (400 - 1200) -$$

$$- (1024 - 860) - 2400 = 28\,220 \text{ (тыс. р.)}.$$

Или:

$$ТП = 26\,000 + 3000 + 500 + 720 + 400 - 2400 = 28\,220 \text{ (тыс. р.)},$$

$$РП = 28\,220 - (2013 - 769) = 26\,976 \text{ (тыс. р.)}.$$

4. Оплаченная продукция (ОП) – это продукция, дающая сумму выручки, поступившей на счета предприятия в отчетном периоде за продукцию, отгруженную (отпущенную) покупателям в отчетном и предшествующем периодах:

$$ОП = 26\,976 - (2904 - 9550) = 33\,622 \text{ (тыс. р.)}$$

Пример 14

Имеются данные по предприятию за два года (тыс. р.):

Таблица 2.1.21

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Выпуск готовых изделий	40 000	52 800
Выработано полуфабрикатов	36 800	32 623
Потребление полуфабрикатов в своем производстве	32 000	42 000
Остатки полуфабрикатов в цехах:		
на начало года	26 002	20 422
на конец года	20 422	20 000
Реализация полуфабрикатов на сторону	391	45
Остатки незавершенного производства:		
на начало года	17 000	9400
на конец года	9400	10 716

* С 1997 г. в бухгалтерском и статистическом учете реализованной продукции считается отгруженная.

Окончание табл. 2.1.21

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Остатки готовой продукции на складе предприятия:		
на начало года	11 750	10 400
на конец года	10 400	12 530
Продукция отгруженная и неоплаченная покупателями:		
на начало года	13 190	12 750
на конец года	12 750	14 900

Определите прирост оплаченной продукции в отчетном году по сравнению с базисным:

- общий;
- под влиянием отдельных факторов.

Решение

Оплаченная продукция может быть определена как разница между выпуском товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота (ВТ)) и изменением остатков полуфабрикатов (ДПФ), незавершенного производства (ДНЗП), готовых изделий (ДГИ) и остатков средств в расчетах за отгруженную и неоплаченную продукцию (ДСР).

Представим оплаченную продукцию в виде аддитивной модели:

$$ОП = ВТ - ДПФ - ДНЗП - ДГИ - ДСР.$$

Прежде рассчитаем выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота):

- за базисный год:

$$ВТ_0 = 40\,000 + (36\,800 - 32\,000) + \\ + (9400 - 17\,000) = 37\,200 \text{ (тыс. р.)};$$

- за отчетный год:

$$ВТ_1 = 52\,800 + (32\,623 - 42\,000) + \\ + (10\,716 - 9400) = 44\,739 \text{ (тыс. р.)}.$$

Тогда оплаченная продукция:

- за базисный год:

$$ОП_0 = 37\,200 - (20\,422 - 26\,002) - (9400 - 17\,000) - \\ - (10\,400 - 11\,750) - (12\,750 - 13\,190) =$$

$$= 37\,200 - (-5580) - (-7600) - (-1350) - (-440) = \\ = 52\,170 \text{ (тыс. р.);}$$

б) за отчетный год:

$$\text{ОП}_1 = 44\,739 - (20\,000 - 20\,422) - (10\,716 - 9400) - \\ - (12\,530 - 10\,400) - (14\,900 - 12\,750) = 44\,739 - \\ - (-422) - 1316 - 2130 - 2150 = 39\,565 \text{ (тыс. р.).}$$

Уменьшение оплаченной продукции в отчетном году по сравнению с базисным годом:

а) абсолютное:

$$\Delta \text{ОП} = 39\,565 - 52\,170 = -12\,605 \text{ (тыс. р.);}$$

б) относительное:

$$d_{\Delta \text{ОП}} = \frac{\Delta \text{ОП}}{\text{ОП}_0};$$

$$d_{\Delta \text{ОП}} = \frac{-12\,605}{52\,170} \cdot 100 = -24,2 \%,$$

в том числе под влиянием отдельных факторов аддитивной модели:

1) изменения остатков полуфабрикатов:

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{ПФ}} = \frac{\Delta \text{ОП}(\text{ПФ})}{\text{ОП}_0} = \frac{\Delta \text{ПФ}_0 - \Delta \text{ПФ}_1}{\text{ОП}_0};$$

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{ПФ}} = \frac{(20\,422 - 26\,002) - (20\,000 - 20\,422)}{52\,170} \cdot 100 = -9,9 \%$$

или -5158 тыс. р. (-9,9 % от 52 170 тыс. р.);

2) изменения незавершенного производства:

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{НЗП}} = \frac{\Delta \text{ОП}(\text{НЗП})}{\text{ОП}_0} = \frac{\Delta \text{НЗП}_0 - \Delta \text{НЗП}_1}{\text{ОП}_0};$$

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{НЗП}} = \frac{(9400 - 17\,000) - (10\,716 - 9400)}{52\,170} \cdot 100 = \\ = -17,1 \% \text{ или } -8916 \text{ тыс.р.};$$

3) изменение остатков готовых изделий:

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{ГИ}} = \frac{\Delta \text{ОП}(\text{ГИ})}{\text{ОП}_0} = \frac{\Delta \text{ГИ}_0 - \Delta \text{ГИ}_1}{\text{ОП}_0};$$

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{ГИ}} = \frac{(10\,400 - 11\,750) - (12\,530 - 10\,400)}{52\,170} \cdot 100 = \\ = -6,7 \% \text{ или } -3480 \text{ тыс. р.};$$

4) изменение остатков средств в расчетах за отгруженную и неоплаченную продукцию:

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{СР}} = \frac{\Delta \text{ОП}(\text{СР})}{\text{ОП}_0} = \frac{\Delta \text{СР}_0 - \Delta \text{СР}_1}{\text{ОП}_0};$$

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{СР}} = \frac{(12\,750 - 13\,190) - (14\,900 - 12\,750)}{52\,170} \cdot 100 = \\ = -5 \% \text{ или } -2590 \text{ тыс. р.};$$

5) изменение выпуска товаров и оказание услуг (без внутрипроизводственного оборота):

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{ВТ}} = \frac{\Delta \text{ОП}(\text{ВТ})}{\text{ОП}_0} = \frac{\text{ВТ}_1 - \text{ВТ}_0}{\text{ОП}_0};$$

$$d_{\Delta \text{ОП}}^{\text{ВТ}} = \frac{44\,739 - 37\,200}{52\,170} \cdot 100 = +14,5 \% \text{ или } +7539 \text{ тыс. р.}$$

Проверим правильность расчетов, суммируя пофакторные приросты:

$$\Delta \text{ОП} = \Delta \text{ОП}(\text{ВТ}) + \Delta \text{ОП}(\text{ПФ}) + \Delta \text{ОП}(\text{НЗП}) + \\ + \Delta \text{ОП}(\text{ГИ}) + \Delta \text{ОП}(\text{СР});$$

$$\Delta \text{ОП} = 7539 + (-5158) + (-8916) + (-3480) + (-2590) = \\ = -12\,605 \text{ (тыс. р.),}$$

т. е. полученный результат равен общему снижению реализованной продукции, что свидетельствует о правильности произведенных расчетов. Аналогичную проверку можно осуществить, используя результаты расчетов в относительном выражении:

$$d_{\Delta ОП} = d_{\Delta ОП}^{ВТ} + d_{\Delta ОП}^{ПФ} + d_{\Delta ОП}^{НЗП} + d_{\Delta ОП}^{ГИ} + d_{\Delta ОП}^{СР} =$$

$$= +14,5 + (-9,9) + (-17,1) + (-6,7) + (-5) = -24,2 \%$$

Пример 15

Имеются следующие данные о товарообороте области (млн р.):

Таблица 2.1.22

Продавец	Покупатель	
	Торговые организации	Потребители товаров
Производители товаров	13 000	1700
Торговые организации	7000	2000

Определите:

- 1) оптовый, розничный и валовой товарооборот;
- 2) торгово-посреднический товарооборот;
- 3) сальдо товарных запасов в обращении;
- 4) товарооборот производителей товаров;
- 5) коэффициент звенности товародвижения.

Решение

1. Оптовый товарооборот: $13\,000 + 7000 = 20\,000$ млн р.
2. Розничный товарооборот: $1700 + 2000 = 3700$ млн р. (чистый товарооборот).
3. Валовой товарооборот: $20\,000 + 3700 = 23\,700$ млн р.
4. Торгово-посреднический товарооборот: $7000 + 2000 = 9000$ млн р.
5. Сальдо товарных запасов: $13\,000 - 3700 = 9300$ млн р. (поступившая товарная масса – 13 000 млн р.).
6. Товарооборот производителей: $13\,000 + 1700 = 14\,700$ млн р.
7. $K_{\text{звенности}} = \text{валовой товарооборот} / \text{чистый товарооборот} = 23\,700 / 3700 = 6,4$ звена.

Пример 16

По приведенным ниже данным определите:

- 1) производственную и полную себестоимость продукции (работ, услуг) по плановым расчетам и фактически;
- 2) удельный вес каждой отдельной статьи затрат в полной себестоимости продукции;
- 3) экономию или перерасход затрат по сравнению с плановыми расчетами:
 - а) по каждой статье;

б) в целом по всем затратам;

4) влияние изменения затрат по отдельным статьям на общий процент отклонения фактической себестоимости от плановых расчетов.

Укажите резервы, использование которых обеспечит дальнейшее снижение себестоимости продукции.

Таблица 2.1.23

(тыс. р.)

Статьи затрат	Фактический выпуск товарной продукции в оценке по себестоимости			
	квартальный плана	фактической	квартальный плана	фактической
	Предприятие 1		Предприятие 2	
Сырье и материалы	458 000	446 000	257 000	253 000
Топливо и энергия всех видов на технологические цели	6800	7600	5200	4800
Затраты на оплату труда	107 600	109 000	75 600	72 400
Расходы по освоению производства	40 000	41 000	–	–
Потери от брака	x	4800	x	6200
Расходы по содержанию и эксплуатации оборудования	67 000	65 000	31 000	39 000
Общепроизводственные расходы	110 000	101 600	84 000	90 000
Общехозяйственные расходы	86 000	72 800	72 000	73 000
Производственная себестоимость	?	?	?	?
Коммерческие расходы	22 000	28 000	14 000	16 800

Решение

Решение примера можно выполнить по нижеприведенной схеме:

Расчетная таблица

Статьи затрат	Фактический выпуск продукции в оценке по себестоимости, тыс. р.		Структура затрат, %		Экономия (+), перерасход (-) против плана		Процент отклонения фактической себестоимости от плановой
	квартального плана	фактической	квартального плана	фактической	тыс. р. (гр.1 - гр.2)	% (гр.5/гр.1) × 100	(гр.5/итог гр.1) · 100
А	1	2	3	4	5	6	7
Сырье и материалы	458 000	446 000	стро-кал/полная себестоимость		-12 000	-2,62	(-12 000/итог гр.1) · 100
и т. д.							

Пример 17

На машиностроительном заводе имеются следующие сведения о реализации товарной продукции:

Таблица 2.1.24
(тыс. р.)

Показатели	Предыдущий год	Фактически реализованная продукция по ценам и себестоимости предыдущего года	Фактически за отчетный год
Полная себестоимость товарной продукции	380 ($\sum q_0 z_0$)	400 ($\sum q_1 z_0$)	464 ($\sum q_1 z_1$)
Выручка от реализации товарной продукции	470 ($\sum q_0 p_0$)	500 ($\sum q_1 p_0$)	590 ($\sum q_1 p_1$)

Определите:

- 1) прибыль от реализации продукции;
- 2) общее изменение прибыли от реализации продукции, в том числе вследствие изменения:
 - а) цен и тарифов;
 - б) себестоимости реализованной продукции;
 - в) объема реализованной продукции;
 - г) ассортимента реализованной продукции.

