

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СТАТИСТИКИ

УЧЕБНОЕ
ПОСОБИЕ



Информационно-
издательский дом
«ФИЛИНЪ»

В.В. Глинский, В.Г. Долженкова,
Л.П. Майкова, Е.Д. Николаева,
Л.К. Серга, Л.П. Харченко,
Л.П. Ярославцева

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СТАТИСТИКИ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Под редакцией к.э.н., доцента Л.К. Серга

Рекомендовано
экспертным советом
Учебно-методического объединения
по статистике в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по экономическим специальностям

Издание второе



Москва
2001

2234
11885

УДК 311
ББК 60.6.я73(2Рос)
С6 232

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Шмойлова Р.А., к.э.н., проф. МЭСИ,
Гришкова Е.Н., зам. председателя Новосибирского облкомстата

Коллектив авторов: к.э.н., доцент Глинский В.В.; к.э.н., профессор Долженкова В.Г., ст. преподаватель Майкова Л.П., к.э.н., доцент Николаева Е.Д., к.э.н., доцент Серга Л.К., к.э.н., профессор Харченко Л.П., к.э.н., доцент Ярославцева Л.П.

С 232 Сборник задач по общей теории статистики. Учебное пособие. Изд. 2-е. / Под ред. к.э.н., доцента Серга Л.К. — М.: Информационно-издательский дом «Филинъ», Рилант, 2001. — 360 с.

ISBN 5-9216-0016-4

Сборник задач охватывает все основные темы курса «Статистика». В сборнике два раздела: «Теория статистики» и «Статистика в прикладных исследованиях». В первый раздел включены задачи, посвященные методам сбора, обработки и анализа статистических данных. Во втором разделе приведены задачи, показывающие применение статистических методов в конкретных исследованиях социально-экономических процессов (оценки развития страны, численности, состава и занятости населения, уровня жизни).

По всем разделам и темам даны решения типовых задач. Для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям, будет полезен широкий круг практиков-аналитиков.

ББК 60.6.я73(2Рос)

ISBN 5-9216-0016-4



© Коллектив авторов, 2001

ПРЕДИСЛОВИЕ

«Сборник задач по общей теории статистики» составлен в соответствии с программой базового курса «Статистика» для студентов высших учебных заведений экономических специальностей и охватывает все основные его разделы. Он может быть полезен и для работников, занятых планированием, учетом и анализом производственной деятельности, а также практиков-аналитиков.

Содержание глав задачника соответствует структуре учебника «Статистика: курс лекций» под редакцией к.э.н. Ионина В.Г.

Сборник задач имеет два раздела. Первый предназначен для освоения студентами методов общей теории статистики, связанных с проведением статистического наблюдения, сводки и группировки его материалов, исчислением статистических величин и их анализа (абсолютных, относительных и средних величин, показателей вариации).

Второй раздел посвящен примерам применения методов общей теории статистики к изучению различных областей социальной и экономической жизни общества путем использования обобщающих показателей на макро- и микроуровне.

Совершенно новым для подобного рода работ является включение задач по системе национального счетоводства. Впервые столь полно отражены вопросы, касающиеся расчетов фондовых и биржевых индексов, анализа структуры и структурных изменений, периодизации макроэкономических процессов.

Сборник задач не претендует на всеобъемлющий охват методов анализа макро- и микросоциально-экономических процессов.

Такой цели авторы не ставили. Свою задачу они видели в пробуждении интереса студентов к статистике, ее методам.

Цель «Сборника задач» видится в оказании помощи студентам и всем интересующимся вопросами статистики в постановке задач исследования актуальных социально-экономических проблем и практическом использовании системы статистических показателей и методов анализа для решения этих задач.

Предлагаемые задания составлены таким образом, чтобы обеспечивать систематическую, последовательную работу студентов над курсом.

Задачи и примеры построены на материалах, взятых из статистических сборников, периодических изданий и на условных данных.

Отзывы и замечания о сборнике просим направлять по адресу: 630090 г. Новосибирск, ул. Каменская, 56, НГАЭиУ, Кафедра статистики.

РАЗДЕЛ 1. ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

1.1. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Задача 1.1.1.

Руководствуясь инструкцией «О подготовке к Всероссийской переписи населения 1999 года», заполните переписной лист на своего товарища и на себя.

Укажите критический момент, к которому необходимо приурочить запись сведений.

Задача 1.1.2.

Какие бы признаки Вы наметили для регистрации при проведении:

- а) обследования страховых компаний города;
- б) обследования промышленных предприятий с целью изучения безработицы;
- в) обследования рынка жилья.

Задача 1.1.3.

Ознакомьтесь с формами (сплошной и выборочной) Переписи населения 1999 года, инструкцией и определите:

- 1) виды наблюдения по полноте охвата единиц совокупности и по учету фактов во времени;

- 2) способ наблюдения;
- 3) критический момент переписи населения;
- 4) сроки ее проведения.

Задача 1.1.4.

Для эффективного размещения студентов, проживающих в общежитии Вашего учебного заведения, необходимо провести статистическое обследование их по составу. Для этого:

1. Определите перечень вопросов, которые Вы считали бы необходимым включить в программу обследования; сформулируйте вопросы.
2. Спроектируйте формуляр обследования и напишите инструкцию по его заполнению.
3. Составьте организационный план обследования.

Задача 1.1.5.

Менеджер супермаркета «Питер» решил провести обследование с целью выявления резервов и направлений улучшения работы его отделов. Помогите:

- 1) определить и ограничить объект и единицу наблюдения;
- 2) выбрать вид наблюдения и разработать его программу;
- 3) подготовить формуляр и краткую инструкцию.

Задача 1.1.6.

Укажите форму, вид и способ наблюдения для следующих обследований:

- годовой баланс предприятий;
- перепись населения;
- выборы Президента страны;
- регистрация браков;
- регистрация предприятий в ЕГРПО;
- сертификация напитков;
- экзамен по статистике.

Задача 1.1.7.

В целях изучения проблем молодых семей в городе намечено провести выборочное обследование. Определите перечень вопросов, которые, по Вашему мнению, можно было бы включить в анкету обследования.

Какие семьи Вы считаете молодыми?

1.2. СВОДКА И ГРУППИРОВКА

Задача 1.2.1.

Кожевенно-обувное предприятие в целях оптимизации плана выпуска женской обуви провело обследование 50 женщин, отобранных случайным образом. В результате получены следующие данные о размере обуви обследованных женщин:

36, 37, 37, 36, 38, 39, 37, 38, 38, 40, 35, 36, 37, 37, 38, 37, 38, 36, 37, 37, 36, 37, 39, 40, 38, 37, 37, 37, 36, 34, 38, 37, 37, 37, 38, 36, 36, 36, 40, 37, 37, 37, 38, 38, 36, 37, 37, 37, 36.

Постройте ряд распределения женщин по размеру обуви.

Задача 1.2.2.

Распределите районы Новосибирской области по величине розничного товарооборота за 1995 г.

	тыс. руб.
1. Баганский	31 331
2. Барабинский	46 415
3. Болотнинский	99 212
4. Венгеровский	34 088
5. Доволенский	40 210
6. Здвинский	38 196
7. Искитимский	208 491
8. Красноозерский	51 387
9. Купинский	54 680
10. Картатский	82 972
11. Колыванский	45 561
12. Коченевский	137 445
13. Кочковский	28 970
14. Карасукский	104 518
15. Кыштовский	21 253
16. Куйбышевский	36 775
17. Маслянинский	47 248
18. Мошковский	92 955
19. Новосибирский	178 291
20. Ордынский	68 865
21. Сузунский	60 674
22. Северный	9 767
23. Татарский	23 944
24. Тогучинский	127 725
25. Убинский	24 559
26. Усть-Тарский	21 946
27. Чановский	44 876
28. Черепановский	117 021

29. Чулымский 36 637
30. Чистоозерный 33 775

Задача 1.2.3.

Имеются данные по десяти крупнейшим общенациональным рекламодателям США в 1981 году.

Место	Фирма	Общие затраты на рекламу, млн. долл.	Общая сумма продаж, млн. долл.
1	2	3	4
1.	Проктер энд гамбл	641,7	11 944
2.	Сирс, Робак энд К°	544,1	27 360
3.	Дженералс фудз	456,8	8351
4.	Филип Моррис	432,9	10 885
5.	Дженерал моторс	401,0	62 698
6.	К-Март	349,6	16 527
7.	Набиско брэндз	340,9	5819
8.	Р.Дж.Рейнолдз индастриз	321,2	11 691
9.	АТТ	297,0	58 214
10.	Мобил	293,1	68 587

Охарактеризуйте структуру рекламодателей США по удельным затратам на рекламу, предварительно построив типологическую группировку.

Задача 1.2.4.

Рабочие фирмы по производству пластиковых окон характеризуются следующими показателями:

№№ п.п.	Образование	Стаж работы	Выработка, штук	Месячная зарплата, тыс. руб.
1	Начальное	0	28	1,40
2	Среднее	0	35	1,50

Продолжение табл.

№№ п.п.	Образование	Стаж работы	Выработка, штук	Месячная зарплата, тыс. руб.
3	Среднее	20	68	2,40
4	Неп. среднее	20	65	2,20
5	Спец. среднее	9	55	1,85
6	Высшее	20	65	2,50
7	Начальное	6	45	1,50
8	Среднее	25	68	2,40
9	Неп. среднее	14	55	1,80
10	Спец. среднее	0	40	1,50
11	Неп. среднее	13	56	1,85
12	Высшее	5	48	1,60
13	Начальное	12	50	1,75
14	Неп. среднее	20	65	2,20
15	Спец. среднее	1	42	1,55
16	Среднее	1	40	1,50
17	Спец. среднее	2	42	1,60
18	Среднее	26	70	2,80
19	Нез. высшее	25	70	2,80
20	Неп. среднее	17	60	1,80
21	Начальное	18	55	1,70
22	Среднее	18	71	3,00
23	Неп. среднее	25	60	2,50
24	Спец. среднее	25	70	3,00
25	Неп. среднее	25	62	2,60
26	Среднее	1	40	1,50
27	Нез. высшее	10	65	2,60

№ п.п.	Образование	Стаж работы	Выработка, штук	Месячная зарплата, тыс. руб.
28	Начальное	16	54	1,60
29	Неп. среднее	26	65	2,80
30	Спец. среднее	22	68	2,90
31	Неп. среднее	3	32	1,5

1. Используя комбинацию признаков, проведите типологическую группировку рабочих по уровню квалификации, применяя специализацию признаков и специализацию интервалов.

2. В пределах выделенных типов выполните аналитическую группировку для оценки связи между стажем работы и средней выработкой.

Результаты представьте в табличной форме.

Задача 1.2.5.

Агентство недвижимости предлагает на продажу следующие двух- и трехкомнатные квартиры.

Применяя метод группировок, проанализируйте структуру предложения по районам города и по типу квартир.

2-х-комнатные

Тип квартиры	Район	Жил. площадь	Кухня	Сан. узел	Цена, тыс. руб.
см.	Центральный	32,0	6,0	с	165,0
из.	Центральный	27,0	8,0	р	210,0
см.	Железнодорожный	31,0	6,0	с	110,0
из.	Железнодорожный	32,0	8,0	р	240,0
см.	Железнодорожный	29,0	6,0	с	153,0
из.	Железнодорожный	25,0	6,0	с	110,0
см.	Дзержинский	31,0	6,0	с	95,0

Тип квартиры	Район	Жил. площадь	Кухня	Сан. узел	Цена, тыс. руб.
из.	Дзержинский	27,0	7,0	р	100,0
из.	Дзержинский	25,0	6,0	р	80,0
из.	Дзержинский	28,0	7,0	р	95,0
из.	Кировский	32,0	6,0	с	70,0
см.	Кировский	24,0	8,0	с	95,0
из.	Кировский	28,0	7,0	р	90,0
из.	Кировский	31,0	6,0	с	80,0
см.	Кировский	32,0	6,0	с	80,0
из.	Калининский	36,0	13,0	р	300,0
из.	Калининский	27,0	7,0	р	100,0
см.	Калининский	30,0	6,0	р	95,0
из.	Калининский	31,0	9,0	р	120,0
из.	Калининский	31,0	9,0	р	120,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	120,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	110,0
из.	Октябрьский	33,0	9,0	р	120,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	110,0

3-х-комнатные

Тип квартиры	Район	Жил. площадь	Кухня	Сан. узел	Цена, тыс. руб.
из.	Советский	40,0	8,0	р	210,0
из., п/г	Центральный	51,0	10,0	р	408,0
из.	Центральный	53,0	9,0	р	300,0

Продолжение табл.

Тип квар- тиры	Район	Жил. площадь	Кухня	Сан. узел	Цена, тыс. руб.
из.	Центральный	48,0	9,0	р	330,0
из.	Железнодорожный	43,0	10,0	р	360,0
из.	Железнодорожный	41,0	6,0	с	160,0
из.	Железнодорожный	46,0	16,0	с	600,0
см- из.	Дзержинский	43,0	7,0	р	155,0
из.	Дзержинский	40,0	7,0	р	125,0
см- из.	Кировский	42,0	7,0	р	120,0
из.	Кировский	37,0	7,0	р	120,0
из.	Калининский	42,0	13,0	р	190,0
из.	Калининский	41,0	7,0	р	130,0
из.	Октябрьский	35,0	9,0	р	140,0
из.	Октябрьский	40,0	6,0	р	170,0
см.	Ленинский	42,0	6,0	с	128,0
из.	Ленинский	48,0	10,0	р	160,0
из.	Заельцовский	44,0	10,0	р	360,0
см- из.	Заельцовский	43,0	7,0	р	155,0

Признаки типа квартиры:
см. — смежные комнаты;
из. — изолированные;
см.-из. — смежно-изолированные;
п/г — полногабаритные.

Признаки санузла:
р — раздельный;
с — совмещенный.

Задача 1.2.6.

Используя данные задачи № 1.2.5., выполните аналитическую группировку для оценки связи между типом квартиры и ценой.

Задача 1.2.7.

Численность осужденных в области распределяется по возрастам следующим образом:

Возраст, лет	1996 г.	1997 г.
14—17	1959	2965
18—24	2673	5477
25—29	2183	2962
30—49	4512	8137
50 и старше	585	908

Определите в каком году и в какой возрастной группе численность осужденных на 1000 человек была больше, если распределение населения области по возрастным группам следующее:

Возраст, лет	1996 г.	1997 г.
0—9	429,4	376,5
10—19	405,5	428,1
20—29	377,2	355,8
30—39	476,4	474,4
40—49	290,3	354,6
50—59	337,9	306,1
60—69	267,0	277,7
70 и старше	164,0	170,8

Задача 1.2.8.