Решение

1. Прибыль от реализации продукции (ПР):

$$\text{ПР} = \text{РП (без НДС)} - \text{З}_{\text{пр}},$$

где РП – выручка от реализации продукции; $\text{З}_{\text{пр}}$ – полная себестоимость товарной продукции (производственные затраты).

Прибыль от реализации продукции составит:

а) за предыдущий год:

$$\sum q_0 p_0 - \sum q_0 z_0 = 470 - 380 = 90 \text{ (тыс. р.)};$$

б) фактически за отчетный год по ценам и себестоимости за предыдущий год:

$$\sum q_1 p_0 - \sum q_1 z_0 = 500 - 400 = 100 \text{ (тыс. р.)};$$

в) фактически за отчетный год:

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_1 z_1 = 590 - 464 = 126 \text{ (тыс. р.)}.$$

2. Общее изменение прибыли от реализации продукции:

$$\Delta \text{ПР} = \text{ПР}_1 - \text{ПР}_0 = 126 - 90 = +36 \text{ (тыс. р.)},$$

в том числе:

а) вследствие изменения цен и тарифов:

$$\Delta \text{ПР}(p) = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 590 - 500 = +90 \text{ (тыс. р.)};$$

б) вследствие изменения себестоимости реализованной продукции:

$$\Delta \text{ПР}(z) = -(\sum q_1 z_1 - \sum q_1 z_0) = -(464 - 400) = -64 \text{ (тыс. р.)}$$

Вследствие увеличения себестоимости прибыль уменьшилась на 64 тыс. р.;

в) вследствие изменения объема реализации:

$$\Delta \text{ПР}(q) = \text{ПР}_0 \cdot (I_q - 1);$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{500}{470} = 1,064 \text{ (106,4 \%)},$$

следовательно, прибыль увеличилась на 6,4 %, а именно:

$$\Delta \text{ПР}(q) = 90 \cdot (1,064 - 1) = +5,7 \text{ (тыс. р.)};$$

г) вследствие изменения ассортимента реализованной продукции:

$$\Delta \text{ПР}(\text{асс}) = \left(\frac{\text{ПР}_1}{\sum q_1 p_0} - \frac{\text{ПР}_0}{\sum q_0 p_0} \right) \cdot \sum q_1 p_0 =$$

$$= \left(\frac{100}{500} - \frac{90}{470} \right) \cdot 500 = +4,3 \text{ (тыс. р.)}$$

Итак, общее изменение прибыли равно:

$$\Delta \text{ПР} = \Delta \text{ПР}(p) + \Delta \text{ПР}(z) + \Delta \text{ПР}(q) + \Delta \text{ПР}(\text{асс}) =$$

$$= (+90) + (-64) + (5,7) + (+4,3) = +36 \text{ (тыс. р.)}$$

следовательно, сумма прибыли от реализации продукции увеличена в основном за счет повышения цен и тарифов.

Пример 18

По нижеприведенным данным рассчитайте показатели рентабельности за два смежных года и определите общее изменение рентабельности предприятия в отчетном году по сравнению с предыдущим, а также под влиянием отдельных факторов.

Таблица 2.1.25

Показатели	Условное обозначение	Предыдущий год	Отчетный год
1. Выручка от реализации продукции, без НДС, р.	РП	212 352	223 430
2. Балансовая прибыль	ПБ	26 164	28 238
3. Среднегодовая стоимость основных производственных средств, р.	$\bar{\Phi}$	187 428	188 836
4. Среднегодовая стоимость материальных оборотных средств, р.	$\bar{O}$	29 014	29 480
<i>Расчетные показатели</i>			
5. Среднегодовая стоимость ОС и МОС, р.	$\bar{\Phi} + \bar{O}$	216 442	218 316
6. Фондоёмкость продукции (с.3/с.1), к./р.	$\frac{1}{H}$	88,26	84,52
7. Коэффициент закрепления (с.4/с.1), к./р.	$\frac{1}{K}$	13,66	13,19
8. Рентабельность продукции (с.2/с.1), к./р.	R	12,32	12,64
9. Рентабельность производства (с.2/с.5) или (с.8/(с.6 + с.7)), к./р.	$R_{\text{пр}}$	12,09	12,93

Решение

Общее изменение рентабельности составило:

$$\Delta R_{\text{пр}} = \Delta R_{\text{пр}1} - \Delta R_{\text{пр}0} = 12,93 - 12,09 = +0,84 \text{ (к./р.)}$$

в том числе:

1) вследствие увеличения рентабельности продукции:

$$\Delta R_{\text{пр}}(R) = \frac{R_1}{\frac{1}{H_0} + \frac{1}{K_0}} - \frac{R_0}{\frac{1}{H_0} + \frac{1}{K_0}} = \frac{R_1}{\frac{1}{H_0} + \frac{1}{K_0}} - R_{\text{пр}0} =$$

$$= \frac{12,64}{88,26 + 13,66} - 12,09 = 12,40 - 12,09 = +0,31 \text{ (к./р.)}$$

т. е. увеличение рентабельности продукции повлекло за собой увеличение рентабельности производства на 0,31 к./р.;

2) вследствие снижения фондоемкости продукции (увеличения фондоотдачи):

$$\Delta R_{\text{пр}}(H) = \frac{R_1}{\frac{1}{H_1} + \frac{1}{K_0}} - \frac{R_1}{\frac{1}{H_0} + \frac{1}{K_0}} = \frac{12,64}{84,52 + 13,66} - \frac{12,64}{88,26 + 13,66} =$$

$$= 12,87 - 12,40 = +0,47 \text{ (к./р.)}$$

Следовательно, рентабельность производства увеличилась в результате улучшения использования основных производственных фондов на 0,47 к./р.;

3) вследствие снижения коэффициента закрепления (увеличения коэффициента оборачиваемости):

$$\Delta R_{\text{пр}}(K) = \frac{R_1}{\frac{1}{H_1} + \frac{1}{K_1}} - \frac{R_1}{\frac{1}{H_1} + \frac{1}{K_0}} = \Delta R_{\text{пр}1} - \frac{R_1}{\frac{1}{H_1} + \frac{1}{K_0}} =$$

$$= 12,93 - \frac{12,64}{84,52 + 13,66} = 12,93 - 12,87 = +0,06 \text{ (к./р.)}$$

т. е. вследствие ускорения оборачиваемости оборотных средств рентабельность производства увеличилась на 0,06 к./р.

Итак,

$$\Delta R_{\text{пр}} = R_{\text{пр}}(R) + \Delta R_{\text{пр}}(H) +$$

$$+\Delta R_{\text{пр}}(K) = (+0,31) + (+0,47) + (+0,06) = +0,84 \text{ (к./р.)}.$$

2.2. СТАТИСТИКА ЧИСЛЕННОСТИ, СОСТАВА И ЗАНЯТОСТИ НАСЕЛЕНИЯ

Задача 2.2.1

Имеются следующие данные о численности и естественном движении населения двух областей региона в 1994–1999 гг.:

Таблица 2.2.1

Год	Область М			Область Н		
	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.
1994	2412	67 536	19 296	2382	61 932	19 056
1995	2645	71 415	21 160	2380	59 500	19 040
1996	2665	66 625	22 386	2394	55 062	21 546
1997	2713	65 112	23 603	2396	43 128	23 960
1998	2732	57 372	24 588	2408	36 120	26 488
1999	2694	43 104	24 246	2415	28 980	26 565
2000	2716	—	—	2420	—	—

1. Постройте годовые балансы динамики численности населения по двум областям, определите влияние естественного движения и миграции населения на формирование населения в 1994–1999 гг.

2. Проанализируйте динамику численности населения двух областей путем расчета показателей: абсолютного прироста, темпов роста и прироста, среднегодовых темпов роста и прироста, коэффициента опережения роста населения в одной из областей по сравнению с другой областью.

3. Рассчитайте общие коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста, «оборота» населения, коэффициенты жизненности населения и экономичности воспроизводства в каждой из областей, сравните их значения между собой, дайте оценку.

4. Определите тип динамики численности населения в каждой из областей.

Задача 2.2.2

По статистическим данным одной из областей региона миграция населения за 1995–2000 гг. характеризуется таким образом:

Таблица 2.2.2

(тыс. чел.)

Год	Среднегодовая численность населения			Прибывшие			Убывшие		
	Всего	В том числе		Всего	В том числе		Всего	В том числе	
		мужчин	женщин		мужчин	женщин		мужчин	женщин
1995	2528	1235	1293	39,2	23,8	15,4	21,6	13,4	8,2
1996	2655	1275	1380	26,2	15,6	10,6	22,6	15,0	7,6
1997	2689	1318	1371	28,6	18,6	10,0	24,0	16,0	8,0
1998	2722	1334	1388	23,8	15,4	8,4	22,8	15,4	7,4
1999	2713	1329	1384	24,2	15,8	8,4	20,8	14,2	6,6
2000	2705	1325	1380	24,5	15,2	9,3	20,5	14,0	6,5

Определите:

1) показатели соотношения численности мужчин и женщин в области и среди мигрантов;

2) абсолютные и относительные показатели миграции населения в области, отдельно для мужчин и женщин.

Выявите особенности миграции населения отдельных полов. Покажите тенденции развития миграционных процессов в области за 1995–2000 гг.

Задача 2.2.3

Имеются данные о возрастном-половом составе населения региона по материалам переписи 1979 и 1989 гг.:

Таблица 2.2.3

Возрастные группы	Население региона			
	на 17.01.1979		на 12.01.1989	
	Мужчины	Женщины	Мужчины	Женщины
0–9	25,1	19,8	20,0	18,0
10–19	17,1	13,7	16,5	16,0
20–29	18,1	13,5	16,4	17,0
30–39	13,9	15,2	14,9	15,0
40–49	9,2	12,2	12,2	12,4
50–59	7,4	10,6	9,4	10,0
60–69	6,5	10,3	7,7	8,0
70–79	2,1	3,6	2,2	2,6
80–89	0,5	1,0	0,6	0,9
90 и старше	0,1	0,1	0,1	0,1
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0

Постройте возрастные пирамиды, определите тип возрастной структуры населения, коэффициенты старости и долголетия за 1979 и 1989 гг. Проведите сравнительный анализ изменений в возрастной структуре населения за эти годы.

Задача 2.2.4

На основе следующих данных найдите недостающие показатели в таблице смертности городского населения области М за 1999–2000 гг.:

Таблица 2.2.4

X возраст	Мужчины				Женщины			
	l_x	q_x	L_x	e_x	l_x	q_x	L_x	e_x
16	93 251	0,00152		51,04	94 607		94 569	
17		0,00167				0,00091	94 437	58,42
18	92 954		92 869	49,20	94 444	0,00102		57,48
19		0,00203	92 690	48,29		0,00112	94 295	
20	92 596	0,00230		47,39	94 242		94 186	55,60
21		0,00261	92 262	46,50	94 130		94 071	
22	92 142	0,00291				0,00131		53,73

При расчетах учтите, что T_{23} для мужчин – 4 111 362, для женщин – 4 957 339.

Дайте пояснения к полученным расчетам. Для возрастных групп мужчин и женщин от 16 лет до 21 года определите коэффициенты дожития.

Задача 2.2.5

На основе следующих данных по населению районов А и В определите численность женщин, вступающих в рабочий возраст и выходящих из него, в 1996–2000 гг.

Таблица 2.2.5

X возраст	Район А		Район В	
	Среднее число живущих (L_0)	Численность женщин на 01.01.96	Среднее число живущих (L_0)	Численность женщин на 01.01.96
12	96 612	18 920	96 711	19 132
13	96 584	19 230	96 574	19 275
14	96 498	19 780	96 508	19 797
15	96 399	19 510	96 402	19 901
16	96 340	19 530	96 343	20 236
...				

Окончание табл. 2.2.5

X возраст	Район А		Район В	
	Среднее число живущих (L_0)	Численность женщин на 01.01.96	Среднее число живущих (L_0)	Численность женщин на 01.01.96
51	88 948	23 930	88 954	18 944
52	88 562	23 083	88 583	19 011
53	87 984	22 074	87 992	19 315
54	87 412	21 592	87 422	19 427
55	86 872	20 384	86 913	19 850

Сравните полученные данные по годам и на конец изучаемого периода по районам.

Задача 2.2.6

Имеются следующие данные о возрастных показателях смертности мужчин и женщин страны на конец 2000 г.:

Таблица 2.2.6

Возрастная группа	Число умерших на 1000 человек соответствующей возрастной группы, ‰		Стандарт возрастной структуры населения, %
	Мужчин	Женщин	
Все население	16,1	13,0	100,0
0–4	4,6	3,4	6,0
5–9	0,6	0,5	8,2
10–14	0,8	0,4	7,7
15–19	2,0	0,9	7,2
20–24	3,8	1,0	6,7
25–29	5,1	1,2	6,5
30–34	7,1	1,7	8,4
35–39	9,2	2,3	8,6
40–44	13,3	3,7	7,8
45–49	17,8	5,4	5,0
50–54	25,3	7,9	5,3
55–59	31,3	10,9	6,0
60–64	45,3	16,7	5,2
65–69	59,4	25,6	4,9
70 и старше	118,8	87,8	6,5

Рассчитайте стандартизованные коэффициенты смертности мужчин и женщин, сравните полученные показатели.

Задача 2.2.7

На начало года численность наличного населения района составила 19 705 чел., временно проживающих было 510 чел., из

числа постоянно проживающих временно отсутствовало 430 чел. Из общего числа постоянно проживающих лиц моложе трудоспособного возраста было 5880 чел., трудоспособного – 10 200 чел.

В течение года: родилось 329 чел., умерло – 161, переехало на постоянное жительство в район из других местностей 760, из числа постоянно проживающих выехало в другие районы на постоянное жительство 744 чел.

Определите:

- 1) численность постоянного населения района на начало и конец года;
- 2) среднегодовую численность постоянного населения района;
- 3) показатели естественного движения: коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста, жизненности, оборота населения, экономичности воспроизводства;
- 4) показатели миграции: коэффициенты прибытия, убытия, миграции;
- 5) относительные величины координации и возрастной структуры населения.

Проанализируйте полученные показатели. Сделайте выводы о динамике и источниках роста (снижения) численности постоянного населения района. Назовите виды рассчитанных относительных и средних величин.

Задача 2.2.8

На начало года численность наличного населения района А составляла 28 143 чел., из них 304 чел. проживало временно. Из постоянно проживающих 258 чел. временно отсутствовало. Из общего числа постоянно проживающих в трудоспособном возрасте было 15 620, старше трудоспособного – 5457 чел.

В течение года: у постоянного населения района родилось 378 детей, умер – 401 чел., из числа постоянно проживающих выехало в другие населенные пункты 1614 чел., переехало на постоянное жительство из других местностей 2191 чел.

Определите:

- 1) численность постоянного населения района на начало и конец года;
- 2) среднегодовую численность постоянного населения района;
- 3) показатели естественного движения: коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста, жизненности, оборота населения, экономичности воспроизводства;
- 4) показатели миграции: коэффициенты прибытия, убытия, миграции;

5) относительные величины координации и возрастной структуры населения.

Проанализируйте полученные показатели. Сделайте выводы о динамике и источниках роста (снижения) численности постоянного населения района. Назовите виды рассчитанных относительных и средних величин.

Задача 2.2.9

Имеются следующие данные о численности населения, числе родившихся и умерших в России в 1990–1995 гг.:

Таблица 2.2.6

Год	Население на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.
1990	148 041	1 988 856	1 655 993
1991	148 543	1 794 626	1 690 657
1992	148 704	1 587 644	1 807 441
1993	148 673	1 378 983	2 129 339
1994	148 366	1 408 159	2 301 366
1995	148 306	1 363 806	2 203 811
1996	147 976		

Определите:

- 1) среднюю численность населения за каждый год;
- 2) коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста населения по годам;
- 3) коэффициенты миграционного прироста населения;
- 4) коэффициенты жизненности, экономичности воспроизводства населения.

Задача 2.2.10

За отчетный год по области исчислены следующие показатели:

коэффициент брачной плодовитости	122,0 ‰
коэффициент внебрачной плодовитости	25,0 ‰
доля женщин, состоящих в браке	0,54

Определите коэффициент общей плодовитости для населения области за отчетный год.

Задача 2.2.11

Рынок труда в Российской Федерации характеризуется следующими данными:

Таблица 2.2.7

Страна, регион	Численность экономически активного населения на конец года, тыс. чел.		Численность населения на начало года, тыс. чел.		
	1992	1993	1992	1993	1994
Российская Федерация	75626,1	74971,7	148 704	148 673	148 366
Западно-Сибирский район	9230,0	9630,0	15 167	15 163	15 138
Новосибирская область	1112,5	1089,2	2803	2803	2792

Для анализа рынка труда рассчитайте по общей численности населения и по экономически активному населению в разрезе указанных территорий:

- 1) абсолютные приросты,
- 2) темпы динамики.

Найдите долю экономически активного населения в общей численности населения.

Сделайте выводы.

Задача 2.2.12

Имеются следующие данные по отдельным регионам страны на конец 1993 г., тыс. чел.:

Таблица 2.2.8

Страна, регион	Численность экономически активного населения	Общая численность безработных	Численность безработных, зарегистрированных в службе занятости	Удельный вес женщин	
				в общей численности безработных	в численности зарегистрированных безработных
Российская Федерация	74971,7	4120,2	835,5	48,2	67,9
Западно-Сибирский район	9630,0	830,0	80,0	56,7	49,5
Новосибирская область	1089,2	92,1	13,3	48,8	81,7

По этим данным по каждой территории определите:

1) удельный вес безработных в экономически активном населении;

2) удельный вес безработных, зарегистрированных в службе занятости, в численности экономически активного населения.

Охарактеризуйте женскую безработицу.

Сделайте выводы.

Задача 2.2.13

Имеется распределение безработных по возрасту (данные выборочного обследования по проблемам занятости, проведенного в октябре 1995 г.), в % к итогу.

Таблица 2.2.9

Страна, регион	Всего безработных	В том числе в возрасте, лет						
		15-19	20-24	25-29	30-49	50-54	55-59	60-72
Российская Федерация	100	13,6	16,8	11,9	43,4	5,6	5,1	3,6
Западно-Сибирский район	100	23,8	23,8	11,9	38,1	0,0	0,0	2,4
Новосибирская область	100	15,3	18,8	13,3	43,2	4,7	3,1	1,6

Определите по каждой территории:

- 1) средний возраст безработных;
- 2) регион с демографически старым населением.

Секторной диаграммой охарактеризуйте распределение безработных по возрасту.

Задача 2.2.14

Имеются следующие сведения о высвобождении работников региона за 1998-2000 гг.:

Таблица 2.2.10

Численность работников	Среднеспи- сочная числен- ность, чел.	Намечено к высвобождению, чел.		
		Всего	Жен- щин	Лиц предпен- сионного возраста
1998 г.				
Всего	162 441	2553	1904	322
Из них по формам собственности:				
а) государственная и муниципальная	124 736	1656	1236	215
б) общественных объединений и организаций	960	18	14	3
в) частная	1007	143	1266	8
г) смешанная	2001	43	27	7
Из строки 1 по отраслям народного хозяйства:				
а) промышленность	88 117	1010	724	114
б) сельскохозяйственное производство	13 368	209	141	49
в) транспорт и связь	17 554	212	112	31
г) строительство	6830	185	129	22
д) торговля и общественное питание	13 352	471	436	45
е) жилищно-коммунальное хозяйство	1258	30	14	3
ж) бытовое обслуживание	583	17	14	2
з) управление	365	14	10	2
и) наука	10 318	72	51	11
к) другие отрасли	10 696	333	273	43
1999 г.				
Всего	54 968	1613	1081	40
Из них по формам собственности:				
а) государственная и муниципальная	33 735	918	546	87
б) общественных объединений и организаций	2252	56	32	5
в) частная	3382	185	153	7
г) смешанная	19 899	454	360	41
Из строки 1 по отраслям народного хозяйства:				
а) промышленность	24 701	485	399	23
б) сельскохозяйственное производство	15 604	224	164	30
в) транспорт и связь	4826	425	140	43
г) строительство	630	16	5	1

Окончание табл. 2.2.10

Численность работников	Среднеспи- сочная числен- ность, чел.	Намечено к высвобождению, чел.		
		Всего	Жен- щин	Лиц предпен- сионного возраста
д) торговля и общественное питание	7182	294	259	25
е) жилищно-коммунальное хозяйство	933	8	8	0
ж) бытовое обслуживание	339	42	31	3
з) управление	7	2	2	1
и) наука	148	6	5	0
к) другие отрасли	4897	111	78	14
2000 г.				
Всего	145 268	2835	1961	256
Из них по формам собственности:				
а) государственная и муни- ципальная	88 014	1326	920	143
б) общественных объедине- ний и организаций	2231	98	60	5
в) частная	25 667	405	312	28
г) смешанная	29 356	1006	669	80
Из строки 1 по отраслям на- родного хозяйства:				
а) промышленность	87 441	1193	841	106
б) сельскохозяйственное производство	7819	354	199	28
в) транспорт и связь	11 918	185	107	14
г) строительство	3311	127	53	19
д) торговля и общественное питание	5662	244	209	8
е) жилищно-коммунальное хозяйство	3959	90	83	7
ж) бытовое обслуживание	836	37	24	2
з) управление	448	6	6	—
и) наука	5581	62	32	13
к) другие отрасли	18 293	535	407	57

Определите по формам собственности и отраслям народного хозяйства:

1) тенденцию в численности лиц, намеченных к высвобождению, для чего рассчитайте для всей численности высвобождаемых, в том числе женщин и лиц предпенсионного возраста:

а) среднегодовой уровень;

б) темпы роста (цепной, базисный и средний);

- 2) показатели структуры высвобождаемых;
 - 3) долю высвобождаемых в средней списочной численности.
- Расчеты представьте в таблице. Сделайте выводы.

Спрогнозируйте ситуацию на ближайшие два года, используя метод экстраполяции.

Задача 2.2.15

Распределение безработных области по продолжительности безработицы по состоянию на конец отчетного периода за 1998–2000 гг. выглядит следующим образом:

Таблица 2.2.11

Продолжительность безработицы	Всего, чел.	Из них	
		молодежь 16–29 лет	женщины
1998 г.			
До 1 месяца	1623	643	1310
От 1 до 4 месяцев	5828	1679	4554
От 4 до 8 месяцев	4043	1222	3385
От 8 до 1 года	1024	302	871
Более 1 года	122	33	102
1999 г.			
До 1 месяца	2747	930	1851
От 1 до 4 месяцев	7407	2388	5356
От 4 до 8 месяцев	6218	2052	4677
От 8 до 1 года	4643	1249	3477
Более 1 года	2234	531	1836
2000 г.			
До 1 месяца	2525	834	1625
От 1 до 4 месяцев	8340	2931	5879
От 4 до 8 месяцев	6517	2183	4738
От 8 до 1 года	5181	1479	3692
Более 1 года	4060	801	3248

Охарактеризуйте динамику безработицы, рассчитав за каждый год для всех безработных, молодежи, женщин:

- 1) среднюю продолжительность безработицы;
- 2) структуру продолжительности безработицы.