На основании данных таблицы и применяя метод многомерной средней, выделите три типа регионов по уровню социально-экономического развития.

Таблица 1.2.1.

Основные показатели социально-экономического развития регионов Сибири в 1996 г.

Регион	Объем промышленной продукции, млрд. руб.	Кап. вложения за счет всех источников финансирования, млрд. руб.	Ввод в действие жилых домов, тыс. кв.м	Производство молока, тыс. тонн	Производство мяса в живом весе, тыс. тонн	Розничный товарооборот, млрд. руб.	Население, тыс. чел.	Индекс физического производства, в % к прошлому году
1. Красноярский край	30491,9	5436,7	420,0	856,2	195,4	10197,4	3128,0	106,2
2. Алтайский край	8470,7	1682,6	343,0	1391,8	210,2	6221,9	2691,8	95,1
3. Новосибирская область	10574,5	2327,8	333,5	1058,9	193,3	7116,1	2748,0	96,8
4. Томская область	7693,5	1495,1	169,4	251,6	55,9	2435,9	1979,6	91,1
5. Кемеровская область	32542,0	5573,0	353,0	587,7	103,2	13805,0	3077,9	99,4
6. Омская область	13882,0	1461,6	206,0	1040,1	213,6	5827,0	2177,5	96,2
7. Иркутская область	26991,0	3697,1	261,1	503,4	98,1	9531,0	2808,1	101,7
8. Тюменская область	60546,0	26626,2	1000,6	549,3	112,0	13564,0	3160,0	96,3
9. Читинская область	2861,1	1143,1	88,4	326,8	91,6	3369,2	1302,6	86,2

Продолжение табл. 1.2.1.

Регион	Объем промышленной продукции, млрд. руб.	Кап. вложения за счет всех источников финансирования, млрд. руб.	Ввод в действие жилых домов, тыс. кв.м	Производство молока, тыс. тонн	Производство мяса в живом весе, тыс. тонн	Розничный товарооборот, млрд. руб.	Население, тыс. чел.	Индекс физического производства, в % к прошлому году
10. Республика Алтай	114,9	107,3	—	69,9	18,7	341,7	199,2	85,2
11. Республика Тыва	226,8	132,6	—	57,2	26,7	467,8	307,2	92,7
12. Республика Хакасия	3820,9	583,2	—	64,8	26,6	1346,8	584,3	89,8
13. Республика Бурятия	3211,0	906,6	—	154,7	65,8	2842,6	1052,8	88,0

Задача 1.2.9.

Рассчитав матрицу расстояний и применяя метод шаров, выделите типы однокачественной динамики индекса потребительских цен в 1996 г.

Таблица 1.2.2.

Индекс потребительских цен в 1996 г.
(на конец месяца, в % к декабрю 1995 г.)

Месяц	ИПЦ в % к декабрю 1995 г.
Январь	104,0
Февраль	107,2
Март	110,3
Апрель	112,9
Май	114,4
Июнь	116,0
Июль	117,1
Август	117,2

Продолжение табл. 1.2.2.

Месяц	ИПЦ в % к декабрю 1995 г.
Сентябрь	117,5
Октябрь	118,8
Ноябрь	120,9
Декабрь	121,8

Задача 1.2.10.

По 12 показателям, характеризующим деятельность предприятий, рассчитаны коэффициенты парной корреляции между предприятиями:

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10
U1	1,0	0,78	0,76	0,65	0,74	0,94	0,58	0,91	0,95	0,77
U2		1,0	0,81	0,79	0,67	0,9	0,53	0,98	0,64	0,65
U3			1,0	0,42	0,51	0,63	0,49	0,63	0,67	0,70
U4				1,0	0,80	0,79	0,66	0,85	0,68	0,64
U5					1,0	0,61	0,70	0,58	0,80	0,71
U6						1,0	0,97	0,99	0,72	0,70
U7							1,0	0,54	0,99	0,68
U8								1,0	0,75	0,74
U9									1,0	0,99
U10										1,0

Методом корреляционных плеяд выполните многомерную группировку предприятий.

Задача 1.2.11.

По 11 петербургским эмитентам приведены коэффициенты парной корреляции цен акций:

	Индекс РТС	БМП	Электросила	Ижорские заводы	Кировский завод	Красный выборжец	ЛОМО	Ленэнерго	ММТ	ПТС	СЗП
Индекс РТС	1										
БМП	-0,56	1									
Электросила	-0,34	0,77	1								
Ижорские заводы	0,81	-0,29	-0,11	1							
Кировский завод	0,05	-0,11	-0,01	0,03	1						
Красный выборжец	-0,50	0,81	0,73	-0,41	-0,02	1					
ЛОМО	-0,08	0,71	0,82	0,17	-0,01	0,63	1				
Ленэнерго	0,88	-0,48	-0,26	0,86	-0,01	-0,47	0,06	1			
ММТ	0,63	-0,27	-0,16	0,75	0,01	-0,39	0,08	0,77	1		
ПТС	0,73	-0,43	-0,23	0,77	0,01	-0,46	0	0,85	0,92	1	
СЗП	-0,38	0,70	0,77	-0,15	0	0,68	0,79	-0,28	-0,25	-0,32	1

¹ Рынок ценных бумаг, 1997, № 5, с. 20.

Выполните методом дендритов типологическую группировку петербургских эмитентов.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

Агентство недвижимости предлагает на продажу следующие двухкомнатные квартиры.

Применяя метод группировок, проанализируйте структуру предложения по районам города.

2-х-комнатные

Тип квартир	Район	Жил. площадь	Кухня	Сан. узел	Цена, млн. руб.
см.	Центральный	32,0	6,0	с	150,0
из.	Центральный	27,0	8,0	р	210,0
см.	Железнодорожный	31,0	6,0	с	110,0
из.	Железнодорожный	32,0	8,0	р	240,0
см.	Железнодорожный	29,0	6,0	с	130,0
из.	Железнодорожный	25,0	6,0	с	110,0
см.	Дзержинский	31,0	6,0	с	95,0
из.	Дзержинский	27,0	7,0	р	100,0
из.	Дзержинский	25,0	6,0	р	80,0
из.	Дзержинский	28,0	7,0	р	95,0
из.	Кировский	32,0	6,0	с	70,0
см.	Кировский	24,0	8,0	с	95,0
из.	Кировский	28,0	7,0	р	90,0
из.	Кировский	31,0	6,0	с	80,0
см.	Кировский	32,0	6,0	с	80,0
из.	Калининский	36,0	13,0	р	300,0
из.	Калининский	27,0	7,0	р	100,0
см.	Калининский	30,0	6,0	р	95,0
из.	Калининский	31,0	9,0	р	120,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	120,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	110,0
из.	Октябрьский	33,0	9,0	р	120,0
из.	Октябрьский	31,0	9,0	р	110,0

Решение.

Для анализа структуры предложения квартир по районам города выполним группировку квартир.

При проведении любой группировки среди прочих решаются следующие задачи: выбор группировочного признака (основания группировки) и определение числа выделяемых групп.

В соответствии с условием задачи в основу группировки положим признак «район города». Так как группировочный признак атрибутивный, то количество групп совпадает с числом районов города.

После того, как выбран группировочный признак, намечено число групп и образованы сами группы, необходимо отобрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их величины по каждой группе. В качестве показателей, характеризующих структуру, рассчитаем количество и среднюю цену квартир в каждом районе и удельный вес района в общем предложении квартир.

Показатели, характеризующие предложение квартир по районам, разнесем по шести указанным группам и подсчитаем групповые итоги.

Результаты группировки представим в таблице.

Таблица 1.2.3.

Группировка квартир по районам города

Район	Количество квартир	Удельный вес района	Средняя цена квартиры, млн. руб.
Дзержинский	4	17,39	92,5
Железнодорожный	4	17,39	122,5
Калининский	4	17,39	153,8
Кировский	5	21,74	83,0
Октябрьский	4	17,39	115,0
Центральный	2	8,70	180,0
Итого:	23	100,00	122,2

Пример 2.

Распределите районы Новосибирской области по величине розничного товарооборота за 1995 г. Число групп задайте равным 5.

	тыс. руб.
1. Баганский	31 331
2. Барабинский	56 440
3. Болотнинский	99 212
4. Венгеровский	34 088
5. Доволенский	43 520
6. Здвинский	38 196
7. Искитимский	208 492
8. Краснозерский	51 387
9. Купинский	65 680
10. Курганский	82 972
11. Колыванский	45 561
12. Коченевский	137 445
13. Кочковский	28 970
14. Карасукский	104 518
15. Кыштовский	21 253
16. Куйбышевский	36 775
17. Маслянинский	47 248
18. Мошковский	92 955
19. Новосибирский	178 291
20. Ордынский	68 865
21. Сузунский	60 674
22. Северный	9 767
23. Татарский	23 944
24. Тогучинский	127 725
25. Убинский	24 559
26. Усть-Тарский	21 946
27. Чановский	44 876
28. Черепановский	117 021
29. Чулымский	36 637
30. Чистоозерный	33 775

Решение.

Так как число групп заранее определено, остается решить вопрос о величине интервалов.

Возможно несколько вариантов:

- а) равные интервалы;
 - б) равнонаполненные интервалы;
 - в) интервалы, меняющиеся по арифметической прогрессии;
 - г) интервалы, меняющиеся по геометрической прогрессии.
- Если интервалы равные.

Имеем:

$$i = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{n},$$

здесь i — величина интервала;

n — число групп;

$x_{\max}$ — максимальное значение группировочного признака в совокупности;

$x_{\min}$ — минимальное значение группировочного признака.

$$i = \frac{208492 - 9767}{5} = \frac{198725}{5} = 39745.$$

Результаты представим в табличном виде.

Таблица 1.2.4.

Группировка районов по объему товарооборота (вариант а)

Группы районов по объему товарооборота	Число районов в группе	Район	Средний размер товарооборота по группе, тыс. руб.
9767—49512	16	1, 4, 5, 6, 11, 13, 15, 16, 17, 22, 23, 25, 26, 27, 29, 30	32652,8
49512—89257	6	2, 8, 9, 10, 20, 21	64336,3
89257—129002	5	3, 14, 18, 24, 28	108286,2
129002—168747	1	12	137445,0
168747—208492	2	7, 19	193391,5
Итого	30		65804,1

Пусть интервалы равнонаполненные.

Имеем:

$$m = \frac{N}{n},$$

здесь N — численность единиц совокупности;
 n — число групп;
 m — численность единиц в группе.

$$m = \frac{30}{5} = 6 \text{ (см. таблицу 1.2.5.)}$$

Таблица 1.2.5.

Группировка районов по объему товарооборота (вариант б)

Группы районов по объему товарооборота	Группы	Число районов в группе	Район	Средний размер товарооборота по группе, тыс. руб.
9767—28970	До 30	6	13, 15, 22, 23, 25, 26	21739,8
31331—38196	30—40	6	1, 4, 6, 16, 29, 30	35133,7
43520—56440	40—60	6	2, 5, 8, 11, 17, 27	48172,0
60674—99212	60—100	6	3, 9, 10, 18, 20, 21	78393,0
104518—208492	100 и более	6	7, 12, 14, 19, 24, 28	145582,0
Итого	—	30	—	65804,1

И, наконец, пусть величина интервала меняется по арифметической прогрессии.

Тогда, например:

$$i_k = k \cdot i,$$

здесь i — величина первого интервала;
 i_k — величина k -го интервала;
 k — номер интервала.

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\sum k}, \text{ получаем}$$

$$i = \frac{208492 - 9767}{1 + 2 + 3 + 4 + 5} = \frac{198725}{15} = 13248$$

$$i_1 = 1 \cdot 13248 = 13248$$

$$i_5 = 5 \cdot 13248 = 66240$$

Расчеты представим в таблице:

Таблица 1.2.6.

Группировка районов по объему товарооборота (вариант в)

Группы районов по объему товарооборота	Число районов в группе	Район	Средний размер товарооборота по группе, тыс. руб.
До 23016	3	15, 22, 26	17655,3
23016—49512	13	1, 4, 5, 6, 11, 13, 16, 17, 23, 25, 27, 29, 30	36113,8
49512—89256	6	2, 8, 9, 10, 20, 21	64336,3
89256—142248	6	3, 12, 14, 18, 24, 28	113146,0
142248 и более	2	7, 19	193391,5
Итого	30	—	65804,1

Рассмотрение вариантов может быть продолжено. Как выбрать лучший? В качестве критерия рекомендуется использовать межгрупповую дисперсию. Группировка, в которой межгрупповая дисперсия максимальная, считается лучшей. По данным таблиц 1, 2, 3 рассчитаем:

$$\sigma_a^2 = 2143673000$$

$$\sigma_b^2 = 1943244100$$

$$\sigma_v^2 = 2147738200$$

Соответственно, лучший из трех рассмотренных — вариант в, при котором величина интервалов изменяется в арифметической прогрессии.

Пример 3.

Численность осужденных в области распределяется по возрастам следующим образом:

(чел.)

Возраст, лет	1991 г.	1994 г.
14—17	1959	2965
18—24	2673	5477
25—29	2183	2962
30—49	4512	8137
50 и старше	585	908

Определите, в каком году и в какой возрастной группе численность осужденных на 1000 человек была больше, если распределение населения области по возрастным группам следующее:

(тыс. чел.)

Возраст, лет	1991 г.	1994 г.
0—9	429,4	376,5
10—19	405,5	428,1
20—29	377,2	355,8
30—39	476,4	474,4
40—49	290,3	354,6
50—59	337,9	306,1
60—69	267,0	277,7
70 и старше	164,0	170,8

Решение.

Методику решения рассмотрим на данных за 1991 год.

Для приведения данных в сопоставимый вид выполним вторичную группировку (методом долевого перегруппировки и укрупнения интервалов) распределения населения области по возрастным группам, образуя новые группы со следующими интервалами: 0—13, 14—17, 18—24, 25—29, 30—49, 50 и выше.