Изобразите динамику рассчитанных показателей графически. Сделайте выводы.

Задача 2.2.16

Имеются следующие данные за два периода:

Таблица 2.2.12

(%)

Показатели	Базисный период	Отчетный период
1. Коэффициент занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста	95,0	95,5
2. Доля трудоспособного населения трудоспособного возраста	59,0	61,0
3. Доля населения трудоспособного возраста	97,0	98,0
4. Доля трудовых ресурсов	60,0	61,0

Рассчитайте индекс занятости, оцените степень влияния факторов, составляющих индексную модель.

Задача 2.2.17

Имеются следующие данные о численности и движении безработных по одному из отделений службы занятости:

Численность безработных на 1.01.2001 г.	1608
В течение I квартала:	
принято на учет	149
снято с учета	132
в том числе в связи:	
с оформлением на досрочную пенсию	24
направлением на профессиональное обучение	28
трудоустройством	80
из них:	
после завершения профессионального обучения	29

Определите:

- 1) численность безработных по отделению фонда занятости на 1.04.2001 г.;
- 2) относительный уровень безработицы, если известно, что среднемесячная численность занятых в регионе – 60 тыс. чел.;
- 3) относительный коэффициент пополнения безработных;
- 4) относительный коэффициент снятия с учета безработных;
- 5) структуру снятых с учета безработных.

Задача 2.2.18

По одному из регионов Западной Сибири имеются следующие данные о численности официально зарегистрированных в службе занятости безработных (на конец отчетного периода):

		тыс. чел.			тыс. чел.
1999	декабрь	26,6	2000	июль	24,0
2000	январь	26,8		август	23,9
	февраль	27,9		сентябрь	23,4
	март	27,8		октябрь	23,6
	апрель	28,5		ноябрь	25,1
	май	26,8		декабрь	26,1
	июнь	25,1			

Определите:

- 1) среднюю численность официально зарегистрированных безработных по кварталам и за 2000 г.;
- 2) уровень официально зарегистрированной безработицы, если численность занятого населения региона составляла 300 тыс. чел.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1

Имеются следующие данные о численности и естественном движении населения двух областей региона в 1994–1999 гг.:

Таблица 2.2.13

Год	Область М			Область Н		
	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.
1994	2412	67 536	19 296	2382	61 932	19 056
1995	2645	71 415	21 160	2380	59 500	19 040
1996	2665	66 625	22 386	2394	55 062	21 546
1997	2713	65 112	23 603	2396	43 128	23 960
1998	2732	57 372	24 588	2408	36 120	26 488
1999	2694	43 104	24 246	2415	28 980	26 565
2000	2716	–	–	2420	–	–

1. Постройте годовые балансы динамики численности населения по двум областям, определите влияние естественного движения и миграции населения на формирование населения в 1994–1999 гг.
2. Проведите анализ динамики численности населения двух областей путем расчета показателей: абсолютного прироста, темпов

роста и прироста, среднегодовых темпов роста и прироста, коэффициентов ускорения (замедления) среднегодовых темпов роста по областям, коэффициента опережения роста населения в одной из областей по сравнению с другой областью.

3. Рассчитайте общие коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста, оборота населения, коэффициенты жизненности населения и экономичности воспроизводства в каждой из областей, сравните их значения между собой, дайте оценку.

4. Определите тип динамики численности населения в каждой из областей.

Решение

Оценим демографическую ситуацию на примере первой области.

1. Построим годовой баланс динамики численности населения и определим источники формирования населения области М.

Расчетная таблица

Годовой баланс динамики численности населения области М за 1994–1999 гг., тыс. чел.

Год	Численность населения		Абсолютный прирост (+), убыль (–)	В том числе за счет	
	на начало года	на конец года		естественного прироста (+), убыли (–)	сальдо миграции
1994	2412	2645	+233,0	+48,2	+184,8
1995	2645	2665	+20,0	+50,3	–30,3
1996	2665	2713	+48,0	+44,2	+3,8
1997	2713	2732	+19,0	+41,5	–22,5
1998	2732	2694	–38,0	+32,8	–70,8
1999	2694	2716	+22,0	+18,9	+3,1
Итого	2412	2716	+304,0	+235,9	+68,1

За 1994–1999 гг. население области сформировалось на 77,6% за счет естественного прироста $\left(\frac{235,9}{304,0} \cdot 100\right)$ и на 22,4% за счет

миграции $\left(\frac{68,1}{304,0} \cdot 100\right)$.

Однако в 1995, 1997 и 1998 гг. для области было характерно отрицательное сальдо миграции.

2. Рассмотрим особенности динамики численности населения области М (расчетная таблица).

Расчетная таблица

Абсолютный прирост, темп роста и прироста населения области М в 1994–2000 гг.

Год	Численность на начало года, тыс. чел.	Темпы роста, %		Темпы прироста, %		Абсолютный прирост, тыс. чел.
		цепные	базисные	цепные	базисные	
1994	2412	–	100,0	–	–	–
1995	2645	109,7	109,7	9,7	9,7	233
1996	2665	100,8	110,5	0,8	10,5	20
1997	2713	101,8	112,5	1,8	12,5	48
1998	2732	100,7	113,3	0,7	13,3	19
1999	2694	98,6	111,7	–1,4	11,7	–38
2000	2716	100,8	112,6	0,8	12,6	22

Выводы:

а) идет сокращение абсолютного прироста населения, в 1999 г. – убыль населения;

б) среднегодовой темп роста населения области М за 1994–2000 гг. составил:

$$\bar{T}_{\text{роста}} = \sqrt[6]{1,126} = 1,02 (102\%);$$

среднегодовой темп роста численности населения области – 2 %;

в) среднегодовой абсолютный прирост:

$$\frac{2716 - 2412}{6} = \frac{304}{6} = 50,7 (\text{тыс.чел.}).$$

После расчета всех показателей динамики по области М необходимо сравнить среднегодовые темпы роста населения двух областей, рассчитав коэффициент опережения:

$$K_O = \frac{\bar{T}_p}{\bar{T}_p} >$$

3. Рассчитаем показатели естественного движения населения:

а) коэффициент жизненности, т. е. число родившихся на 100 умерших:

$$K = \frac{N}{M},$$

где N – число родившихся, M – число умерших.

$$1994 \quad \frac{67\,536}{19\,296} \cdot 100 = 350; \quad 1997 \quad \frac{65\,112}{23\,603} \cdot 100 = 276;$$

$$1995 \quad \frac{71\,475}{21\,160} \cdot 100 = 338; \quad 1998 \quad \frac{57\,372}{24\,588} \cdot 100 = 233;$$

$$1996 \quad \frac{66\,625}{22\,386} \cdot 100 = 298; \quad 1999 \quad \frac{43\,104}{24\,246} \cdot 100 = 178.$$

Число родившихся на 100 умерших непрерывно снижается, что говорит о появлении негативных тенденций в естественном движении населения;

б) общий коэффициент рождаемости (рассчитывается в среднем за год):

$$n = \frac{N}{S} \cdot 1000,$$

где n – число родившихся на 1000 человек населения в среднем за год; N – число родившихся живыми за отчетный год; $\bar{S}$ – среднегодовая численность населения, тыс. чел.:

$$\bar{S}_{1994} = \frac{2412 + 2645}{2} = 2528; \quad \bar{S}_{1997} = \frac{2713 + 2732}{2} = 2722;$$

$$\bar{S}_{1995} = \frac{2645 + 2665}{2} = 2655; \quad \bar{S}_{1998} = \frac{2732 + 2694}{2} = 2713;$$

$$\bar{S}_{1996} = \frac{2665 + 2713}{2} = 2689; \quad \bar{S}_{1999} = \frac{2694 + 2716}{2} = 2705.$$

Общий коэффициент рождаемости, ‰:

$$n_{1994} = \frac{67\,536}{2\,528\,000} \cdot 1000 = 26,7; \quad n_{1997} = \frac{65\,112}{2\,722\,000} \cdot 1000 = 23,9;$$

$$n_{1995} = \frac{71\,415}{2\,655\,000} \cdot 1000 = 26,9; \quad n_{1998} = \frac{57\,372}{2\,713\,000} \cdot 1000 = 21,2;$$

$$n_{1996} = \frac{66\,625}{2\,689\,000} \cdot 1000 = 24,8; \quad n_{1999} = \frac{43\,104}{2\,705\,000} \cdot 1000 = 15,9.$$

Произошло снижение общего коэффициента рождаемости на $15,9 - 26,7 = -10,8$ ‰-ного пункта. Если в 1994 г. по шкале оценки он – выше среднего уровня, то в 1999 г. – ниже среднего уровня;

в) общий коэффициент смертности рассчитывается по формуле:

$$m = \frac{M}{S} \cdot 1000,$$

где m – число умерших на 1000 человек населения в среднем за год; M – число умерших за год; S – среднегодовая численность населения.

Общий коэффициент смертности, ‰:

$$m_{1994} = \frac{19\,296}{2\,528\,000} \cdot 1000 = 7,6; \quad m_{1997} = \frac{23\,603}{2\,722\,000} \cdot 1000 = 8,7;$$

$$m_{1995} = \frac{21\,160}{2\,655\,000} \cdot 1000 = 8,0; \quad m_{1998} = \frac{24\,588}{2\,713\,000} \cdot 1000 = 9,1;$$

$$m_{1996} = \frac{22\,386}{2\,689\,000} \cdot 1000 = 8,3; \quad m_{1999} = \frac{24\,246}{2\,705\,000} \cdot 1000 = 9,0.$$

Произошло увеличение общего коэффициента на $9,0 - 7,4 = 1,4$ ‰-ного пункта. Если в 1994 г. для этого показателя был характерен низкий уровень коэффициента смертности, то к 1999 г. он поднялся до следующей отметки и может быть охарактеризован как уровень ниже среднего;

г) коэффициент естественного прироста населения рассчитывается по формуле:

$$K_{n-m} = n - m;$$

по годам он составил, ‰:

$$1994 \quad 26,7 - 7,6 = 19,1; \quad 1997 \quad 23,9 - 8,7 = 15,2;$$

$$1995 \quad 26,9 - 8,0 = 18,9; \quad 1998 \quad 21,2 - 9,1 = 12,1;$$

$$1996 \quad 24,8 - 8,3 = 16,5; \quad 1999 \quad 15,9 - 9,0 = 6,9.$$

Уровень естественного прироста населения снизился на $6,9 - 19,1 = -12,2$ ‰-ного пункта;

д) коэффициент оборота населения рассчитывается по формуле:

$$K_{n+m} = n + m;$$

по годам он составил, ‰:

$$1994 \quad 26,7 + 7,6 = 34,3; \quad 1997 \quad 23,9 + 8,7 = 32,6;$$

$$1995 \quad 26,9 + 8,0 = 34,9; \quad 1998 \quad 21,2 + 9,1 = 30,3;$$

$$1996 \quad 24,8 + 8,3 = 33,1; \quad 1999 \quad 15,9 + 9,0 = 24,9;$$

е) коэффициент экономичности воспроизводства населения рассчитывается по формуле:

$$K_Q = \frac{n - m}{n + m};$$

по годам он составил:

$$1994 \quad \frac{19,1}{34,3} = 0,56; \quad 1997 \quad \frac{15,2}{32,6} = 0,47;$$

$$1995 \quad \frac{18,9}{34,9} = 0,54; \quad 1998 \quad \frac{12,1}{30,3} = 0,40;$$

$$1996 \quad \frac{16,5}{33,1} = 0,50; \quad 1999 \quad \frac{6,9}{24,9} = 0,28.$$

Коэффициент экономичности воспроизводства показывает удельный вес естественного прироста в общем обороте населения. В области М происходит падение этого показателя, к 1999 г. он снизился в 2 раза.

В целом демографическая ситуация имеет тенденцию к ее резкому ухудшению, переходу к суженному воспроизводству населения.

Пример 2

По статистическим данным одной из областей региона миграция населения за 1994 – 1999 гг. характеризуется следующими данными:

Таблица 2.2.14
(тыс. чел.)

Год	Среднегодовая численность населения			Прибывшие			Убывшие		
	Всего	В том числе		Всего	В том числе		Всего	В том числе	
		муж.	жен.		муж.	жен.		муж.	жен.
1994	2528	1235	1293	31,0	19,2	11,8	25,2	15,8	9,4
1995	2655	1275	1380	39,2	23,8	15,4	21,6	13,4	8,2
1996	2689	1318	1371	26,2	15,6	10,6	22,6	15,0	7,6
1997	2722	1334	1388	28,6	18,6	10,0	24,0	16,0	8,0
1998	2713	1329	1384	23,8	15,4	8,4	22,8	15,4	7,4
1999	2705	1325	1380	24,2	15,8	8,4	20,8	14,2	6,6

Определите:

1) показатели соотношения в численности мужчин и женщин в области и среди мигрантов;

2) абсолютные и относительные показатели миграции населения в области, отдельно для мужчин и женщин.

Выявите особенности миграции населения отдельных полов. Покажите тенденции развития миграционных процессов в области за 1994 – 1999 гг.

Решение

1. Соотношение в численности мужчин и женщин определяется при помощи следующих показателей:

а) мужской или женский перевес в численности населения и мигрантов;

б) удельный вес мужчин и женщин в общей численности населения, среди прибывших и убывших;

в) численность женщин, приходящихся на 1000 мужчин во всем населении области, среди прибывших и убывших.

2. Показатели миграции рассчитываются на примере всего населения области:

а) сальдо миграции по годам определяется по формуле:

$$\Delta V = V_+ - V_-$$

где V_+ – прибывшие; V_- – убывшие; при $V_+ > V_-$ – сальдо положительное; при $V_+ < V_-$ – сальдо отрицательное (в тыс. чел.):

$$1994 \quad 31,0 - 25,2 = 5,8; \quad 1997 \quad 28,6 - 24,0 = 4,6;$$

$$1995 \quad 39,2 - 21,6 = 17,6; \quad 1998 \quad 23,8 - 22,8 = 1,0;$$

$$1996 \quad 26,2 - 22,6 = 3,6; \quad 1999 \quad 24,2 - 20,8 = 3,4.$$

В области в течение изучаемого периода сложилось положительное сальдо миграции населения, его приток превышает отток;

б) коэффициент прибытия рассчитывается по формуле:

$$K_{V_+} = \frac{V_+}{S} \cdot 1000,$$

что по годам составило, ‰:

$$1994 \quad \frac{31,0}{2528} \cdot 1000 = 12,3; \quad 1997 \quad \frac{28,6}{2722} \cdot 1000 = 10,5;$$

$$1995 \quad \frac{39,2}{2655} \cdot 1000 = 14,8; \quad 1998 \quad \frac{23,8}{2713} \cdot 1000 = 8,8;$$

$$1996 \quad \frac{26,2}{2689} \cdot 1000 = 9,7; \quad 1999 \quad \frac{24,2}{2705} \cdot 1000 = 8,9.$$

Наблюдается снижение коэффициента миграции по прибытию на 3,4 ‰-ного пункта или на $(8,9/12,3 \cdot 100 = 72,4 \%)$ 27,6 %;

в) коэффициент миграции по убытию рассчитывается по формуле:

$$K_{V_-} = \frac{V_-}{S} \cdot 1000,$$

что по годам составило, ‰:

$$1994 \quad \frac{25,2}{2528} \cdot 1000 = 10,0; \quad 1997 \quad \frac{24,0}{2722} \cdot 1000 = 8,8;$$

$$1995 \quad \frac{21,6}{2655} \cdot 1000 = 8,1; \quad 1998 \quad \frac{22,8}{2713} \cdot 1000 = 8,4;$$

$$1996 \quad \frac{22,6}{2689} \cdot 1000 = 8,4; \quad 1999 \quad \frac{20,8}{2705} \cdot 1000 = 7,7.$$

Снижение коэффициента убытия произошло на 2,3 ‰-ного пункта или на 23 %. Снижение коэффициента убытия происходит медленнее, чем коэффициента прибытия;

г) коэффициент миграции рассчитывается двумя способами:

$$K_V = K_{V_+} - K_{V_-} \text{ или } K_V = \frac{V_+ - V_-}{S} \cdot 1000,$$

что по годам составило, ‰:

1994	12,3 – 10,0 = 2,3;	1997	10,5 – 8,8 = 1,7;
1995	14,8 – 8,1 = 6,7;	1998	8,8 – 8,4 = 0,4;
1996	9,7 – 8,4 = 1,3;	1999	8,9 – 7,7 = 1,2.

Размах колебаний этого показателя велик: от 6,7 до 0,4 ‰;

д) коэффициент оборота миграционных процессов рассчитывается по формуле:

$$K_{(V_+)+(V_-)} = K_{V_+} + K_{V_-},$$

что по годам составило, ‰:

1994	12,3 + 10,0 = 22,3;	1997	10,5 + 8,8 = 19,3;
1995	14,8 + 8,1 = 22,9;	1998	8,8 + 8,4 = 17,2;
1996	9,7 + 8,4 = 18,1;	1999	8,9 + 7,7 = 16,6;

е) коэффициент экономичности миграционных потоков рассчитывается по формуле:

$$K_Q = \frac{K_{V_+} - K_{V_-}}{K_{V_+} + K_{V_-}},$$

что по годам составило:

1994	$\frac{2,3}{22,3} = 1,10;$	1997	$\frac{1,7}{19,3} = 0,09;$
1995	$\frac{6,7}{22,9} = 0,29;$	1998	$\frac{0,4}{17,2} = 0,02;$
1996	$\frac{1,3}{18,1} = 0,07;$	1999	$\frac{1,2}{16,6} = 0,07.$

Сальдо миграции играет небольшую роль в общем обороте миграционных потоков и постоянно испытывает значительные колебания.

Пример 3

Имеются данные о возрастном-половом составе населения региона по материалам переписи 1979 и 1989 гг.:

Таблица 2.2.15

Возрастные группы	Население региона, %			
	на 17.01.1979		на 12.01.1989	
	Мужчины	Женщины	Мужчины	Женщины
0–9	25,1	19,8	20,0	18,0
10–19	17,1	13,7	16,5	16,0
20–29	18,1	13,5	16,4	17,0
30–39	13,9	15,2	14,9	15,0
40–49	9,2	12,2	12,2	12,4
50–59	7,4	10,6	9,4	10,0
60–69	6,5	10,3	7,7	8,0
70–79	2,1	3,6	2,2	2,6
80–89	0,5	1,0	0,6	0,9
90 и старше	0,1	0,1	0,1	0,1
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0

Постройте возрастные пирамиды, определите тип возрастной структуры населения, коэффициенты старости и долголетия за 1979 и 1989 гг.

Проведите сравнительный анализ изменений в возрастной структуре населения за 1979–1989 гг.

Решение

Построим возрастную пирамиду населения региона на 17.01.1979 г.:

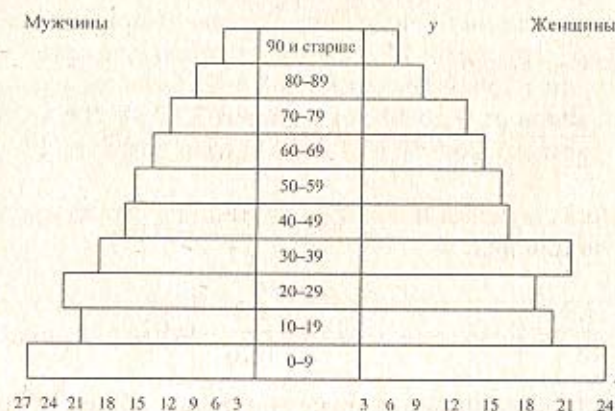


Рис. 9. Возрастная пирамида населения региона

Масштаб: по оси x – в 1 см 3 ‰; по оси y – в 1 см десятилетняя возрастная группа

В возрастных группах 0–29 лет удельный вес численности мужского населения превышает соответствующие показатели по женскому населению. В старших возрастных группах удельный вес доживающих до 60 лет у женского населения больше.

Построенная возрастная пирамида характерна для стационарного типа населения в возрастах 10–19 лет и старше; она имеет широкое основание в связи с высоким удельным весом младшей возрастной группы, от 0 до 9 лет.

Можно считать, что в 1979 г. регион находился в периоде смены типа возрастной структуры от прогрессивного к стационарному.

Для подтверждения этого вывода укрупним возрастные группы, сравним полученные структуры со шкалой Зунберга (расчетная таблица).

Расчетная таблица

Типы возрастной структуры по Зунбергу, в %

Возрастная группа, лет	Возрастная структура		
	прогрессивная	стационарная	регрессивная
0–14	40	27	20
15–49	50	30	50
50 и старше	10	23	30
Итого	100	100	100

Для того чтобы выйти на возрастные группы, предложенные Зунбергом, проведем вторичную группировку для группы 10–19 лет. На каждую однолетнюю группу интервала приходится 1,71 %, следовательно, группе 10–14 лет будет принадлежать 8,55 или 8,6 %, для группы 15–19 лет остается 8,5 %. Отсюда, удельный вес группы мальчиков от 0 до 14 лет составит 33,7 % (8,6 + 25,1). Для девочек он составит 26,6 % (6,8 + 19,8), для возраста 15–19 лет – 6,9 %.

В целом для мужчин и женщин возрастная структура в 1979 г. имела следующий вид, %:

	Мужчин	Женщин
0 – 14	33,7	26,6
15 – 49	49,7	47,8
50 и старше	16,6	25,6
Итого	100	100

Женское население региона имеет стационарную структуру, мужское – пока прогрессивную, однако удельный вес населения от 0 до 14 лет не 40, а 33,7 %; удельный вес пожилых не 10, а 16,6 %, это дает основание сделать вывод, что мужское население вступило в переходный период от прогрессивного к стационарному типу возрастной структуры.

Коэффициент старости (K_t) составил в 1979 г. у мужчин 9,2 % (6,5 + 2,1 + 0,5 + 0,1), у женщин – 15 %.

Для оценки уровня старения населения польский демограф Э.Россет предложил следующую шкалу:

Доля лиц в возрасте 60 лет и старше в общей численности населения, %	Характеристика
Менее 8	Демографическая молодость
8 – 10	Преддверие старости
10 – 12	Собственно старение
12 и более	Демографическая старость

В соответствии с этой шкалой мы имеем демографически старое женское население и находящееся в преддверии старости мужское население.