В первую новую группу [0—13] войдет полностью первая возрастная группа населения и часть второй группы. От интервала второй группы нужно взять 4 части. Величина интервала этой группы составляет 10. Следовательно, надо взять от нее $4/10$ ($4:10$). Такую же часть во вновь образуемую первую группу надо взять и от численности, т.е. $405,5 \times (4:10) = 162,2$ тыс. чел. Тогда в первой группе численность населения будет: $429,4 + 162,2 = 591,6$ тыс. чел.

Вторую группу [14—17] образует часть населения второй возрастной группы [10—19]: $405,5 \times (4:10) = 162,2$ тыс. чел.

Во вновь образованную третью группу [18—24] войдет часть населения второй группы [10—19] и часть третьей [20—29]: $405,5 \times (2:10) + 377,2 \times (5:10) = 269,7$ тыс. чел. Все остальные группы определяются аналогично.

В результате перегруппировки получаем следующие данные:

Возраст, лет	Распределение населения области в 1991 г., тыс. чел.
0—13	$429,4 + 4/10 \times 405,5 = 591,6$
14—17	$4/10 \times 405,5 = 162,2$
18—24	$2/10 \times 405,5 + 5/10 \times 377,2 = 269,7$
25—29	$5/10 \times 377,2 = 188,6$
30—49	$476,4 + 290,3 = 766,7$
50 и выше	$337,9 + 267,0 + 164,0 = 768,9$

Используя группировку осужденных и вторичную группировку распределения населения по возрасту, рассчитываем численность осужденных на 1000 человек населения в виде относительной величины интенсивности:

Численность осужденных по группе

Численность населения по группе

$$\text{Для возраста [14—17]} - \frac{1,959}{162,2} \times 1000 = 12,1 \text{ чел. на } 1000 \text{ чел.}$$

$$\text{Для возраста [18—24]} - \frac{2,673}{269,7} \times 1000 = 9,9 \text{ чел. на } 1000 \text{ чел.}$$

и т.д.

Результаты представим в табличном виде:

Возраст, лет	Численность осужденных на 1000 чел. населения
14—17	12,1
18—24	9,9
25—29	11,6
30—49	5,9
50 и выше	0,8

В 1991 году больше всего осужденных на 1000 человек населения было в возрастной группе 14—17 лет.

Пример 4.

Рассчитав матрицу расстояний и применяя метод шаров, выделите типы однокачественной динамики индекса потребительских цен в 1996 г.

Таблица 1.2.7.

Индекс потребительских цен в 1996 г. (на конец месяца, в % к декабрю 1995 г.)	
Месяц	ИПЦ в % к декабрю 1995 г.
Январь	104,0
Февраль	107,2
Март	110,3
Апрель	112,9
Май	114,4
Июнь	116,0
Июль	117,1
Август	116,8
Сентябрь	117,3
Октябрь	118,8
Ноябрь	120,9
Декабрь	121,8

Решение.

Идея метода шаров заключается в следующем: для каждой точки (объекта, признака, периода времени) строится шар в n -мерном пространстве заданного радиуса ρ .

$$\rho = \max_j \min_{i \neq j} C_{ij},$$

где $\{C_{ij}\}$ — матрица расстояний между точками ($i, j = 1, \dots, n$);

n — количество точек.

Возможен расчет нескольких мер расстояний между точками i и j . Например, среднее Евклидово расстояние:

$$C_{ij} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{l=1}^m (x_{il} - x_{jl})^2},$$

где C_{ij} — расстояние между объектами i и j ;

x_{il} — значение l -го признака у объекта i ;

x_{jl} — то же для объекта j ;

m — количество признаков.

Определим матрицу расстояний по исходным данным задачи (см. таблицу):

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}	V_{11}	V_{12}
V_1	0	3,2	6,3	8,9	10,4	12,0	13,1	12,8	13,3	14,8	16,9	17,8
V_2	3,2	0	3,1	5,7	7,2	8,8	9,9	9,6	10,1	11,6	13,7	14,6
V_3	6,3	3,1	0	2,6	4,1	5,7	6,8	6,5	7,0	8,5	10,6	11,5
V_4	8,9	5,7	2,6	0	1,5	3,1*	4,2	3,9	4,4	5,9	8,0	8,9
V_5	10,4	7,2	4,1	1,5	0	1,6*	2,7	2,4	2,9	4,4	6,5	7,4
V_6	12,0	8,8	5,7	3,1	1,6	0*	1,1	0,8	1,3	2,8*	4,9	5,8
V_7	13,1	9,9	6,8	4,2	2,7	1,1*	0	0,3	0,2	1,7*	3,8	4,7
V_8	12,8	9,6	6,5	3,9	2,4	0,8*	0,3	0	0,5	2,0*	4,1	5,0
V_9	13,3	10,1	7,0	4,4	2,9	1,3*	0,2	0,5	0	1,5*	3,6	4,5
V_{10}	14,8	11,6	8,5	5,9	4,4	2,8*	1,7	2,0	1,5	0*	2,1	3,0
V_{11}	16,9	13,7	10,6	8,0	6,5	4,9	3,8	4,1	3,6	2,1*	0	0,9
V_{12}	17,8	14,6	11,5	8,9	7,4	5,8	4,7	5,0	4,5	3,0*	0,9	0
min по столбцу	3,2	3,1	2,6	1,5	1,5	0,8	0,2	0,3	0,2	1,5	0,9	0,9
maxmin = ρ	3,2											
κ	2	3	3	4	6	7	6	6	6	7	3	3
Σ						10,7*				13,1		

Так как, $l = 1$, то в одномерном случае $C_{ij} = |x_i - x_j|$.

$$d_{11} = 0$$

$$d_{21} = d_{12} = \sqrt{(104,0 - 107,2)^2} = 3,2$$

$$d_{31} = d_{13} = \sqrt{(104,0 - 110,3)^2} = 6,3.$$

Выберем в каждом столбце матрицы минимальное расстояние. Затем определим максимальное из них (то есть радиус шара).

$$\rho = \max_j \min_i C_{ij} = 3,2.$$

Теперь для каждого месяца V_j определяем k — число месяцев, входящих в его шар таким образом, что $C_{sj} \leq \rho$. Элементы того месяца, где больше число k и образуют первое подмножество. У нас 2 месяца, где $k_{\max} = 7$. Выбираем из них такой, в котором сумма расстояний (Σ), удовлетворяющих условию $C_{sj} \leq \rho$, является минимальной.

Это столбец V_6 , и, следовательно, первое подмножество образуют элементы $\{V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}\}$.

Удаляем из матрицы расстояний первое подмножество. Получаем новую таблицу:

	V_1	V_2	V_3	V_{11}	V_{12}
V_1	0	3,2*	6,3	16,9	17,8
V_2	3,2	0*	3,1	13,7	14,6
V_3	6,3	3,1*	0	10,6	11,5
V_{11}	16,9	13,7	10,6	0	0,9
V_{12}	17,8	14,6	11,5	0,9	0
min по столбцу	3,2	3,1	3,1	0,9	0,9
$\max \min = \rho$	3,2				
k	2	3*	2	2	2

Аналогично определяем элементы второго множества.

$k_{\max} = 3$ и получаем второе подмножество $\{V_1, V_2, V_3\}$. Элементы выделенного подмножества исключаются из матрицы расстояний. В результате новой итерации имеем подмножество $\{V_{11}, V_{12}\}$.

Таким образом, мы выделили 3 типа однокачественной динамики индекса потребительских цен в 1996 году. Осталось их интерпретировать:

Типы динамики ИПЦ	Месяцы	Интерпретация типов
1	с января по март	скачок цен
2	с апреля по октябрь	стабильные цены
3	ноябрь, декабрь	средний рост цен

Пример 5.

По 12 показателям, характеризующим деятельность предприятий, рассчитаны коэффициенты парной корреляции:

	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}
U_1	1,0	<u>0,87</u>	<u>0,89</u>	0,31	0,27	0,14	0,18	0,36	0,41	<u>0,52</u>
U_2	<u>0,87</u>	1,0	<u>0,92</u>	0,24	<u>0,57</u>	0,35	0,37	0,51	0,28	0,09
U_3	<u>0,89</u>	<u>0,92</u>	1,0	0,26	0,38	0,44	0,21	0,31	0,34	0,18
U_4	0,31	0,24	0,26	1,0	<u>0,95</u>	0,81	0,73	0,26	0,51	0,50
U_5	0,27	<u>0,57</u>	0,38	<u>0,95</u>	1,0	<u>0,98</u>	0,85	0,30	0,50	0,40
U_6	0,14	0,35	0,44	0,81	<u>0,98</u>	1,0	0,91	0,20	0,30	0,10
U_7	0,18	0,37	0,21	0,73	<u>0,85</u>	0,91	1,0	0,17	0,21	0,36
U_8	0,36	0,51	0,31	0,26	0,30	0,20	0,17	1,0	<u>0,99</u>	<u>0,83</u>
U_9	0,41	0,28	0,34	0,51	0,50	0,30	0,21	<u>0,99</u>	1,0	<u>0,94</u>
U_{10}	<u>0,52</u>	0,09	0,18	0,50	0,40	0,10	0,36	<u>0,83</u>	<u>0,94</u>	1,0

Методом корреляционных плеяд выполните многомерную группировку предприятий.

Решение.

Техника корреляционных плеяд состоит в следующем:

1. В матрице коэффициентов связи выбирается максимальный по абсолютной величине (кроме диагональных) показатель. Пусть им оказался R_{ij} . Наносим на график точки i и j ,

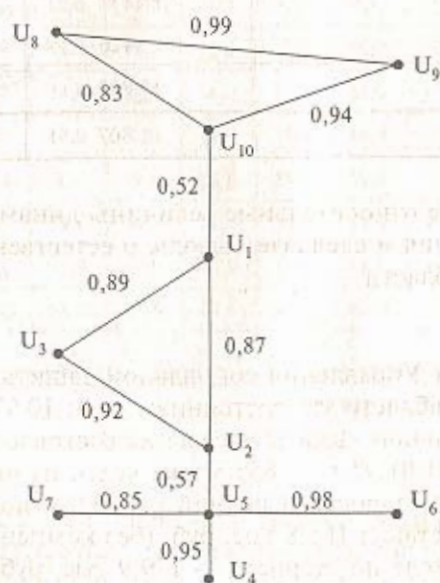
соединяем их линией, над линией пишем значение R_{ij} , далее, выбираем максимальный из двух наибольших по абсолютной величине коэффициентов в строках i и j (кроме R_{ij}), пусть им оказался R_{ik} , соединяем линией точки i и k , над линией пишем значение R_{ik} .

Продолжая построение, на каждом шаге находим объект (признак), наиболее тесно связанный с одним из двух, отобранных на предыдущем этапе. Построение чертежа завершаем, когда в нем окажутся все m точек (m — объем совокупности).

2. Выбираем пороговую величину h и исключаем из схемы связи, соответствующие меньшим, чем h коэффициентам связи.

h выбираем до тех пор, пока не получим нормальных групп (плеяд) объектов (h является порогом, при переходе через который происходит рассеивание групп на отдельные, не связанные объекты).

Применим данную технику к матрице коэффициентов связи. В результате получим следующую схему:



Возьмем $h = 0,6$, тогда уберутся две связи ($U_{10} - U_1$ и $U_2 - U_5$), получим в итоге три плеяды (группы) предприятий:

1. U_8, U_9, U_{10}

2. U_1, U_2, U_3

3. U_4, U_5, U_6, U_7 .

1.3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Задача 1.3.1.

Демографическая ситуация области характеризуется следующими данными:

Зарегистрировано	1996 г.	Январь—ноябрь 1997 г.
1. Средняя численность населения	2 518 068	2 504 705
2. Родившихся живыми	22 159	21 907
3. Умерших в том числе: — детей до 1 года	39 709 426	35 270 334
4. Браков	17 820	17 507
5. Разводов	11 307	11 469

Рассчитайте относительные величины динамики, интенсивности, сравнения и сделайте выводы о естественном движении населения в области.

Задача 1.3.2.

По данным Управления социальной защиты населения администрации области по состоянию на 01.10.97 г., на учете в органах социальной защиты населения состояло 663,3 тыс. пенсионеров (на 01.01.97 г. — 655,3 тыс. чел.), из них 528,1 тыс. — пенсионеры по старости. Средний размер назначенной месячной пенсии составил 165,8 тыс. руб. (без компенсационных выплат); в том числе по старости — 179,9 тыс. руб. (на 01.01.97 г. соответственно 98,9 и 107,2 тыс. руб.).

С учетом компенсационных выплат средний размер назначенной месячной пенсии составил 223,3 тыс. руб., в т.ч. по старости — 237,4 тыс. руб.

Для сравнения — средняя заработная плата работающих в сентябре 1997 года составила 492,6 тыс. руб., прожиточный минимум пенсионеров на 01.10.97 г. — 200,4 тыс. руб.

Для характеристики пенсионного обеспечения в области рассчитайте относительные величины динамики, структуры, координации, сравнения.

Сделайте выводы.

Задача 1.3.3.

Среднегодовая численность населения области в 1997 году была 2540,7 тыс. человек. Из них занято в экономике 926,2 тыс. чел. (в 1996 году было занято 957,1 тыс. человек при общей численности населения 2518,1 тыс. чел.), безработные составили 25,4 тыс. чел. Среди безработных лица с высшим образованием 3,0 тыс. чел., молодежь в возрасте от 16 до 29 лет — 7,8 тыс. чел., женщины 18,4 тыс. чел.

Определите относительные величины динамики, структуры, координации, интенсивности.

Сделайте выводы.

Задача 1.3.4.

Экономика региона характеризуется следующими показателями:

	1993 г.	1994 г.	1995 г.	1996 г.
1. Численность населения (на конец года), тыс. чел.	2755,0	2754,9	2744,0	2745,0
2. Производство товаров народного потребления, млрд. руб.	7,8	70,0	519,5	1486,2
3. Ввод в действие общей площади жилых домов, тыс. кв. метров	200,2	191,3	176,5	130,1
4. Внешнеторговый оборот, млн. долл. США	...	26,8	84,5	350,2
в том числе				
— экспорт	...	17,8	41,5	135,1
— импорт	...	9,0	43,0	215,1
5. Число посещений театров, тыс. чел.	928,5	813,6	749,5	660,0
6. Число больничных коек	38 023	37 695	36 515	36 370

1. Определите уровень экономического развития региона по всем показателям, их динамику.

2. Определите, по какому показателю динамика экономического развития выше.

Задача 1.3.5.