Коэффициент долголетия рассчитывается по формуле:

$$K_{\text{долголетия}} = \frac{S_{80\text{и} >}}{S_{60\text{и} >}} \cdot 100.$$

$K_{\text{долголетия}}$ для мужчин в 1979 г. составил:

$$\frac{0,5 + 0,1}{6,5 + 2,1 + 0,5 + 0,1} \cdot 100 = 6,5 \%$$

Пример 4

На основе следующих данных найдите недостающие показатели таблиц смертности городского населения области М за 1998 – 1999 гг.:

Таблица 2.2.16

X воз- раст	Мужчины				Женщины			
	l_x	q_x	L_x	e_x	l_x	q_x	L_x	e_x
16	93 251	0,00152		51,04	94 607		94 569	
17		0,00167				0,00091	94 437	58,42
18	92 954		92 869	49,20	94 444	0,00102		57,48
19		0,00203	92 690	48,29		0,00112	94 295	
20	92 596	0,00230		47,39	94 242		94 186	55,60
21		0,00261	92 262	46,50	94 130		94 071	
22	92 142	0,00291				0,00131		53,73

При расчетах учтите, что T_{23} для мужчин – 4 111 362, для женщин – 4 957 339.

Для возрастных групп мужчин и женщин от 16 до 21 года определите коэффициенты дожития.

Решение

Рассмотрим решение задачи на примере исчисления недостающих показателей таблиц дожития для мужчин (расчетная таблица):

Расчетная таблица

Фрагмент таблицы смертности (дожития) для мужского населения городских поселений области М за 1998–1999 гг.

X	l_x	d_x	q_x	p_x	L_x	T_x	e_x
16	93 251	142	0,00152	0,99848	93 180	4 759 897	51,04
17	93 109	155	0,00167	0,99833	93 036	4 666 717	50,12
18	92 954	170	0,00183	0,99817	92 869	4 573 681	49,20
19	92 784	188	0,00203	0,99797	92 690	4 480 812	48,29
20	92 596	213	0,00230	0,99770	92 490	4 388 122	47,39
21	92 383	241	0,00261	0,99739	92 262	4 295 632	46,50
22	92 142	268	0,00291	0,99709	92 008	4 203 370	45,62
23	91 874					4 111 362	44,75

$$p_x = 1 - q_x, \text{ например, } p_{16} = 1 - 0,00152 = 0,99848;$$

$$d_x = q_x \cdot l_x, \text{ например, } d_{16} = 0,00152 \cdot 93251 = 142;$$

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}, \text{ отсюда, } l_{x+1} = 2L_x - l_x, \text{ например,}$$

$$l_{18} = 2 \cdot 92\,869 - 92\,954 = 92\,784;$$

$$d_{19} = 0,00203 \cdot 92\,784 = 188;$$

$$l_{20} = 92\,784 - 188 = 92\,596.$$

Рассчитаем L_x :

$$L_{16} = \frac{93\,251 + 93\,109}{2} = 93\,180; \quad L_{17} = \frac{93\,109 + 92\,954}{2} = 93\,036;$$

$$L_{18} = \frac{92\,954 + 92\,784}{2} = 92\,869; \quad L_{19} = \frac{92\,784 + 92\,596}{2} = 92\,690;$$

$$L_{20} = \frac{92\,596 + 92\,383}{2} = 92\,490; \quad L_{21} = \frac{92\,383 + 92\,142}{2} = 92\,262;$$

$$L_{22} = \frac{92\,142 + 91\,874}{2} = 92\,008.$$

Рассчитаем T_x :

$$T_{22} = 4\,111\,362 + 92\,008 = 4\,203\,370;$$

$$T_{21} = 4\,203\,370 + 92\,262 = 4\,295\,632;$$

$$T_{20} = 4\,295\,632 + 92\,490 = 4\,388\,122;$$

$$T_{19} = 4\,388\,122 + 92\,690 = 4\,480\,812;$$

$$T_{18} = 4\,480\,812 + 92\,869 = 4\,573\,681;$$

$$T_{17} = 4\,573\,681 + 93\,036 = 4\,666\,717;$$

$$T_{16} = 4\,666\,717 + 92\,008 = 4\,759\,897.$$

Напоминаем, что L_x – среднее число живущих в интервале от x до $x+1$ года; T_x – число человеко-лет, которые предстоит прожить населению, достигшему x лет, начиная с этого возраста и кончая предельным; x – возраст; l_x – число доживших до возраста x лет из каждых 100 000 родившихся x лет назад; d_x – число умерших в возрасте x лет; q_x – вероятность умереть в возрасте x лет; p_x – вероятность дожить до возраста $x+1$ год всем тем, кто достиг возраста

та x лет; e_x – средняя предстоящая продолжительность жизни населения, достигшего x лет; коэффициент дожития – $p_x = \frac{L_{x+1}}{L_x}$.

Рассчитаем e_x :

$$e_{16} = \frac{4\,759\,897}{93\,251} = 51,04; \quad e_{20} = \frac{4\,388\,122}{92\,596} = 47,39;$$

$$e_{17} = \frac{4\,666\,717}{93\,109} = 50,12; \quad e_{21} = \frac{4\,295\,632}{92\,383} = 46,50;$$

$$e_{18} = \frac{4\,573\,681}{92\,954} = 49,20; \quad e_{22} = \frac{4\,203\,370}{92\,142} = 45,62;$$

$$e_{19} = \frac{4\,480\,812}{92\,784} = 48,29; \quad e_{23} = \frac{4\,111\,362}{91\,874} = 44,75.$$

Рассчитаем p_x :

$$p_{16} = 93\,036 : 93\,180 = 0,99845; \quad p_{19} = 92\,490 : 92\,690 = 0,99784;$$

$$p_{17} = 92\,869 : 93\,036 = 0,99820; \quad p_{20} = 92\,262 : 92\,490 = 0,99754;$$

$$p_{18} = 92\,690 : 92\,869 = 0,99807; \quad p_{21} = 92\,008 : 92\,262 = 0,99725.$$

В нашем примере на каждые 100 000 родившихся мальчиков до 16 лет доживало 93 251, до 20 лет – 92 596, до 22 лет – 92 142. Таким образом, к возрасту получения образования, специальности, создания семьи из каждых 100 000 не доживало 7858 мужчин.

В 16 лет мужчины имели вероятность прожить еще 51,04 года, т. е. их средняя продолжительность жизни была бы 67 лет, в 22 года – 77,62 года (22,00 + 45,62).

Число умерших в возрасте 16 лет составило 142 чел., в 22 – 268 чел., т. е. выросло в 1,9 раза. Из года в год растет вероятность умереть. К 22 годам она достигла 0,00291, т. е. из каждых 100 000 чел., достигших возраста 22 года, имели вероятность не достигнуть 23 лет – 291 чел.

Пример 5

На основе следующих данных определите численность женщин, вступающих в рабочий возраст и выходящих из него, в районах А и В в 1996 – 2000 гг.

Таблица 2.2.17

X воз- раст	Район А		Район В	
	Среднее число живущих (L_0)	Численность женщин на 01.01.96	Среднее число живущих (L_0)	Численность женщин на 01.01.96
12	96 612	18 920	96 711	19 132
13	96 584	19 230	96 574	19 275
14	96 498	19 780	96 508	19 797
15	96 399	19 510	96 402	19 901
16	96 340	19 530	96 343	20 236
...	...	...	...	...
51	88 948	23 930	88 954	18 944
52	88 562	23 083	88 583	19 011
53	87 984	23 074	87 992	19 315
54	87 412	21 592	87 422	19 427
55	86 872	20 384	86 913	19 850

Сравните полученные данные по годам и на конец изучаемого периода по районам.

Решение

Расчет проведем методом возрастных передвижек на примере женского населения района А. Для этого рассчитаем значения коэффициента дожития по формуле:

$$p_x = \frac{L_{x+1}}{L_x},$$

$$p_{12} = 96\,584 : 96\,612 = 0,99971; \quad p_{51} = 88\,562 : 88\,948 = 0,99566;$$

$$p_{13} = 96\,498 : 96\,584 = 0,99911; \quad p_{52} = 87\,984 : 88\,562 = 0,99347;$$

$$p_{14} = 96\,399 : 96\,498 = 0,99897; \quad p_{53} = 87\,412 : 87\,984 = 0,99350;$$

$$p_{15} = 96\,340 : 96\,399 = 0,99399; \quad p_{54} = 86\,872 : 87\,412 = 0,99382.$$

После того, как получен коэффициент дожития для каждого возраста, проведем возрастные передвижки по формуле:

$$S_{x+1} = S_x \cdot p_x \text{ (расчетная таблица).}$$

Ожидаемая численность женщин в возрасте 16 и 55 лет
в 1996 – 2000 гг. в районе А

X возраст	P _x	Численность на 01.01.96	Ожидаемая численность на начало года			
			1997	1998	1999	2000
12	0,99971	18 920				
13	0,99911	19 230	18 914			
14	0,99897	19 780	19 213	18 897		
15	0,99339	19 510	19 760	19 193	18 878	
16	–	19 530	19 381	19 629	19 066	18 753
...	...	...	...	...	...	...
51	0,99566	23 930				
52	0,99347	23 083	23 826			
53	0,99350	22 074	22 932	23 670		
54	0,99382	21 592	21 931	22 783	23 516	
55	–	20 384	21 459	21 795	22 745	23 372
Разница в численности населения в возрастах						
16 и 55 лет		–854	–2078	–2166	–3679	–4619

Число женщин в районе А, вступающих в рабочий возраст, к 2000 г. по сравнению с 1996 г. сократится на 777 чел. Число женщин, выходящих из рабочего возраста, к 2000 г. возрастет по сравнению с 1996 г. на 2988 чел. Число женщин, выходящих из рабочего возраста, превысит число вступающих в него в 1997 г. на 2078 чел., в 1998 – на 2166, в 1999 – на 3679, в 2000 г. – на 4619 чел.

Пример 6

Имеются следующие данные о возрастных показателях смертности мужчин и женщин региона на конец 1999 г.:

Таблица 2.2.18

Возрастная группа	Число умерших на 1000 человек соответствующей возрастной группы, ‰		Стандарт возрастной структуры населения, %
	Мужчин	Женщин	
Все население	16,1	13,0	100,0
0 – 4	4,5	3,5	6,0
5 – 9	0,7	0,4	8,2
10 – 14	0,7	0,4	7,7
15 – 19	2,1	0,8	7,2
20 – 24	3,8	1,0	6,7
25 – 29	5,1	1,2	6,5
30 – 34	7,0	1,6	8,4

Возрастная группа	Число умерших на 1000 человек соответствующей возрастной группы, ‰		Стандарт возрастной структуры населения, %
	Мужчин	Женщин	
35 – 39	9,3	2,4	8,6
40 – 44	13,3	3,7	7,8
45 – 49	17,8	5,4	5,0
50 – 54	25,3	7,9	5,3
55 – 59	31,3	10,9	6,0
60 – 64	45,3	16,7	5,2
65 – 69	59,4	25,6	4,9
70 и старше	118,8	87,8	6,5

Рассчитайте стандартизованные коэффициенты смертности мужчин и женщин региона, сравните полученные показатели.

Решение

Общий коэффициент смертности мужчин выше этого показателя у женщин на 23,8% $\left(\frac{16,1}{13,0} \cdot 100\right)$ или на 3,1 ‰-ного пункта (16,1 – 13,0).

Известно, что возрастная структура мужчин значительно отличается от возрастной структуры женщин преобладанием численности в младших возрастах и резким сокращением ее в старших возрастах. На каждые 100 девочек родится 105 – 106 мальчиков, поэтому в возрастных группах до 20 лет преобладают мальчики.

Для установления действительного положения вещей рассчитаем стандартизованные коэффициенты смертности для мужского населения. Расчет их проводится на основе использования агрегатной формы общих индексов:

$$I_{m_x} = \frac{\sum m_i^x T_x}{\sum m_j^x T_x},$$

где m_i^x – уровень возрастной смертности в группе i ; m_j^x – уровень возрастной смертности в группе j ; T_x – стандарт возрастной группы.