Крестьянские хозяйства подразделяются по размерам земельных угодий следующим образом:

Размер земельных угодий, га	Число хозяйств, единиц
До 3	34
4—5	52
6—10	435
11—20	841
21—50	1837
51—70	663
71—100	753
101—200	732
Свыше 200	133

Рассчитайте:

- 1) средний размер земельных угодий;
- 2) показатели вариации: размах, среднее линейное, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Оцените количественную однородность совокупности;
- 3) моду и медиану.

Задача 1.3.6.

Имеется распределение населения области по размеру среднедушевого дохода в 1996 г.:

Среднедушевой доход в месяц, тыс. руб.	Количество человек, тыс. чел.
До 20,0	0
20,0—40,0	1,5
40,0—100,0	128,8

Продолжение табл.

Среднедушевой доход в месяц, тыс. руб.	Количество человек, тыс. чел.
100,0—150,0	329,2
150,0—200,0	422,8
200,0—250,0	408,0
250,0—300,0	345,2
300,0—350,0	273,5
350,0—400,0	209,3
400,0—450,0	157,4
450,0—500,0	117,3
500,0—600,0	152,2
600,0—700,0	84,7
700,0—800,0	47,9
800,0—900,0	27,6
900,0—1000,0	16,3
Свыше 1000,0	26,8
Всего	2748,5

1. Выполните вторичную группировку исходных данных таким образом, чтобы величина интервала была равной 100,0 тыс. руб.

2. Используя «способ моментов» рассчитайте средний душевой доход населения области в месяц и его вариацию (дисперсию).

3. Оцените уровень колеблемости среднедушевого дохода населения с помощью размаха вариации, среднего линейного отклонения и коэффициента вариации.

4. По исходным данным определите модальный и медианный размер среднедушевого дохода в месяц.

Задача 1.3.7.

Известно распределение вкладчиков районного отделения Сбербанка по размеру вкладов:

Группы вкладчиков по размеру вклада, тыс. руб.	Число вкладчиков, тысяч
До 50	168
50—100	29
100—500	13
500—1000	3,0
1000—5000	1,0
5000 и более	0,109
Итого	214,109

Рассчитайте структурные средние: медиану, первый и третий квартили, первый и девятый децили.

Задача 1.3.8.

Имеются следующие данные о распределении населения одной из областей Западной Сибири по среднедушевым денежным доходам (в %):

Группы населения по денежным доходам в расчете на душу населения в среднем за месяц, тыс. руб.	1995	1996
Всего	100,0	100,0
в том числе: до 100,0	3,7	0,9
100,0—150,0	10,5	3,5
150,0—200,0	14,4	6,3
200,0—250,0	14,5	8,2
250,0—300,0	12,7	9,0
300,0—350,0	10,4	8,9
350,0—400,0	8,1	8,4
400,0—450,0	6,2	7,6
450,0—500,0	4,7	6,7
500,0—600,0	6,2	10,9
600,0—700,0	3,5	8,9
700,0—800,0	2,0	5,8

Продолжение табл.

Группы населения по денежным доходам в расчете на душу населения в среднем за месяц, тыс. руб.	1995	1996
800,0—900,0	1,2	4,2
900,0—1000,0	0,7	3,0
свыше 1000,0	1,2	7,7

Определите:

1) среднедушевой месячный доход населения области в 1995 и 1996 годах;

2) среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации в 1995 и 1996 годах;

3) медианные размеры среднедушевых месячных доходов населения области в 1995 и 1996 годах.

Сравните полученные показатели.

Сделайте выводы.

Задача 1.3.9.

Бригада операторов компьютерного набора из трех человек должна выполнить набор книги в 500 страниц. Первый оператор тратит на набор 1 страницы 15 минут, второй — 20 минут и третий — 30 минут.

Определите, сколько времени потребуется бригаде на набор книги.

Задача 1.3.10.

Один рабочий тратит на изготовление детали 2 минуты, второй 6 минут. Каковы средние затраты времени на изготовление одной детали?

Задача 1.3.11.

Представьте, у вас есть 2 варианта получить дополнительный доход за год.

1. Вы можете продать квартиру за 200 тыс. руб. и деньги положить на депозитный вклад под 40% годовых с начислением процентов на проценты ежеквартально.

2. Вы можете сдать квартиру в аренду за 2000 руб. в месяц. Какой вариант вам подходит?

Задача 1.3.12.

Есть две группы людей с разным годовым доходом (тыс. руб.):

Группа А 2, 2, 2, 3.

Группа Б 5, 5, 6.

В какую группу нужно отнести человека с годовым доходом 4 тыс. руб.?

Задача 1.3.13.

По нижеследующим данным рассчитайте среднюю купюрность денег, выпущенных в обращение:

	Достоинство купюр										
	1 коп.	5 коп.	10 коп.	50 коп.	1 руб.	2 руб.	5 руб.	10 руб.	50 руб.	100 руб.	500 руб.
Выпущено в обращение, млн.	130	100	80	40	540	500	710	620	600	500	300

Задача 1.3.14.

Котировки фьючерсных контрактов по доллару США на 20.01.97 г.:

Дата поставки	Объем контрактов, \$	Котировка, руб./\$
Февраль	471 000	5646,13
Март	108 000	5688,00
Апрель	433 000	5728,02
Май	1 011 000	5761,02
Июнь	70 000	5817,14
Август	45 000	5890,00

По данным таблицы рассчитайте среднюю котировку фьючерсных контрактов на 1997 год.

Задача 1.3.15.

Имеются следующие данные о работе ТЭЦ области за месяц:

ТЭЦ	Количество выработанной энергии, млн. Квт-час.	Процент выполнения плана по объему электроэнергии, %	Себесто- имость 1 Квт-часа, руб.	Расход условного топлива на 1 Квт-час. электроэнергии, грамм
1	5000	101,0	490	458
2	1200	102,4	520	403
3	3800	99,5	420	423

Определите по совокупности ТЭЦ среднее значение:

- 1) количества электроэнергии, выработанной на одной ТЭЦ;
 - 2) процента выполнения плана по объему выработки электроэнергии на одной ТЭЦ;
 - 3) себестоимости 1 Квт-часа электроэнергии;
 - 4) расхода условного топлива на 1 Квт-час электроэнергии.
- Укажите виды рассчитанных средних величин.
Сделайте выводы.

Задача 1.3.16.

В трех партиях продукции, представленных на контроль качества, было обнаружено:

- а) первая партия — 1000 изделий, из них 920 годных, 80 бракованных;
- б) вторая партия — 800 изделий, из них 730 годных, 70 бракованных;
- в) третья партия — 900 изделий, из них 840 годных, 60 бракованных единиц продукции.

Определите в целом по трем партиям следующие показатели:

- а) средний процент годной продукции и средний процент брака;
- б) дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации годной продукции.

Задача 1.3.17.

С целью установления зависимости между урожайностью и сортом винограда в двух хозяйствах на основе выборки определили урожай на 20 кустах винограда:

Наименование сорта винограда	Число проверенных кустов	Урожай винограда с каждого куста, в кг				
		куст № 1	куст № 2	куст № 3	куст № 4	куст № 5
Первое хозяйство						
Сорт «А»	3	6	5	7	-	-
Сорт «Б»	5	7	6	8	5	9
Сорт «В»	2	9	7	-	-	-
Второе хозяйство						
Сорт «А»	2	5	7	-	-	-
Сорт «Б»	5	6	7	8	5	9
Сорт «В»	3	9	8	7	-	-

Исчислите: общую, межгрупповую и среднюю из частных дисперсий. Определите связь между сортом и его урожайностью по каждому из хозяйств отдельно.

Сравните полученные показатели по двум хозяйствам.
Сделайте выводы.

Задача 1.3.18.

Годовые темпы прироста потребительских цен на товары и услуги (в %) составили за 5 лет:

1991 г. — 222,9
1992 г. — 2594,0
1993 г. — 884,0
1994 г. — 251,2
1995 г. — 128,4

Определите среднегодовой темп роста потребительских цен за 5 лет.

Задача 1.3.19.

Имеются данные по области о ценах и дивидендах по ценным бумагам за 1989—1995 гг.:

(Номинал 1000 усл. денежных единиц (цена/дивиденды))

Ценные бумаги	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
1. Обыкновенные акции	1060/5	1200/10	1300/12	1100/6	1040/2	1250/15	1300/16
2. Акции малых фирм	900/2	1500/20	1700/40	600/3	850/2	1400/30	1600/40

Продолжение табл.

Ценные бумаги	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
3. Привилегированные акции	1030/2	1100/4	1250/10	1070/3	1020/1	1100/5	1200/7
4. Долгосрочные облигации предприятий	1040/2	1050/2	1100/3	1030/2	1030/2	1080/4	1100/5
5. Долгосрочные государственные облигации	1050/2	1050/2	1070/2	1020/2	1030/2	1050/2	1080/2
6. Государственные казначейские билеты	1040/2	1040/1	1060/2	1010/0	1030/1	1050/2	1060/2
7. Облигации Государственного займа	1030/3	1030/3	1050/3	1000/3	1040/3	1040/3	1050/3

Определите:

1. Чистую прибыль по ценным бумагам за каждый период в процентах.

2. Среднюю прибыльность по каждой ценной бумаге в 1995 г.

3. Применяя среднее квадратическое отклонение, определите уровень риска каждой ценной бумаги в 1995 г.

4. С помощью коэффициента корреляции оцените взаимосвязь между доходностью ценных бумаг и уровнем риска.

Сделайте выводы и рекомендации различным категориям инвесторов.

Чистая = $\frac{\text{Накопленные дивиденды} + \text{изменение номинала}}{\text{прибыль}}$ номинал

Например,

$$\text{ЧП по привел. акциям в 1993 г.} = \frac{(2 + 4 + 10 + 3 + 1 + 20)}{1000} = 0,04 (4\%).$$

Задача 1.3.20.

Имеются данные о средних котировках и доходности по ценным бумагам акций по выборке агентства «АК&М»:

Номинал 1000 руб. (котировка, руб./доходность, % год)

Эмитент	15.12.96		24.12.96		10.01.97		17.01.97	
	коти- ровка	доход- ность	коти- ровка	доход- ность	коти- ровка	доход- ность	коти- ровка	доход- ность
1. РАО «Газпром»	1781	-205	1771	-95	1883	47	2143	250
2. РАО «ЕЭС России»	456	-2	473	40	677	595	752	776

Продолжение табл.

Эмитент	15.12.96		24.12.96		10.01.97		17.01.97	
	коти- ровка	доход- ность	коти- ровка	доход- ность	коти- ровка	доход- ность	коти- ровка	доход- ность
3. Иркутскэнерго	669	121	701	42	971	538	1099	760
4. КамАЗ	6765	-49	6897	-24	7762	173	7810	183
5. Коминетфть	8800	226	8365	-95	8903	2	8714	58
6. «ЛУКОЙЛ» НК	57216	-12	59133	-3	72945	352	75156	375
7. Мосэнерго	5382	3	5436	-6	7580	482	7643	511
8. Норильский никель	28536	-197	28604	-183	35309	245	33183	211
9. Ноябрьскнефтегаз	32927	212	33551	46	37092	165	41671	317
10. Пурнефтегаз	12251	90	13164	7	14941	255	8759	600
11. Росттелеком	12896	-84	12896	-92	14550	160	14640	185
12. Сургутнефтегаз	2237	-38	2207	-80	3235	531	3259	571
13. Томскнефть	25924	33	25796	-73	29040	147	30648	240
14. Юганскнефтегаз	55549	122	54856	-25	62989	160	67239	251

Определите:

1. Чистый доход по ценным бумагам за каждый период.

2. Среднюю доходность по каждой акции на последнюю дату.

3. Рассчитайте среднее квадратическое отклонение и оцените уровень риска каждой акции на отчетный момент.

Задача 1.3.21.

Курсы основных валют в ед. валюты за 1 дол. США/1 нем.марку с 14.01. по 20.01.97 г.:

Валюта	14.01.97		15.01.97		16.01.97		17.01.97		20.01.97	
	\$	DEM	\$	DEM	\$	DEM	\$	DEM	\$	DEM
Доллар США	...	0,6281	...	0,6257	...	0,6297	...	0,6261	...	0,6166
Фунт стерлингов	0,5978	0,3757	0,5977	0,3737	0,5945	0,3744	0,5954	0,3729	0,6012	0,3706
Французский франк	5,3630	3,3695	5,3942	3,3771	5,3586	3,3759	5,3827	3,3718	5,4650	3,3706
Швейцарский франк	1,3770	0,8656	1,3787	0,8629	1,3719	0,8644	1,3774	0,8627	1,4047	0,8664

Продолжение табл.

Валюта	14.01.97		15.01.97		16.01.97		17.01.97		20.01.97	
	\$	DEM	\$	DEM	\$	DEM	\$	DEM	\$	DEM
Немецкая марка	1,5915	...	1,5975	...	1,5870	...	1,5962	...	1,6213	...
Японская йена	116,30	73,09	117,42	73,51	116,82	73,58	116,76	73,13	117,62	72,52
Итальянская лира	1547,97	972,42	1553,50	973,07	1545,42	973,19	1549,91	970,54	1573,06	969,86

По данным курсов мировых валют рассчитайте коэффициент вариации и выберите самую устойчивую валюту:

- по отношению к доллару США;
- по отношению к немецкой марке.

Различаются ли они?

Для расчетов используйте упрощенную формулу вычисления дисперсии.

Задача 1.3.22.

Имеются следующие данные о работе малых предприятий за текущий период:

Пред- приятие	Фактический объем реализации, тыс. руб.	Средний объем реализации на одного работника, тыс. руб.	Прибыль в % к объему реализации	Процент совместителей в общей численности работников
1	19 000	3800	19	66
2	16 000	4000	20	70
3	20 000	5000	26	60
4	19 200	3200	20	75

Определите по малым предприятиям района средние значения:

- реализованной продукции на одно предприятие;
- производительности труда;
- рентабельности продукции;
- доли совместителей в общей численности работников.

Укажите виды рассчитанных средних величин.

Сделайте выводы.

Задача 1.3.23.

Имеются следующие данные о работе коммерческих киосков за отчетный период:

Киоск	Товарооборот		Рентабельность, %	Средняя зарплатная плата на одного работника, тыс. руб.
	всего, млн. руб.	в расчете на одного работника, млн. руб.		
1	21	7,0	20	1250
2	15	5,5	22	1300
3	24	7,6	24	1450

Определите по совокупности коммерческих киосков средние значения:

- товарооборота на один киоск;
- товарооборота на одного работающего;
- рентабельности;
- зарплатной платы.

Укажите виды рассчитанных средних величин.

Сделайте выводы.

Задача 1.3.24.

Имеются следующие данные по ВУЗам города:

ВУЗы	Численность студентов всех форм обучения, человек	Доля студентов заочной формы обучения в общей численности студентов, %	Численность студентов всех форм обучения, приходящих на одного преподавателя, человек	Выпуск молодых специалистов по очной форме обучения, человек	Доля выпускников очной формы обучения, получивших дипломы с отличием
1	1500	40	14	280	13
2	3140	34	13	760	35
3	2050	20	8	400	25
4	1100	25	10	258	12

Определите по всем ВУЗам города средние значения:

1) доли студентов заочной формы обучения в общей численности студентов города;

2) численности студентов, приходящихся на одного преподавателя;

3) доли выпускников очной формы обучения, получивших диплом с отличием.

Укажите виды рассчитанных средних величин.

Задача 1.3.25.

Имеются данные о посевной площади, урожайности и валовом сборе в двух районах области зерновых культур:

Номер совхоза	Первый район		Второй район	
	Валовой сбор, ц	Урожайность, ц/га	Урожайность, ц/га	Посевная площадь, га
1	5220	21	25	220
2	6240	23	24	240
3	6270	27	28	200

Определите среднюю урожайность зерновых в каждом из районов области. Сравните полученные данные по районам.

Укажите виды рассчитанных средних величин.

Сделайте выводы.

Задача 1.3.26.

В районе Б в результате проверки двух партий бананов перед отправкой их потребителям установлено, что в первой партии весом 6248 кг высшего сорта было 46,2%, во второй партии из 7647 кг — 68,3% высшего сорта.

Определите процент бананов высшего сорта в среднем по первой и второй партиям вместе по району Б.

Задача 1.3.27.

В районе В в результате проверки двух партий сыра перед отправкой его потребителям установлено, что в первой партии сыра высшего сорта было 3832 кг, что составляет 70,1% общего веса сыра этой партии; во второй партии сыра высшего сорта было 8520 кг, что составляет 75,4% общего веса сыра этой партии.

Определите процент сыра высшего сорта в среднем по первой и второй партиям вместе по району В.

Задача 1.3.28.

На 1 января 1998 г. имеются следующие данные о курсе рубля по отношению к наиболее авторитетным валютам мира:

доллару США	5,96
немецкой марке	3,36
японской йене	0,46
французскому франку	1,00
английскому фунту	9,99

Определите курс рубля относительно СДР (Special Drawing Rights (SDR)), если структура валютной корзины СДР следующая:

доллар США	40%
немецкая марка	21%
японская йена	17%
английский фунт	11%
французский франк	11%

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

Среднегодовая численность населения области в 1997 году была 2540,7 тыс. человек. Из них занято в экономике 926,2 тыс. чел. (в 1996 году было занято 957,1 тыс. человек при общей численности населения 2518,1 тыс. чел.), безработные составили 25,4 тыс. чел. Среди безработных лица с высшим образованием 3,0 тыс. чел., молодежь в возрасте от 16 до 29 лет — 7,8 тыс. чел., женщины 18,4 тыс. чел.

Определите относительные величины динамики, структуры, координации.

Решение.

Относительная величина динамики =

$$= \frac{\text{Уровень отчетного года}}{\text{Уровень базисного года}}$$

Относительная величина динамики населения $= \frac{2540,7}{2518,1} = 1,009$
или 100,9%.

Относительная величина динамики занятых $= \frac{926,2}{957,1} = 0,968$
или 96,8%.

Относительная величина структуры =

$$= \frac{\text{Уровень части совокупности}}{\text{Суммарный уровень совокупности}}$$

$$d_{\text{занятых}} = \frac{957,1}{2518,1} = 0,380 \text{ или } 38,0\%$$

$$d_{\text{безработных}} = \frac{926,6}{2540,7} = 0,365 \text{ или } 36,5\%.$$

Соотношение мужчин и женщин безработных определяется как относительная величина координации:

$$\frac{\text{Уровень одной части совокупности}}{\text{Уровень другой части этой совокупности}} =$$

$$= \frac{18,4}{25,4 - 18,4} = \frac{18,4}{7,0} = 2,6.$$

Безработных женщин в 2,6 раза больше, чем мужчин.

Соотношение молодежи и лиц среднего и пожилого возраста в численности безработных равно:

$$\frac{\text{Численность безработной молодежи в возрасте 16—29 лет}}{\text{Численность безработных в возрасте 29—55 (60) лет}} =$$

$$= \frac{7,8}{25,4 - 7,8} = 0,4.$$

На 10 человек безработных среднего и пожилого возраста приходится 4 молодых человека в возрасте от 16 до 29 лет.

Пример 2.

Бригада упаковщиков цеха упаковки Шоколадной фабрики из трех человек должна собрать 1040 коробок конфет «Ассорти». Первый упаковщик тратит на формирование 1 коробки 4 минуты, второй — 3 минуты и третий — 2 минуты.

Определите, сколько времени потребуется бригаде на формирование заказа.

Решение.

Общие затраты времени на выполнение задания определяем как:

$$T = \bar{t} \cdot Q,$$

здесь $\bar{t}$ — средняя трудоемкость формирования одной коробки конфет;

Q — объем заказа в натуральном измерении.

Среднюю трудоемкость определяем по формуле средней гармонической простой:

$$\bar{t} = \frac{n}{\sum \frac{1}{t_i}}$$

Имеем,

$$n = 3, t_1 = 4, t_2 = 3, t_3 = 2.$$

Соответственно получаем:

$$\bar{t} = \frac{3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = \frac{36}{13} \text{ (мин.)}$$

$$\text{Тогда } T = \frac{36}{13} \cdot 1040 = 2880 \text{ (мин.)}$$

Бригаде потребуется (2880:60:3:8) 2 полных 8-ми часовых рабочих дня.

Пример 3.

Крестьянские хозяйства подразделяются по размерам земельных угодий следующим образом:

Размер земельных угодий, га	Число хозяйств, единиц
До 3	30
4—5	50
6—10	400
11—20	800
21—50	1800
51—70	600
71—100	700
101—200	700
201 и >	120

Рассчитайте:

- 1) средний размер земельных угодий;
- 2) показатели вариации: размах, среднее линейное, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Оцените количественную однородность совокупности;
- 3) моду и медиану.

Решение.

Прежде чем рассчитать требуемые показатели, перейдем от вариационного ряда к дискретному. Для этого найдем середину каждого интервала. Расчет показателей легче выполнять в таблице:

Размер земельных угодий, га	Число хозяйств, единиц	x	x f	x _i - $\bar{x}$	x _i - $\bar{x}$ f	(x _i - $\bar{x}$) ²	(x _i - $\bar{x}$) ² f	Накопленные частоты	Плотность f/n
До 3	30	2,5	75	57,4	1722,0	3294,76	98842,8	30	15
4—5	50	4,5	225	55,4	2770	3069,16	153458,0	80	25
6—11	400	8	3200	51,9	20760	2693,61	1077444,0	480	80
11—20	800	15,5	12400	44,4	35520	1971,36	1577088,0	1280	80
21—50	1800	35,5	63900	24,4	43920	595,36	1071648,0	3080	60
51—70	600	60,5	36300	0,6	360	0,36	216,0	3680	30

Продолжение табл.

Размер земельных угодий, га	Число хозяйств, единиц	$\bar{x}$	x f	x _i - $\bar{x}$	x _i - $\bar{x}$ f	(x _i - $\bar{x}$) ²	(x _i - $\bar{x}$) ² f	Накопленные частоты	Плотность f/n
71—100	700	85,5	59850	25,6	17920	655,36	458752,0	4380	23,3
101—200	700	150,5	105350	90,6	63420	8208,36	5745852,0	5080	7
201 и >	120	250,5	30060	190,6	22872	36328,36	4359403,2	5200	1,2
Итого	5200		$\Sigma=311360$		$\Sigma=209264$		$\Sigma=14542704$		

1. Средний размер земельных угодий на 1 крестьянское хозяйство определяется:

$$\bar{x} = \frac{\sum x f}{\sum f}$$

где $\bar{x}$ — среднее значение признака;

x — срединное значение интервала, в котором изменяется варианта (значение) осредняемого признака;

f — частота, с которой встречается данное значение осредняемого признака.

$$\bar{x} = \frac{311360}{5200} = 59,9 \text{ (га)}.$$

К показателям вариации относятся:

а) размах вариации:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

где $x_{\max}$ — максимальное значение признака (максимальное срединное значение интервала);

$x_{\min}$ — минимальное значение признака.

б) среднее линейное отклонение:

$$\bar{l} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f}{\sum f}$$

в) среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}}$$

г) коэффициент вариации:

$$\nu = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Рассчитаем указанные показатели вариации.

Размах вариации:

$$R = 250,5 - 2,5 = 248 \text{ (га)}.$$

Среднее линейное отклонение:

$$\bar{l} = \frac{209264}{5200} = 40,24 \text{ (га)}.$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{14542704}{5200}} = \sqrt{2796,67} = 52,88 \text{ (га)}.$$

Коэффициент вариации:

$$\nu = \frac{52,88}{59,9} = 0,882 \text{ или } 88,2\%.$$

Крестьянские хозяйства количественно неоднородны по размеру земельных угодий.

3. Мода и медиана относятся к особому виду средних величин — структурным средним.

Мода — это наиболее часто встречаемое значение признака.

Медиана — величина признака у единицы, находящейся в середине упорядоченного ряда.

В интервальных рядах распределения структурные средние рассчитываются по особым формулам.

При расчете моды можно применить следующую формулу:

$$M_o = x_o + i_m \cdot \frac{\frac{f_m}{i_m} - \frac{f_{m-1}}{i_{m-1}}}{(\frac{f_m}{i_m} - \frac{f_{m-1}}{i_{m-1}}) + (\frac{f_m}{i_m} - \frac{f_{m+1}}{i_{m+1}})},$$

здесь x_o — начало модального интервала, модальный интервал — интервал, в котором достигает максимума величина $\frac{f}{i}$ — отношение частоты интервала к его величине;

i_m, i_{m-1}, i_{m+1} — величина соответственно модального, до и после модального интервалов;

f_m, f_{m-1}, f_{m+1} — частота модального, до и после модального интервалов, соответственно.

Примечание.

В случае равных интервалов формула моды примет привычный вид:

$$M_o = x_o + i_m \cdot \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})}.$$

Медиана рассчитывается по формуле:

$$M_e = x_o + i_{Me} \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

где x_o — нижняя граница медианного интервала;

i_{Me} — величина медианного интервала;

$\frac{\sum f}{2}$ — половина от общего числа наблюдений;

S_{Me} — сумма накопленных частот до начала медианного интервала;

f_{Me} — частота медианного интервала.

Рассчитаем структурные средние:

а) Определяем модальный интервал. В нашем примере два модальных интервала [6—10] и [11—20]. Для расчета моды подставим в формулу все переменные:

$$M_{o[6-10]} = 6 + 5 \cdot \frac{80 - 25}{(80 - 25) + (80 - 80)} = 6 + 5 \cdot 1 = 11 \text{ (га)}$$

$$M_{o[11-20]} = 11 + 10 \cdot \frac{80 - 80}{(80 - 80) + (80 - 60)} = 11 + 10 \cdot 0 = 11 \text{ (га)}.$$

Следовательно, наиболее часто встречаемый размер земельных угодий — 11 га.

б) Для расчета медианы определяем медианный интервал — это тот интервал, в котором находится $\frac{5200+1}{2} = 2601$ крестьянское хозяйство. В нашем примере — интервал [21—50].

Подставляем в формулу значения:

$$M_e = 21 + 29 \cdot \frac{2600 - 1280}{1800} = 21 + 29 \cdot \frac{1320}{1800} = 21 + 29 \cdot 0,73 = 42,6 \text{ га}.$$

Следовательно, 50% крестьянских хозяйств имеют размер земельных угодий меньше 42,6 га, а остальные 50% — больше.

Пример 4.

В трех партиях продукции, представленных на контроль качества, было обнаружено:

а) первая партия — 1000 изделий, из них 800 годных, 200 бракованных;

б) вторая партия — 800 изделий, из них 720 годных, 80 бракованных;

в) третья партия — 900 изделий, из них годной 855, бракованной 45 единиц продукции.

Определите в целом для всех партий следующие показатели:

а) средний процент годной продукции и средний процент брака;

б) дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации годной продукции.

Решение.

Это пример на определение средней величины и показателей вариации альтернативного признака.

Средняя величина альтернативного признака равна p — удельному весу единиц, обладающих данным признаком во всей совокупности.

Дисперсия альтернативного признака определяется:

$$\sigma^2 = p \times q,$$

где q — удельный вес единиц совокупности, не обладающих изучаемым признаком.

Рассмотрим расчет данных показателей на нашем примере.

а) Средний процент годной продукции в трех партиях равен:

$$p = \frac{800 + 720 + 855}{1000 + 800 + 900} = \frac{2375}{2700} = 0,88 \text{ или } 88,0\%.$$

Средний процент брака:

$$q = 1 - 0,88 = 0,12 \text{ или } 12,0\%.$$

б) Дисперсия удельного веса годной продукции (σ^2):

$$\sigma^2 = 0,88 \times 0,12 = 0,106.$$

Среднее квадратическое отклонение удельного веса годной продукции (σ):

$$\sigma = \sqrt{pq} = \sqrt{0,106} = 0,32.$$

Коэффициент вариации удельного веса годной продукции в общем выпуске продукции:

$$v = \frac{\sigma}{x} = \frac{\sigma}{p} = \frac{0,32}{0,88} \times 100\% = 36,4\%.$$

Пример 5.

С целью установления зависимости между урожайностью и сортом винограда в одном из хозяйств на основе выборки определили урожай на 10 кустах винограда:

Наименование сорта винограда	Число проверенных кустов	Урожай винограда с каждого куста, в кг				
		куст № 1	куст № 2	куст № 3	куст № 4	куст № 5
Сорт «А»	3	6	5	7	-	-
Сорт «Б»	5	7	6	8	5	9
Сорт «В»	2	9	7	-	-	-

Исчислите общую, межгрупповую и среднюю из групповых (частных) дисперсий. Определите связь между сортом и его урожайностью.