За стандарт обычно принимается возрастная структура населения, в которую входят обе сравниваемые группы населения.

Проведем расчет стандартизованного коэффициента смертности мужского населения России за 1999 г.

Возрастная группа Стандартизованный коэффициент

0 – 4	$4,5 \cdot 6,0 / 100 = 0,27$
5 – 9	$0,7 \cdot 8,2 / 100 = 0,06$
10 – 14	$0,7 \cdot 7,7 / 100 = 0,05$
15 – 19	$2,1 \cdot 7,2 / 100 = 0,15$
20 – 24	$3,8 \cdot 6,7 / 100 = 0,25$
25 – 29	$5,1 \cdot 6,5 / 100 = 0,33$
30 – 34	$7,0 \cdot 8,4 / 100 = 0,59$
35 – 39	$9,3 \cdot 8,6 / 100 = 0,80$
40 – 44	$13,3 \cdot 7,8 / 100 = 1,04$
45 – 49	$17,8 \cdot 5,0 / 100 = 0,89$
50 – 54	$25,3 \cdot 5,3 / 100 = 1,34$
55 – 59	$31,3 \cdot 6,0 / 100 = 1,88$
60 – 64	$45,3 \cdot 5,2 / 100 = 2,36$
65 – 69	$59,4 \cdot 4,9 / 100 = 2,91$
70 и старше	$118,8 \cdot 6,5 / 100 = 7,72$
Итого	20,64

Следовательно, при возрастной структуре всего населения страны у мужчин коэффициент смертности составил бы 20,64 ‰.

Пример 7

За отчетный период по области исчислены следующие показатели:

Коэффициент брачной плодовитости	132,0 ‰
Коэффициент внебрачной плодовитости	28,0 ‰
Доля женщин, состоящих в браке	0,57

Определите коэффициент общей плодовитости для населения области за отчетный период.

Решение

1. Доля женщин в возрасте 15 – 49 лет, не состоящих в браке, $1,0 - 0,57 = 0,43$.

2. Общий коэффициент плодовитости или специальный коэффициент рождаемости:

$$\frac{132,0 \cdot 0,57 + 28,0 \cdot 0,43}{0,57 + 0,43} = 75,2 + 12,0 = 87,3 \text{ ‰}.$$

Пример 8

Имеются следующие данные за два периода:

Таблица 2.2.19

Показатели	Базисный период	Отчетный период
1. Коэффициент занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста	95,0	95,5
2. Доля трудоспособного населения трудоспособного возраста	59,0	61,0
3. Доля населения трудоспособного возраста	97,0	98,0
4. Доля трудовых ресурсов	60,0	61,0

Рассчитайте индекс занятости, оцените степень влияния факторов, составляющих индексную модель.

Решение

$$I_{K_{зан}} = \frac{I_{K_{зан}}^{ТНТв} \cdot I_d^{ТНТв} \cdot I_d^{НТв} \cdot I_d^{ТР}}{K_{зан}^{ТНТв} \cdot 0_d^{ТНТв} \cdot 0_d^{НТв} \cdot 0_d^{ТР}} =$$

$$= I_{K_{зан}}^{ТНТв} \cdot I_d^{ТНТв} \cdot I_d^{НТв} \cdot I_d^{ТР},$$

где $I_{K_{зан}}^{ТНТв}$ – индекс коэффициента занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста; $I_d^{ТНТв}$ – индекс доли трудоспособного населения трудоспособного возраста; $I_d^{НТв}$ – индекс доли населения трудоспособного возраста; $I_d^{ТР}$ – индекс доли трудовых ресурсов; 1 – отчетный период; 0 – базисный период.

$$I_{K_{зан}} = \frac{95,5 \cdot 61,0 \cdot 98,0 \cdot 61,0}{95,0 \cdot 59,0 \cdot 97,0 \cdot 60,0} = 1,005 \cdot 1,034 \cdot 1,01 \cdot 1,017 =$$

$$= 1,067 \text{ или } 106,7 \text{ ‰}.$$

Степень влияния факторов, составляющих индексную модель, можно определить, используя следующие формулы:

а) прирост уровня занятости в результате изменения коэффициента занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста:

$$\Delta K_{зан} (K_{зан}^{ТНТв}) = (I_{K_{зан}}^{ТНТв} - 0_{K_{зан}}^{ТНТв}) \cdot I_d^{ТНТв} \cdot I_d^{НТв} \cdot I_d^{ТР} =$$

$$= (0,955 - 0,95) \cdot 0,61 \cdot 0,98 \cdot 0,61 = 0,0018;$$

б) изменение доли населения трудоспособного возраста:

$$\Delta K_{\text{зан}}(d^{\text{HTB}}) = {}^0K_{\text{зан}}^{\text{THTB}} \cdot {}^0d^{\text{THTB}} \cdot ({}^1d^{\text{HTB}} - {}^0d^{\text{HTB}}) \cdot {}^1d^{\text{TP}} =$$

$$= 0,95 \cdot 0,59 \cdot (0,98 - 0,97) \cdot 0,61 = 0,0034;$$

в) изменение доли трудоспособного населения трудоспособного возраста:

$$\Delta K_{\text{зан}}(d^{\text{THTB}}) = {}^0K_{\text{зан}}^{\text{THTB}} \cdot ({}^1d^{\text{THTB}} - {}^0d^{\text{THTB}}) \cdot {}^1d^{\text{HTB}} \cdot {}^1d^{\text{TP}} =$$

$$= 0,95 \cdot (0,61 - 0,59) \cdot 0,98 \cdot 0,61 = 0,0114;$$

г) изменение доли трудовых ресурсов:

$$\Delta K_{\text{зан}}(d^{\text{TP}}) = {}^0K_{\text{зан}}^{\text{THTB}} \cdot {}^0d^{\text{THTB}} \cdot {}^0d^{\text{HTB}} ({}^1d^{\text{TP}} - {}^0d^{\text{TP}}) =$$

$$= 0,95 \cdot 0,59 \cdot 0,97 \cdot (0,61 - 0,60) = 0,0054.$$

Пример 9

Имеются следующие данные по двум регионам (тыс. чел.):

Таблица 2.2.20

Показатели	Регионы	
	А	Б
1. Трудоспособное население в трудоспособном возрасте	2500	1800
2. Занятые лица старших возрастов	120	60
3. Занято подростков	3	2
4. Всего занято в отраслях народного хозяйства	1200	700
5. Учащиеся в трудоспособном возрасте, обучающиеся с отрывом от производства	130	100
6. Численность зарегистрированных безработных	6	7
7. Служители религиозных культов	0,4	0,3
8. Численность трудоспособных, не занятых трудовой деятельностью граждан, проходящих профессиональное обучение по направлению службы занятости	0,2	0,2

Определите:

- 1) численность трудовых ресурсов;
- 2) экономически активное население;
- 3) уровень официально зарегистрированной безработицы;
- 4) трудоспособное население в трудоспособном возрасте, занятое в личном подсобном и домашнем хозяйстве.

Решение

Регион А:

1. Численность трудовых ресурсов = 2500 + 120 + 3 = 2623 (тыс. чел.).

2. Экономически активное население = 1200 + 6 + 0,2 = 1206,2 (тыс. чел.).

3. Уровень официально зарегистрированной безработицы = $\left(\frac{6+0,2}{1206,2} \right) \cdot 100 = 0,51 \%$.

4. Трудоспособное население, занятое в личном подсобном и домашнем хозяйстве = 2500 - 1200 - 130 - 0,4 - 6 - 0,2 = 1163,4 (тыс. чел.).

2.3. СТАТИСТИКА УРОВНЯ ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ

Задача 2.3.1

Темпы роста валового национального располагаемого дохода республики составили за пять лет 65 %. Доля конечного потребления в общем объеме валового национального располагаемого дохода повысилась с 70 до 73 %. Численность населения за этот период увеличилась на 3 %.

Определите:

- 1) индекс валового сбережения в республике;
 - 2) индекс уровня потребления благ и услуг на душу населения.
- Сделайте выводы.

Задача 2.3.2

Среднемесячная заработная плата рабочих и служащих за вычетом налогов составила: в базисном году – 1520 р., в отчетном – 2250 р. Цены на потребительские товары и услуги в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличились на 5 %. Доля налогов в общей заработной плате в базисном периоде составляла 16 %, в отчетном – 18 %.

Определите:

- 1) индекс покупательной способности рубля;
- 2) индексы номинальной и реальной заработной платы.

Задача 2.3.3

Среднемесячная заработная плата рабочих и служащих за вычетом налогов в базисном году составила 1840 р., в отчетном – 1880 р., цены на потребительские товары и услуги повысились в отчетном периоде по сравнению с базисным на 15 %. Выплаты

трансфертов (в ценах соответствующих лет) на одного рабочего и служащего составили в базисном году 200 р., в отчетном – 250 р.

Определите:

1) индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах;

2) индекс реальных доходов рабочих и служащих.

Задача 2.3.4

Личные доходы населения в текущих ценах составляли в базисном году 21 тыс. р., а в отчетном – 43 тыс. р. За это время средняя величина выплаченных налогов и обязательных платежей из личных доходов увеличилась с 3 до 6 тыс. р., а индекс покупательной способности денег оказался равен 0,85.

Определите:

1) индекс роста номинальных доходов населения;

2) индекс располагаемых личных доходов;

3) индекс реальных личных доходов

Задача 2.3.5

Уровень реальных доходов населения одного из регионов увеличился за год на 20 %. Номинальные доходы (в текущих ценах) составили: к началу года – 1220 р., к концу года – 1550 р.; доля налоговых платежей в номинальном доходе изменилась с 20 до 25 % соответственно.

Охарактеризуйте годовую инфляцию, рассчитав индекс покупательной способности денег.

Задача 2.3.6

Год назад среднедушевой реальный доход по региону составлял 1400 р., средняя сумма налоговых платежей равнялась 220 р. За год доля налоговых платежей возросла на 30 %, индекс покупательной способности денег составил 0,83, а номинальный среднедушевой доход увеличился в 2 раза. Рассчитайте величину среднедушевого реального дохода за год.

Задача 2.3.7

Среднемесячная заработная плата в текущих ценах за вычетом налогов и обязательных платежей составила в базисном году 1740 р., в отчетном – 1820 р., потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,35 раза. Доля налогов в общей заработной плате составила в базисном году 12, в отчетном – 16 %.

Рассчитайте:

1) индекс покупательной способности денег;

2) индекс номинальной заработной платы;

3) индекс номинальной располагаемой заработной платы;

4) индекс реальной заработной платы.

Задача 2.3.8

Имеются следующие данные о среднедушевых доходах и расходах на оплату услуг по совокупности семей в базисном и отчетном периодах:

средний годовой доход на душу в базисном периоде – 19,2 тыс. р., в отчетном – 26,5 тыс. р.;

расходы на оплату услуг в базисном периоде – 2,4 тыс. р., в отчетном – 3,5 тыс. р.

Определите коэффициент эластичности расходов на оплату услуг в зависимости от роста доходов.

Задача 2.3.9

Имеются следующие данные о доходах и потреблении продуктов питания по группам семей:

Таблица 2.3.1

Группа семей	Среднегодовой доход на душу, тыс. р.	Расходы на питание на душу в год, тыс. р.
1	10,8	6,6
2	19,2	10,4
3	33,3	15,5

Определите коэффициенты эластичности расходов на питание по группам семей в зависимости от дохода.