Решение.

Если совокупность разбита на группы, то дисперсия признака σ^2 может быть определена как сумма межгрупповой дисперсии $\delta_{м.гр.}^2$ и средней из групповых дисперсий $\overline{\sigma_i^2}$:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta_{м.гр.}^2$$

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum (\sigma_i^2 f_i)}{\sum f_i},$$

где $\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2}{f_i}$ — дисперсия признака в группе i (групповая дисперсия);

x — индивидуальное значение признака;

$\bar{x}_i$ — среднее значение признака в группе i ;

f_i — число наблюдений в группе i .

$$\delta_{м.гр.}^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i},$$

где $\bar{x}$ — среднее значение признака в совокупности.

Отношение межгрупповой дисперсии к общей дает возможность измерить вариацию результативного признака за счет факторного, то есть признака, положенного в основание группировки, и тем самым судить о связи между изучаемыми признаками:

$$\eta^2 = \frac{\delta_{м.гр.}^2}{\sigma^2}$$

где η^2 — коэффициент детерминации.

Для характеристики тесноты связи берется показатель η — эмпирическое корреляционное отношение, рассчитываемое как

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_{м.гр.}^2}{\sigma^2}}$$

Эмпирическое корреляционное отношение варьирует в пределах от 0 до 1.

При $\eta = 0$ связи нет, при $\eta = 1$ — связь полная.

Применим правило сложения дисперсии к исходным данным.

1. Групповые средние, т.е. средняя урожайность по каждому сорту винограда, равны:

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x}{n} = \frac{6+5+7}{3} = 6 \text{ кг}$$

$$\bar{x}_B = \frac{7+6+8+5+9}{5} = 7 \text{ кг}$$

$$\bar{x}_B = \frac{9+7}{2} = 8 \text{ кг}$$

2. Определяем среднюю урожайность винограда по хозяйству:

$$\bar{x} = \frac{\sum (x_i \times f_i)}{\sum f_i} = \frac{6 \times 3 + 7 \times 5 + 8 \times 2}{10} = 6,9 \text{ кг}$$

3. Определяем групповую (частную) дисперсию урожайности для каждого сорта отдельно:

$$\sigma_A^2 = \frac{(6-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2}{3} = 0,667$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(7-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (5-7)^2 + (9-7)^2}{5} = 2,000$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(8-9)^2 + (8-7)^2}{2} = 1,000.$$

4. Средняя из частных дисперсий:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{0,667 \times 3 + 2,000 \times 5 + 1,000 \times 2}{3 + 5 + 2} = \frac{14,001}{10} = 1,4.$$

5. Межгрупповая дисперсия:

$$\sigma_{м.р.}^2 = \frac{(6-6,9)^2 \times 3 + (7-6,9)^2 \times 5 + (8-6,9)^2 \times 2}{3 + 5 + 2} = \frac{4,9}{10} = 0,49.$$

6. Определяем общую дисперсию урожайности по всей совокупности, используя правило сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = 1,40 + 0,49 = 1,89.$$

Проверим этот вывод путем расчета общей дисперсии обычным способом:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{(6-6,9)^2 + (5-6,9)^2 + (7-7,9)^2 + (7-6,9)^2 + (6-6,9)^2 + (8-6,9)^2 + (5-6,9)^2 + (9-6,9)^2 + (9-6,9)^2 + (7-6,9)^2}{10} = 1,89.$$

7. Определим коэффициент детерминации — η^2 :

$$\eta^2 = \frac{0,49}{1,89} = 0,26 \text{ или } 26\%.$$

Таким образом, только на 26% вариация урожайности обусловлена различиями между сортами, а на 74% — другими факторами (характером почвы, удобренностью участков, поливом и т.п.).

8. Определяем эмпирическое корреляционное отношение.

$$\eta = \sqrt{\frac{0,49}{1,89}} = \sqrt{0,26} \approx 0,5.$$

Следовательно, можно утверждать, что связь умеренная.

Пример 6.

Есть две группы людей с разным годовым доходом (тыс. руб.):

Группа А	3, 3, 3, 4
Группа Б	6, 6, 7

В какую группу нужно отнести человека с годовым доходом 5 тыс. руб.?

Решение.

Чтобы определить, в какую группу отнести новую единицу совокупности, следует рассчитать такую статистическую характеристику, которая показывала бы, наилучшим ли образом объединены в группы все единицы совокупности. Этой характеристикой является межгрупповая дисперсия (см. пример 5). Чем она выше, тем группы дальше отстоят одна от другой.

Пусть человек с доходом 5 тыс. руб. входит в группу А. Тогда:

$$1. \overline{x_A} = \frac{\sum x}{n} = \frac{3+3+3+4+5}{5} = 3,6 \text{ тыс. руб.}$$

$$\overline{x_B} = \frac{6+6+7}{3} = 6,3 \text{ тыс. руб.}$$

$$\overline{x} = \frac{3+3+3+4+5+6+6+7}{8} = 4,625 \text{ тыс. руб.}$$

$$\sigma_{\text{м.гр.}}^2 = \frac{(3,6 - 4,625)^2 \cdot 5 + (6,3 - 4,625)^2 \cdot 3}{8} = 1,709.$$

Теперь, человек с доходом 5 тыс. руб. принадлежит группе Б.

$$2. \bar{x}_A = \frac{3+3+3+4}{4} = 3,25 \text{ тыс. руб.}$$

$$\bar{x}_B = \frac{6+6+7+5}{4} = 6,0 \text{ тыс. руб.}$$

$$\sigma_{\text{м.гр.}}^2 = \frac{(3,25 - 4,625)^2 \cdot 4 + (6,0 - 4,625)^2 \cdot 4}{8} = 1,891.$$

Межгрупповая дисперсия больше во втором варианте, следовательно, человека с годовым доходом 5 тыс. руб. надо отнести к группе Б.

Пример 7.

Имеются данные о посевной площади, урожайности и валовом сборе в двух районах области зерновых культур:

Номер совхоза	Первый район		Второй район	
	валовой сбор (ц)	урожайность (ц/га)	урожайность (ц/га)	посевная площадь (га)
1	5300	24	25	310
2	6500	27	28	340
3	6300	32	31	300

Определите среднюю урожайность зерновых в каждом из районов области.

Сравните полученные данные по районам.

Укажите виды рассчитанных средних величин.

Решение.

Так как по первому району не известна структура посевных площадей, то для расчета средней урожайности используем среднюю гармоническую взвешенную:

$$\bar{x} = \frac{\sum M_i}{\sum \frac{M_i}{x_i}},$$

где M_i — произведение осредняемого признака на его частоту (валовой сбор по отдельным совхозам);

x_i — осредняемый признак (урожайность по отдельным совхозам).

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{5300 + 6500 + 6300}{\frac{5300}{24} + \frac{6500}{27} + \frac{6300}{32}} = \frac{18100}{220,8 + 240,7 + 196,9} = \\ &= \frac{18100}{658,4} = 27,49 (\text{ц/га}). \end{aligned}$$

Для расчета средней урожайности по второму району применяем формулу средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i},$$

где x_i — осредняемый признак (урожайность по отдельным совхозам);

f_i — частота наблюдения данного осредняемого признака (посевная площадь в отдельных совхозах).

$$\bar{x} = \frac{25 \cdot 310 + 28 \cdot 340 + 31 \cdot 300}{310 + 340 + 300} = \frac{26570}{950} = 27,97 (\text{ц/га}).$$

Урожайность во втором районе выше на $(\frac{27,97}{27,49} \cdot 100\% = 101,8\%)$ 1,8% или на $27,97 - 27,49 = 0,48$ ц/га.

Пример 8.

В результате проверки двух партий сыра перед отправкой его потребителям установлено, что в первой партии сыра высшего

сорта было 3942 кг, что составляет 70,4% общего веса сыра этой партии; во второй партии сыра высшего сорта было 6520 кг, что составляет 78,6% общего веса сыра этой партии.

Определите процент сыра высшего сорта в среднем по первой и второй партиям вместе.

Решение.

Средний процент сыра высшего сорта по двум партиям определяем по формуле средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{3942 + 6520}{\frac{3942}{0,704} + \frac{6520}{0,786}} = \frac{10462}{13894,6} = 0,753 \text{ или } 75,3\%.$$

1.4. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Задача 1.4.1.

Методом механического отбора проведено 5% обследование веса расфасованного груза (мешки муки). Распределение 60 отобранных мешков по весу дало следующие результаты:

Вес мешка, кг	Число мешков
До 45	3
45—50	6
50—55	40
55—60	7
60 и более	4
Итого	60

Определите:

- 1) средний вес одного мешка муки в выборке;
- 2) долю мешков муки, вес которых не превышает 50 кг, в выборке;
- 3) с вероятностью 0,997 пределы, в которых может быть гарантирован средний вес мешка муки во всей партии и доли мешков с весом менее 50 кг;

4) отклонение фактического объема полученного груза от объявленного (1 вагон — 60 тонн).

Задача 1.4.2.

При выборочном бесповторном собственнo-случайном отборе получены следующие данные о недовесе коробок конфет, весом 20 кг:

Недовес 1 коробки (кг)	0,4—0,6	0,6—0,8	0,8—1,0	1,0—1,2	1,2—1,4
Число обследованных коробок	8	20	38	23	10

Определите:

- 1) средний недовес коробок конфет, и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей партии, состоящей из 990 единиц;
- 2) с вероятностью 0,683 определите пределы отклонения доли коробок с недовесом до 1 кг;
- 3) какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка доли не превышала 0,06 (с вероятностью 0,954).

Задача 1.4.3.

Для анализа структуры вкладов населения было проведено выборочное бесповторное собственнo-случайное обследование 10% банковских вкладов. В результате получено следующее распределение:

Размер вклада, тыс. руб.	До 1,0	1,0—5,0	5,0—10,0	10,0—15,0	15,0 и более
Кол-во вкладов, %	20,0	25,0	40,0	10,0	5,0

Определите:

- 1) средний размер вклада, и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей совокупности вкладов населения;
- 2) с вероятностью 0,683 определите пределы отклонения доли вкладов свыше 10 тыс. руб.

Задача 1.4.4.

Необходимо определить абсолютный и относительный объемы индивидуального бесповторного отбора для исследования

генеральной доли, чтобы ошибка частоты с вероятностью 0,997 не превышала 0,02, дисперсия равна 0,25, если выборка производится из генеральной совокупности объемов:

- 10 000 единиц;
- 100 000 единиц.

Задача 1.4.5.

Из 5% опрошенных выпускников университета 30% удовлетворены полученными знаниями за время обучения. Какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка доли не превышала 0,05 (с вероятностью 0,954 и количестве выпускников 2000 человек).

Задача 1.4.6.

Произведено выборочное наблюдение партии однородной продукции для определения процента изделий высшего сорта.

При механическом способе отбора из партии в 20 000 единиц готовых изделий было обследовано 800 единиц, из которых 640 изделий отнесены к высшему сорту.

Определите с вероятностью 0,997 возможный процент изделий высшего сорта во всей партии.

Задача 1.4.7.

Партия роз, поступивших из Голландии, количеством 80 000 штук была подвергнута выбраковке. Для этого было обследовано 800 роз, отобранных при помощи механического способа отбора. Среди обследованных обнаружено 160 бракованных.

Определите с вероятностью 0,954 возможный размер убытка от некачественной транспортировки, если цена приобретения розы 10 руб.

Задача 1.4.8.

Выборочное обследование антропометрических показателей 200 новорожденных установило, что средний вес новорожденного составляет 3950 г, а среднее квадратическое отклонение — 300 г.

Определите с вероятностью 0,954 ошибку выборки.

Задача 1.4.9.

Используя условие предыдущей задачи, определите необходимую численность выборки, чтобы ошибка выборки не превышала 30 г (с вероятностью 0,683).

Задача 1.4.10.

Дорасчет валового внутреннего продукта провели с использованием распределения малых предприятий региона по объему выпуска продукции (работ, услуг), полученного на основе 10% выборочного наблюдения:

Группы предприятий по объему выпуска продукции (работ, услуг), тыс. руб.	Число предприятий
До 100,0	84
100,0—200,0	156
200,0—300,0	492
300,0—400,0	324
400,0—500,0	108
500,0 и более	36
Итого:	1200

Определите:

- по предприятиям, включенным в выборку:
 - средний размер произведенной продукции (работ, услуг) на одно предприятие;
 - долю предприятий с объемом производства продукции (работ, услуг) более 400 тыс. руб.;
- в целом по региону с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать:
 - средний объем производства продукции (работ, услуг) на одно предприятие;
 - долю предприятий с объемом производства продукции более 400 тыс. руб.;
- общий объем выпуска продукции (работ, услуг) по региону.

Задача 1.4.11.

Для определения среднего размера вклада определенной категории вкладчиков по отделению банка, где число вкладчиков 5700, необходимо провести выборку лицевых счетов методом механического отбора. Предварительно установлено, что среднее квадратическое отклонение размера вклада составляет 140 тыс. руб.

Определите необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превысит 20,0 тыс. руб.

Задача 1.4.12.

Для изучения дифференциации процентных ставок по вкладам населения в отделении банка проведена 5% механическая выборка. В результате получено следующее распределение вкладов по срокам хранения:

Группы вкладов по сроку хранения, дней	Число вкладов
До 30	98
30—60	140
60—90	175
90—180	105
180—360	56
360 и более	26

Определите:

- 1) средний срок хранения вкладов по вкладам, включенным в выборку;
- 2) долю вкладов со сроком хранения более 180 дней по вкладам, включенным в выборку;
- 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность хранения вклада и доли вкладов со сроком более 180 дней в целом по отделению банка;
- 4) необходимую численность выборки при определении доли вкладов со сроком хранения более 180 дней, чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки не превысила 7%.

Задача 1.4.13.

Определите необходимую численность механической выборки при изучении доли заказных писем, отправляемых на почтамте бюджетными организациями, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка репрезентативности не превышала 2%. Удельный вес этой корреспонденции по выборке, проведенной ранее, составил 43%, объем обрабатываемой корреспонденции 120 тысяч писем.

Задача 1.4.14.