Задача 2.3.10

Имеются данные о денежных доходах и расходах населения одного из регионов Российской Федерации за 1998 и 2000 гг. (млн. р).

Таблица 2.3.2

Показатели	1998	2000
<i>1. Доходы</i>		
Доходы от предпринимательской деятельности	4974,3	9689,7
Оплата труда	10640,0	20113,4
Доходы рабочих и служащих от предприятий и организаций (кроме оплаты труда)	488,7	806,3
Социальные трансферты	3770,5	8008,9
Доходы населения от собственности	1164,0	4030,8
Доходы населения от продажи иностранной валюты	1340,7	2618,8
Прочие поступления	2464,9	3334,8
Деньги, полученные по переводам (за вычетом переведенных и внесенных сумм)	21,7	82,1

Окончание табл. 2.3.2

Показатели	1998	2000
<i>II. Расходы</i>		
Покупка товаров и оплата услуг	25571,8	53884,4
Обязательные платежи и добровольные взносы	1574,1	3299,9
Из них:		
налоги и сборы	1301,9	2570,1
прирост сбережений во вкладах и в ценных бумагах	283,9	2173,4
расходы на покупку недвижимости	145,9	560,9
расходы населения на приобретение иностранной валюты	5015,9	6994,9
изменение задолженности по кредитам	27,0	-256,0

Определите:

1) номинальные, располагаемые и реальные доходы населения и размер превышения расходов над доходами, если индексы потребительских цен на товары и услуги (в % к предыдущему году) в 1999 г. – 169,4, в 2000 г. – 120,8;

2) структуру денежных доходов и расходов населения;

3) оцените структурные изменения в составе доходов и расходов с помощью показателя среднего квадратического отклонения;

4) коэффициенты эластичности расходов.

Сделайте выводы.

Задача 2.3.11

Имеются следующие данные о распределении населения одного из регионов Сибири по среднему денежному доходу (%):

Таблица 2.3.3

Группы населения по денежным доходам в расчете на душу населения в среднем за месяц, р.	1999	2000
Всего	100	100
В том числе:		
до 100,0	0,08	0,02
100,0 – 200,0	0,59	0,56
200,0 – 300,0	2,29	2,23
300,0 – 400,0	4,36	4,32
400,0 – 500,0	5,99	5,68
500,0 – 600,0	6,88	6,84
600,0 – 700,0	7,38	7,25
700,0 – 800,0	7,16	7,12
800,0 – 900,0	6,83	6,89
900,0 – 1000,0	6,35	6,45
1000,0 – 1100,0	5,8	5,92
1100,0 – 1200,0	5,24	5,45
1200,0 – 1300,0	4,69	4,89

Окончание табл. 2.3.3

Группы населения по денежным доходам в расчете на душу населения в среднем за месяц, р.	1999	2000
1300,0 – 1400,0	4,17	4,37
1400,0 – 1500,0	3,70	3,76
1500,0 – 1600,0	3,27	3,21
1600,0 – 1700,0	2,88	2,68
1700,0 – 1800,0	2,54	2,51
1800,0 – 1900,0	2,24	2,12
1900,0 – 2000,0	1,97	1,70
2000,0 – 2100,0	1,71	1,61
2100,0 – 2200,0	1,50	1,51
2200,0 – 2300,0	1,30	1,35
2300,0 – 2400,0	1,01	1,02
2400,0 – 2500,0	1,06	1,07
2500,0 – 2600,0	0,94	1,01
2600,0 – 2700,0	0,83	0,93
2700,0 – 2800,0	0,74	0,83
2800,0 – 2900,0	0,65	0,72
свыше 2900,0	5,85	5,88

Определите:

1) среднедушевой месячный доход населения области в 1999 и 2000 гг.;

2) среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации в 1999 и 2000 гг.;

3) медианные размеры среднедушевых месячных доходов населения области в 1999 и 2000 гг.

Сравните полученные показатели, сделайте выводы.

Задача 2.3.12

Имеются следующие показатели, характеризующие уровень жизни населения России в 1995–2000 гг.

Таблица 2.3.4

Показатели	1995	2000
Среднемесячная заработная плата, работающих в экономике, р.	472,4	2258,8
Денежные доходы (в среднем на душу в месяц), р.	515,4	2151,3
Средний размер назначенных пенсий (в месяц), р.	183,5	694,3
Прожиточный минимум (в среднем на душу в месяц), р.	264,1	1210,0

Определите:

1) базисные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпы роста и темпы прироста:

а) среднемесячной заработной платы работающих;

б) денежных доходов населения;

в) среднего размера пенсий;

г) прожиточного минимума;

2) отношение к прожиточному минимуму (%):

- среднемесячной заработной платы;
- среднедушевых денежных доходов;
- среднего размера назначенных пенсий.

Проанализируйте полученные показатели, сделайте выводы.

Задача 2.3.13

Имеются следующие данные за 1999 г. по одному из регионов Западной Сибири:

Таблица 2.3.5

Показатели	Кварталы			
	I	II	III	IV
Начисленная среднемесячная заработная плата на одного работника, р.	1695,3	1790,0	1837,4	1917,3
Доля налогов и сборов в начисленной заработной плате, %	6,9	7,0	7,1	7,2
Индекс потребительских цен (в % к предыдущему периоду)	100,0	107,6	102,4	106,6

Определите:

- сводный индекс потребительских цен на товары и услуги за 1999 г.;
- индекс покупательной способности рубля;
- размер реальной заработной платы одного работника по кварталам;
- средний размер реальной заработной платы одного работника в 1999 г.;
- показатели динамики реальной заработной платы.

Задача 2.3.14

Среднедушевой доход населения вырос в отчетном периоде по сравнению с базисным в 1,3 раза, а потребление мясопродуктов увеличилось на 7 %.

Определите коэффициент эластичности потребления мясопродуктов от роста доходов.

Задача 2.3.15

Определите, как изменилась покупательная способность рубля за второе полугодие 2000 г., если индекс потребительских цен на товары и услуги (в % к предыдущему месяцу) составил: июль – 101,8; август – 101,0; сентябрь – 101,3; октябрь – 102,1; ноябрь – 101,5; декабрь – 101,6.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1

Среднемесячная заработная плата за вычетом налогов рабочих и служащих в базисном году составила 740 р., в отчетном – 840 р., цены на потребительские товары и услуги повысились в отчетном периоде по сравнению с базисным на 25 %. Выплаты трансфертов (в ценах соответствующих лет) на одного рабочего и служащего составили в базисном году 100 р., в отчетном – 150 р.

Определите:

- индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах;
- индекс реальных доходов рабочих и служащих.

Решение

1. Индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах определяется:

$$I_{\text{сов.дох}} = \frac{\text{СДН}_1}{\text{СДН}_0},$$

где СДН_0 , СДН_1 – номинальные совокупные доходы рабочих и служащих в базисном и отчетном периодах соответственно.

Совокупные доходы населения складываются из личных доходов населения (заработной платы, премий, отпускных, различных надбавок, доходов от собственности, предпринимательства и т. д.) и стоимости бесплатных или на льготных условиях предоставляемых государственными и общественными организациями населению услуг и материальных благ.

$$I_{\text{сов.дох}} = \frac{840 \cdot 12 + 150}{740 \cdot 12 + 100} = 1,139 \text{ или } 113,9\%.$$

2. Индекс реальных доходов рабочих и служащих:

$$I_{\text{реал.дох}} = \frac{\text{РДН}_1}{\text{РДН}_0},$$

где РДН_0 , РДН_1 – реальные совокупные доходы населения соответственно в базисном и отчетном периодах.

Реальные доходы – это номинальные доходы с поправкой на индекс потребительских цен:

$$\text{РДН}_1 = \frac{\text{СДН}_0}{I_p} = \text{СДН}_1 \cdot I_{\text{покуп. способ. денег}}$$

так как $I_{\text{покуп. способ. денег}}$ — индекс покупательной способности денег равен обратной величине индекса потребительских цен (I_p):

$$I_{\text{покуп. способ. денег}} = \frac{1}{I_p}$$

$$\text{Тогда: } I_{\text{реал. дох}} = \frac{\text{СДН}_1 \cdot I_{\text{покуп. способ. денег}}}{\text{СДН}_0} = I_{\text{сов. дох}} \cdot I_{\text{покуп. способ. денег}} = I_{\text{сов. дох}} \cdot \frac{1}{I_p}$$

Рассчитаем индекс реальных доходов населения: $I_p = 1,25$ — по условию примера, следовательно,

$$I_{\text{реал. дох}} = \frac{1,139}{1,25} = 0,911 \text{ или } 91,1 \%$$

Несмотря на то что номинальные доходы рабочих и служащих выросли на 13,9 %, реальные — снизились на (91,1 % — 100,0 % = —8,9 %) 8,9 %.

Пример 2

Среднемесячная заработная плата в текущих ценах за вычетом налогов и обязательных платежей составила в базисном году 840 р., в отчетном — 920 р., потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,5 раза. Доля налогов в общей заработной плате составила в базисном году 12 %, в отчетном — 18 %.

Рассчитайте:

- 1) индекс покупательной способности денег;
- 2) индекс номинальной заработной платы;
- 3) индекс номинальной располагаемой заработной платы;
- 4) индекс реальной заработной платы.

Решение

1. Индекс покупательной способности рубля (методику расчета см. пример 1) равен:

$$I_{\text{покуп. способ. денег}} = \frac{1}{1,5} = 0,667 \text{ или } 66,7 \%$$

Покупательная способность рубля снизилась на 33,3 %.

2. Индекс номинальной заработной платы:

$$I_{\text{ном. ЗП}} = \frac{\text{Ном. ЗП}_1}{\text{Ном. ЗП}_0},$$

где Ном. ЗП₀, Ном. ЗП₁ — номинальная заработная плата в базисном и отчетном периодах соответственно.

$$I_{\text{ном. ЗП}} = \frac{920}{840} = 1,095 \text{ или } 109,5 \%$$

3. Номинальная располагаемая заработная плата (Ном. РЗП) равна номинальной (Ном. ЗП) за вычетом налогов и обязательных платежей (НП). Следовательно,

$$I_{\text{ном. РЗП}} = \frac{\text{Ном. РЗП}_1}{\text{Ном. РЗП}_0} = \frac{\text{Ном. ЗП}_1 - \text{НП}_1}{\text{Ном. ЗП}_0 - \text{НП}_0} = \frac{\text{Ном. ЗП}_1 (1 - d_{\text{НП}_1})}{\text{Ном. ЗП}_0 (1 - d_{\text{НП}_0})},$$

где $d_{\text{НП}_0}$, $d_{\text{НП}_1}$ — доля налогов в номинальной заработной плате, соответственно в базисном и отчетном периодах:

$$d_{\text{НП}_0} = \frac{\text{НП}_0}{\text{Ном. ЗП}_0}, \quad d_{\text{НП}_1} = \frac{\text{НП}_1}{\text{Ном. ЗП}_1};$$

$$I_{\text{ном. РЗП}} = \frac{920 \cdot (1 - 0,18)}{840 \cdot (1 - 0,12)} = 1,021 \text{ или } 102,1 \%$$

4. Реальная заработная плата равна номинальной располагаемой заработной плате помноженной на индекс покупательной способности рубля.

Индекс реальной заработной платы:

$$I_{\text{реал. ЗП}} = I_{\text{ном. РЗП}} \cdot I_{\text{покуп. способ. денег}}$$

$$I_{\text{реал. ЗП}} = 1,021 \cdot 0,667 = 0,681 \text{ или } 68,1 \%$$

Реальная заработная плата в отчетном периоде снизилась на 31,9 % по сравнению с базисным.