В коммерческом банке в порядке собственно-случайной выборки обследовано 5% кредитных договоров, в результате чего установлено:

Группы договоров с ссудозаемщиками по размеру кредита, млн. руб.	Число договоров с ссудозаемщиками
До 20	47
20—60	117
60—140	105
140—300	47
300 и более	34
Итого	350

Определите:

- 1) по договорам, включенным в выборку:
 - а) средний размер выданного ссудозаемщикам кредита;
 - б) долю ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 300 млн. руб.;
- 2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать средний размер выданного ссудозаемщикам кредита и доли ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 300 млн. руб. в целом по отделению банка;
- 3) общий валовый доход банка от этого вида финансовых услуг, если кредитование осуществлялось под 40% годовых.

Задача 1.4.15.

Для оценки стоимости основных фондов региона проведен 5% механический отбор, в результате чего установлено:

Группы предприятий по стоимости основных фондов, млн. руб.	Число предприятий
до 10,0	131
10,0—20,0	227
20,0—30,0	294
30,0—40,0	146
40,0—50,0	128
50,0 и выше	74

Определите:

1) по включенным в выборку предприятиям:

а) среднюю стоимость основных фондов на одно предприятие;

б) долю предприятий со стоимостью основных фондов более 50,0 млн. руб.;

2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю стоимость основных фондов на одно предприятие и долю предприятий со стоимостью выше 50,0 млн. руб. в целом по региону;

3) ожидаемую сумму налога на имущество (2%) со стоимости основных фондов по обследованной группе предприятий и по региону в целом.

Задача 1.4.16.

В регионе 11 ремонтно-строительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 14, 9, 32, 37, 49, 54, 42, 28, 10, 4 и 5 млрд. руб. и 8 общестроительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 40, 60, 80, 70, 60, 55, 85, 80 млрд. руб.

Для разработки межотраслевого баланса отберите 25% строительных организаций региона и рассчитайте коэффициент репрезентативности.

Указание: отбор осуществлять по типическим группам с механической выборкой внутри групп.

Задача 1.4.17.

Определите границы изменения среднего значения признака в генеральной совокупности, если известно следующее ее распределение, основанное на результатах повторного выборочного обследования:

Группы значений признака, усл. ед.	Число единиц выборочной совокупности, входящих в данный интервал
до 4	8
4—8	15
8—12	46
12—16	20
16—20	11
Итого:	100

Уровень доверительной вероятности установите самостоятельно.

Задача 1.4.18.

В результате механической выборки в городе предполагается определить долю семей с числом детей три и более.

Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,03, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,4.

Задача 1.4.19.

В порядке повторного выборочного обследования выработки на земляных работах у 144 рабочих установлено, что средняя выработка на одного рабочего была равна 4,95 м³, а средний квадрат отклонений или дисперсия (σ^2) равен 2,25.

Определите точность выборочного наблюдения, рассчитав размер средней ошибки выборки.

Задача 1.4.20.

Какова должна быть численность выборки, если с вероятностью 0,954 гарантировать, что размер ошибки выборки не превысит 0,1.

При этом установлено, что дисперсия или средний квадрат отклонений (σ^2) равен 2,25.

Задача 1.4.21.

Определите, какова будет численность выборки, если размер ошибки выборки не должен превышать 0,1, а дисперсия равна 1,44.

Задача 1.4.22.

Для изучения безработицы в регионе была проведена 5% механическая выборка, которая дала следующие результаты:

Группы безработных по продолжительности отсутствия работы, мес.	Число безработных
До 3	6
3—6	21
6—9	70

Продолжение табл.

Группы безработных по продолжительности отсутствия работы, мес.	Число безработных
9—12	115
12—15	60
15—18	21
18 и более	7

Определите:

- 1) среднюю продолжительность отсутствия работы у опрошенных;
- 2) долю лиц, не имеющих работу более 1 года;
- 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность безработицы и долю безработных более 1 года в генеральной совокупности;
- 4) необходимую численность выборки при определении средней продолжительности отсутствия работы, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки не превысила 3 месяцев.

Задача 1.4.23.

Для оценки уровня жизни региона проведен 5% опрос, в результате чего установлено:

Группы опрошенных по уровню среднедушевого дохода, минимальных заработных плат в месяц	Число опрошенных
До 2	150
2—4	650
4—6	850
6—8	340
8—10	80
10—12	70
12 и более	6

Определите:

- 1) среднедушевой доход опрошенных;
- 2) долю опрошенных со среднедушевым доходом 12 минимальных заработных плат и более;

3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднедушевые доходы населения региона, а также долю наиболее обеспеченного населения (более 12 минимальных заработных плат);

4) уровень среднедушевых доходов у 10% наиболее и наименее обеспеченных граждан региона.

Сделайте выводы.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

Определите границы изменения среднего значения признака в генеральной совокупности, если известно следующее ее распределение, основанное на результатах повторного выборочного обследования:

Группировка значений признака	Число единиц выборочной совокупности, входящих в данный интервал
до 4	10
4—8	20
8—12	36
12—16	20
16—20	14
Итого:	10

Уровень доверительной вероятности определите самостоятельно.

Решение.

Среднее значение признака в генеральной совокупности находится в интервале:

$$\bar{x} - \Delta \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta,$$

где $\bar{x}$ — среднее значение признака в генеральной совокупности;

$\tilde{x}$ — среднее значение признака в выборочной совокупности;
 Δ — предельная ошибка выборочной средней.
 Для повторного отбора:

$$\Delta = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$$

где t — коэффициент доверия;

σ^2 — дисперсия признака в выборочной совокупности;

n — объем выборки.

Определяем $\tilde{x}$, σ^2 , Δ :

1. Среднее значение признака по выборке:

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= \frac{\sum x_i \times f_i}{\sum f_i} = \frac{2 \times 10 + 6 \times 20 + 10 \times 36 + 14 \times 20 + 18 \times 14}{100} = \\ &= \frac{1032}{100} = 10,32 \approx 10.\end{aligned}$$

2. Выборочная дисперсия:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \\ &= \frac{(2-10)^2 \cdot 10 + (6-10)^2 \cdot 20 + (10-10)^2 \cdot 36 + (14-10)^2 \cdot 20 + (18-10)^2 \cdot 14}{100} = \\ &= \frac{640 + 320 + 320 + 896}{100} = \frac{2176}{100} = 21,76.\end{aligned}$$

3. Вероятность ошибки установим — 0,954, соответственно уровень коэффициента доверия составит 2.

$$\Delta = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{21,76}{100}} = 0,94.$$

Имеем:

$$\tilde{x} - \Delta \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta$$

$$10,3 - 0,94 \leq \bar{x} \leq 10,3 + 0,94$$

$$9,36 \leq \bar{x} \leq 11,24.$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно предположить, что среднее значение признака в генеральной совокупности будет находиться в пределах от 9,36 до 11,24.

Пример 2.

В результате случайной повторной выборки в городе предполагается определить долю семей с числом детей три и более. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,02, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,27.

Решение.

Предельная ошибка доли при повторном отборе определяется:

$$\Delta_{\sigma} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma(1-\sigma)}{n}},$$

где σ — выборочная доля;

t — коэффициент доверия;

n — объем выборки.

Следовательно:

$$n = \frac{\sigma(1-\sigma)t^2}{\Delta^2}.$$

$t = 2$ при $p = 0,954$

$\sigma(1-\sigma) = 0,27$

$\Delta = 0,02$

$$n = \frac{\sigma(1-\sigma)t^2}{\Delta^2} = \frac{2^2 \times 0,27}{0,02^2} = \frac{1,08}{0,0004} = 2700.$$

Численность выборки должна составить 2700 семей.

Пример 3.

Произведено выборочное наблюдение партии однородной продукции для определения процента изделий высшего сорта.

При механическом способе отбора из партии готовых изделий в 20000 единиц было обследовано 800 единиц, из которых 640 изделий отнесены к высшему сорту.

Определите с вероятностью 0,997 возможный процент изделий высшего сорта во всей партии.

Решение.

В случае механического отбора предельная ошибка определяется по следующей формуле:

$$\Delta_{\omega} = t \cdot \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где t — коэффициент доверия $t = 3$ при $p = 0,997$;

N — численность генеральной совокупности;

n — численность выборки;

ω — выборочная доля.

Границы генеральной доли изделий высшего сорта:

$$p = \omega \pm \Delta_{\omega}$$

$$\omega = \frac{640}{800} = 0,8$$

$$\Delta_{\omega} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,8 \cdot (1-0,8)}{800} \left(1 - \frac{800}{20000}\right)} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,16}{800} \cdot 0,96} = 3 \cdot 0,0139 = 0,04$$

$$p = 0,8 \pm 0,04.$$

Следовательно, генеральная доля находится в пределах:

$$0,76 \leq p \leq 0,84.$$

Пример 4.

Партия роз, поступивших из Голландии, количеством 80 000 штук была подвергнута выбраковке. Для этого было обследовано 800 роз, отобранных при помощи механического способа отбора. Среди обследованных обнаружено 160 бракованных.

Определите с вероятностью 0,997 возможный размер убытка от некачественной транспортировки, если цена приобретения розы 10 руб.

Решение.

Для того, чтобы определить возможный размер убытка, определим процент брака во всей партии (см. решение примера 3.)

Доля бракованных роз:

$$\omega_{\text{брака}} = \frac{160}{800} = 0,2.$$

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta_{\omega} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{800} \left(1 - \frac{800}{80000}\right)} = 3 \cdot \sqrt{0,000198} = 0,04.$$

Пределы доли бракованных роз и убытков, соответственно:

$$p_{\text{брака}} = 0,2 \pm 0,04$$

$$0,16 \leq p_{\text{брака}} \leq 0,24.$$

Возможный размер убытка (Y) будет находиться в пределах:

$$80000 \cdot 0,16 \cdot 10,0 \leq Y \leq 80000 \cdot 0,24 \cdot 10,0$$

$$128,0 \text{ млрд. руб.} \leq Y \leq 192,0 \text{ млрд. руб.}$$

Пример 5.

В области 11 ремонтно-строительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 13, 8, 29, 37, 49, 53, 41, 27, 11, 3 и 4 млрд. руб. и 8 общестроительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 30, 50, 70, 60, 50, 45, 75, 80 млрд. руб.

Для разработки межотраслевого баланса отберите 25% строительных организаций области и рассчитайте коэффициент репрезентативности.

Указание: отбор осуществлять по типическим группам с механической выборкой внутри групп.

Решение.

Отбор выполняем отдельно по каждой типической группе:

В первой группе — группе ремонтно-строительных предприятий количеством 11 единиц выбираем:

$$11 \times 25\% = 2,75 \approx 3 \text{ предприятия.}$$

Во второй группе — группе общестроительных предприятий количеством 8 единиц выбираем:

$$8 \times 25\% = 2 \text{ предприятия.}$$

Процедуру отбора рассмотрим на примере общестроительных организаций.

При механическом отборе единицы совокупности выбираются через равные интервалы, следовательно, $(8:2=4)$ отбираем каждую четвертую организацию. Отбор делаем до тех пор, пока коэффициент репрезентативности не будет максимальным.

Определяем генеральную среднюю:

$$\bar{x} = \frac{30 + 50 + 70 + 60 + 50 + 45 + 75 + 80}{8} = 57,5 \text{ млрд. руб.}$$

1-я итерация.

Выбираем, начиная с первой организации — 1-я, 5-я организации.

$$\tilde{x} = \frac{30 + 50}{2} = 40,0 \text{ млрд.руб.}$$

$$k_{\text{репрез}} = \frac{40,0}{57,5} = 0,696.$$

2-я итерация.

Выбираем, начиная со 2-й организации — 2-я, 6-я организации.

$$\tilde{x} = \frac{50 + 45}{2} = 47,5 \text{ млрд. руб.}$$

$$k_{\text{репрез}} = \frac{47,5}{57,5} = 0,826.$$

И так далее.

Результаты представим в таблице:

Номер итерации	Номера предприятий, попавших в выборку	Выборочная средняя	Коэффициент репрезентативности
1	1,5	40,0	0,696
2	2,6	47,5	0,826
3	3,7	72,5	1,261
4	4,8	70,0	1,21

Наиболее репрезентативен второй вариант отбора, так как ошибка выборки ($K_{\text{непрез}} = 0,174$) минимальна.

1.5. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ

Задача 1.5.1.

С помощью коэффициента взаимной сопряженности Пирсона определите: является ли работа на компьютере фактором ухудшения зрения.

Работа за компьютером	Динамика состояния зрения за 3 года		Всего
	Не ухудшилось	Ухудшилось	
Не работает	70	5	75
Недавно работает	60	20	80
Давно работает	10	45	55
Итого	140	70	210

Задача 1.5.2.

1. Используя коэффициент взаимной сопряженности Пирсона, ответьте на вопрос: являются ли «Конфликтные ситуации» фактором гипертонической болезни.

2. Рассчитайте коэффициент нормированной информации.

Конфликтные ситуации на работе	Обследовано на заводе «Электросигнал»		
	всего	больные гипертонией	здоровые
Есть	35	28	7
Нет	55	17	38
Итого	90	45	45

Задача 1.5.3.

Определите взаимосвязь между смертностью населения различных расовых групп и местом их рождения, используя следующие данные, с помощью коэффициентов взаимной сопряженности и теоретико-информационных мер связи.

Умерло человек в год в одной из европейских стран:

Раса	Место рождения		Итого
	Европа	Африка	
Негры	1050	600	1650
Белые	750	1300	2050
Всего	1800	1900	3700

Задача 1.5.4.

С помощью критерия χ^2 проверьте гипотезу: признак «возраст» является фактором длительности заболеваний желудочно-кишечного тракта на заводе «Экран».

Число дней нетрудоспособности за год, дней	Возраст, лет				Всего обследовано больных ЖКТ
	до 30	31—40	41—50	51 и более	
0	9	6	3	3	21
1—5	2	4	2	1	9
6—10	5	1	6	2	14
11—15	1	2	7	3	13
16 и более	0	9	13	5	27
Итого	17	22	31	14	84

Задача 1.5.5.

С помощью критерия χ^2 оцените значимость связи признаков «завод» и «отрасль» с видом заболеваемости. Сделайте выводы.

Вид заболевания	Отрасль I		Отрасль II	Всего обследовано больных
	Электро-сигнал	Экран	СЭТМ	
Гипертоническая болезнь	83	102	53	238
Остеохондроз	60	108	34	202
Болезни желудочно-кишечного тракта	58	84	106	248
Всего	201	294	193	688

Задача 1.5.6.

По данным, полученным в результате обследования работников «Экран», выполните:

1. Проверьте с помощью критерия χ^2 при 5% уровне значимости гипотезу о существовании связи между видом болезни и ее длительностью.
2. Оцените тесноту связи с помощью коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона (С) и Чупрова (Т).
3. Определите нормированный коэффициент Пирсона (С').

Таблица 1.5.1.

Распределение работников завода «Экран» по видам болезни и времени нетрудоспособности

Количество дней нетрудоспособности за год	Вид болезни						Всего обследовано
	Болезни нервов	Гипертоническая болезнь	Хронические заболевания органов дыхания	Болезни почек	Женские болезни	Остеохондроз	
До 5	7	5	21	9	12	12	66
6—10	110	11	19	19	13	12	84

Количество дней нетрудоспособности за год	Вид болезни						Всего обследовано
	Болезни нервов	Гипертоническая болезнь	Хронические заболевания органов дыхания	Болезни почек	Женские болезни	Остеохондроз	
11—15	6	18	11	3	14	11	63
5—20	5	12	7	5	9	5	43
21—25	4	4	1	4	1	4	18
26—30	0	10	1	1	0	7	19
31—35	3	3	3	0	2	5	16
36 и более	4	18	2	3	0	9	36
Итого	39	81	65	44	51	65	345

Задача 1.5.7.

Заполните пустующие ячейки таблицы. Есть ли взаимосвязь между показателями? Если «да», оцените тесноту связи.

Состав семьи	Успеваемость ребенка в школе				Итого
	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
Сирота	10	60		27	115
Неполная семья	8	38	40	30	
Полная семья	3	26	40		107
Всего	21	124			

Задача 1.5.8.

Оцените тесноту связи между онкологической заболеваемостью и работой со свинцом:

Работа со свинцом	Обследовано рабочих, человек		
	Всего	Больные онкозаболеваемостью	Здоровые
Да	18	14	4
Нет	72	31	41
Итого	90	45	45

Задача 1.5.9.

По материалам одного из обследований домашних хозяйств получены следующие данные:

Доход	В составе совокупных доходов семьи		Всего
	есть доход от предпринимательской деятельности	нет дохода от предпринимательской деятельности	
Выше прожиточного минимума	140	120	260
Ниже прожиточного минимума	90	340	430
Итого	230	460	690

Найдите коэффициент ассоциации между источниками доходов (наличием дохода от предпринимательской деятельности) и уровнем дохода.

Задача 1.5.10.

Оцените тесноту связи с помощью C , C' , T по данным, полученным в результате обследования 450 больных желудочно-кишечного тракта в районе:

Число дней нетрудоспособности за год, дней	Пол		Всего обследовано больных ЖКТ
	мужской	женский	
0	30	30	60
1—5	20	10	30
6—10	60	20	80
11—15	70	30	100
16 и более	130	50	180
Итого	310	140	450

Задача 1.5.11.

Фрэнсис Гальтон в XIX веке провел обследование о «наследовании гениальности». Среди выдающихся англичан он искал их выдающихся родственников.

Таблица 1.5.2.

Родство и выдающиеся родственники

Степень родства	Процент выдающихся родственников
Братья	41
Дед-внук	15
Дядя-племянник	20
Отец-сын	40

С помощью коэффициентов ранговой корреляции проверьте гипотезу о наследовании гениальности.

Сделайте выводы.

Задача 1.5.12.

Экспертами оценивались вкусовые качества разных вин. Суммарные оценки получены следующие:

Марка вина	Оценка в баллах	Цена, в усл. единицах
1	11	1,57
2	14	1,60

Продолжение табл.

Марка вина	Оценка в баллах	Цена, в усл. единицах
3	17	2,00
4	15	2,10
5	13	1,70
6	13	1,85
7	18	1,80
8	10	1,15
9	19	2,30
10	25	2,40

Согласуется ли оценка вина с его ценой. Проверьте эту гипотезу методами ранговой корреляции.

Сделайте выводы.

Задача 1.5.13.

В таблице приведено положение команд Национальной Хоккейной Лиги Тихоокеанского дивизиона на 15.11.96 и 15.01.97 гг.

Таблица 1.5.3.

Тихоокеанский дивизион НХЛ (промежуточные результаты)

Команда	Очки на 15.11.96 г.	Очки на 15.01.97 г.
Эдмонтон	30	46
Ванкувер	28	42
Анахайм	27	39
Колорадо	25	62
Лос-Анджелес	21	41
Калгари	19	40
Сан-Хосе	17	37

Определите уровень согласованности результатов с помощью коэффициентов ранговой корреляции Спирмена, Кэнделла, Фехнера.

Задача 1.5.14.

Имеются данные об изменении спроса на отдельные виды продукции издательств:

№№ п.п.	Стратегическая единица	Спрос на продукцию, тыс. шт.	
		1995 г.	1996 г.
1	Классика	30	20
2	Детская литература	100	100
3	Зарубежный детектив	70	60
4	Российский детектив	80	120
5	Женский роман	100	90
6	Фантастика	50	50
7	Приключения	40	30
8	Специальная литература	70	110
9	Рекламная продукция	30	60
10	Прочая литература	50	80

Определите уровень согласованности спроса на книжную продукцию с помощью коэффициентов ранговой корреляции Спирмена, Кэнделла, Фехнера.

Задача 1.5.15.

Имеются данные о спросе на книжную продукцию и структуре оборота издательства «Прогресс» в 1996 году:

Стратегическая единица	Спрос на продукцию, тыс. экз.	Доля стратегической единицы в общем обороте издательства, %
1. Классика	20	0
2. Детская литература	100	1,0
3. Зарубежный детектив	60	49,5
4. Российский детектив	120	20,5

Продолжение табл.

Стратегическая единица	Спрос на продукцию, тыс. экз.	Доля стратегической единицы в общем обороте издательства, %
5. Женский роман	90	6,8
6. Фантастика	50	0
7. Приключения	30	1,0
8. Специальная литература	110	14,3
9. Рекламная продукция	60	4,9
10. Прочая литература	80	2,0

Определите уровень согласованности между спросом на книжную продукцию и структурой оборота издательства с помощью коэффициентов ранговой корреляции Спирмена, Кэнделла, Фехнера.

Задача 1.5.16.

По данным задачи 1.5.15., оцените тесноту связи между спросом и структурой оборота, используя линейный коэффициент корреляции. При помощи критерия Стьюдента с вероятностью 0,95 проверьте значимость коэффициента корреляции.

Задача 1.5.17.

1. С помощью линейного коэффициента корреляции определите наличие связи между числом преступлений и численностью лиц, не занятых в экономике.

Дайте оценку.

Год	Лица в трудоспособном возрасте, не занятые в экономике, тыс. чел.	Число зарегистрированных преступлений
1991	117,1	54 929
1992	134,7	77 915
1993	191,9	86 615
1994	215,0	72 404

2. Постройте уравнение регрессии.
3. Нанесите на график эмпирическую и теоретическую линии регрессии.

Задача 1.5.18.

Таблица 1.5.4.

Официальный курс рубля к американскому доллару и немецкой марке на торгах ММВБ в 1996 году

Дата	Доллар США, \$	Немецкая марка, DEM
01.01	4640,00	3242,94
05.01	4661,00	3222,71
10.01	4668,00	3233,81
12.01	4670,00	3255,04
17.01	4677,00	3211,56
19.01	4683,00	3189,40
24.01	4700,00	3189,25
26.01	4718,00	3193,02
31.01	4732,00	3190,18
02.02	4736,00	3176,60
07.02	4738,00	3229,50
09.02	4738,00	3201,14
14.02	4751,00	3221,67
16.02	4760,00	3248,26
21.02	4770,00	3278,35
23.02	4783,00	3294,08
28.02	4815,00	3320,69

Установите направление связи между курсом доллара США и курсом немецкой марки и определите ее тесноту (предварительно исключив автокорреляцию).

Задача 1.5.19.

Таблица 1.5.5.

Основные показатели деятельности аудиторских фирм в области Н в 1995 году

№№ п.п.	Выручка от реализации, тыс. руб.	Балансовая прибыль, тыс. руб.	Численность работников, чел.	Основные средства, тыс. руб.	Нематериальные активы, тыс. руб.	Оплата труда, тыс. руб.
1	112 627	0	32	0	0	66 955
2	59 564	3 739	8	0	3 075	28 289
3	107 062	42 442	3	5 976	615	13 997
4	0	-8 414	4	0	6 555	3 638
5	57 949	11 326	2	6 728	2 479	1148
6	0	0	2	0	0	0
7	29 135	22 446	3	0	0	920
8	3 256	71	1	2 592	0	0
9	10 083	-40	3	0	31	2 284
10	90 902	-37 416	8	0	7 438	42 230
11	140 000	4 100	7	3 075	0	16 000
12	12 847	-1 116	1	14 322	6 375	98
13	0	0	1	0	1 067	0
14	56 500	-4 957	5	0	0	2 376
15	30 841	9 838	5	4 820	10 631	14 595
16	35 274	632	6	0	406	10 777
17	45 520	14 453	2	20 442	3 100	2 742
18	935 783	508 909	15	51 661	24 196	183 362
19	532 340	321 172	11	7 164	57 467	46 795
20	832 780	245 417	43	95 803	74 287	224 858
21	561 199	244 541	14	88 354	9 243	101 839
22	7 360	-287	1	0	19 665	4 140
23	45 914	11 309	2	0	7 752	3 729

1. По данным, характеризующим зависимость балансовой прибыли от выручки и размера нематериальных активов, рассчитайте коэффициенты множественной корреляции и детерминации.

2. Сделайте вывод о правильности выбора уравнения связи (с помощью F-критерия).

Задача 1.5.20.

По данным таблицы задачи № 1.5.19., постройте уравнение регрессии между выручкой от реализации и размером нематериальных активов аудиторских фирм.

Рассчитайте коэффициент эластичности между фактором и результатом.

С помощью F-критерия сделайте вывод о правильности выбора уравнения связи.

Задача 1.5.21.

По данным таблицы задачи № 1.5.19., постройте уравнение регрессии между оплатой труда и выручкой от реализации аудиторских фирм.

С помощью F-критерия сделайте вывод о правильности выбора вида взаимосвязи.

Рассчитайте эластичность изменения оплаты труда.

Задача 1.5.22.

В результате обследования населения региона получены следующие данные:

Семейное положение	Число семей		Всего
	имеющих садовый участок	не имеющих садовый участок	
Неполные семьи	120	80	200
Полные семьи	600	200	800
Итого	720	280	1000

Установите тесноту связи между семейным положением и наличием садового участка, рассчитав коэффициент контингенции.

Задача 1.5.23.

По одному из предприятий имеются следующие данные:

Группы рабочих	Число рабочих в группе		Всего
	выполняют и перевыполняют нормы выработки	не выполняют норму выработки	
Прошедшие техническое переобучение	115	20	135
Не прошедшие технического переобучения	15	50	65
Итого	130	70	200

Установите степень тесноты связи между выполнением норм выработки и технической подготовкой рабочих, рассчитав коэффициент ассоциации.

Задача 1.5.24.

Известны следующие данные о распределении рабочих предприятия по стажу и разряду работы:

Разряд рабочих	Стаж работы		Итого
	до 5 лет	6 лет и более	
1—3	40	20	60
4—6	10	30	40
Итого	50	50	100

Определите коэффициент ассоциации между квалификацией и стажем рабочих.

Задача 1.5.25.

Имеются следующие данные по торговым предприятиям фирмы, млн. руб.:

Товарооборот	Издержки обращения
670	35
560	27

Продолжение табл.

Товарооборот	Издержки обращения
630	40
610	36
650	31
520	28
500	30
560	24
470	70
580	30

Рассчитайте ранговый коэффициент корреляции Спирмена.

Задача 1.5.26.

Имеются следующие данные о размере среднемесячных душевых доходов в разных группах семей:

Среднедушевой денежный доход в месяц, тыс.руб.	Доля оплаты труда в структуре доходов семьи
79,8	64,2
152,1	66,1
199,3	69,0
240,8	70,6
282,4	72,4
301,8	74,3
385,3	76,0
457,8	77,1
977,4	78,4

Для выявления зависимости между долей оплаты труда в структуре доходов и среднедушевым денежным доходом рассчитайте:

- 1) линейный коэффициент корреляции;
- 2) коэффициент регрессии.

Задача 1.5.27.

Известны следующие данные о доходах государственного бюджета РСФСР и расходах на социальное обеспечение за период с 1960—1983 гг.:

(млн. руб.)

Годы	1960	1970	1975	1980	1981	1982	1983
Доходы госбюджета	26 554	41 146	58 068	78 243	78 856	88 045	95 339
Расходы на социальное обеспечение	3156	7496	10 645	13 941	14 831	15 737	16 088

Для выявления зависимости между доходами государственного бюджета и расходами на социальное обеспечение рассчитайте:

- 1) линейный коэффициент корреляции;
- 2) коэффициент регрессии.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

С помощью критерия χ^2 при 5% уровне значимости проверьте гипотезу о том, что «наследственность» является фактором возникновения гипертонической болезни.

Оцените тесноту связи между заболеваемостью и наследственностью с помощью:

- С — коэффициента взаимной сопряженности Пирсона;
- С' — нормированного коэффициента Пирсона;
- Т — коэффициента взаимной сопряженности Чупрова.

Родители больны гипертонией	Обследовано на заводе «Электросигнал», чел.		
	Всего	Больные гипертонией	Здоровые
Да	17	15	2
Нет	73	30	43
Итого	90	45	45

Решение.

Наличие связи может быть подтверждено выполнением следующего условия:

$$\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}},$$

где

$$\chi^2_{\text{расч}} = n \left(\sum \frac{f_{ij}^2}{f_i f_j} - 1 \right),$$

f_{ij} — частота совместного появления признаков;

f_i, f_j — суммы частот по строкам и столбцам соответственно;

n — численность совокупности.

$$\chi^2_{\text{расч}} = 90 \cdot \left(\frac{15^2}{17 \times 45} + \frac{30^2}{73 \times 45} + \frac{2^2}{17 \times 45} + \frac{43^2}{73 \times 45} - 1 \right) = 12,26$$

$$\chi^2_{\text{табл}} \left(\begin{array}{c} \alpha = 0,05 \\ df = (k-1)(l-1) = 1 \times 1 = 1 \end{array} \right) = 3,84,$$

k, l — соответственно число строк и столбцов таблицы сопряженности.

$\chi^2_{\text{расч}} = 12,26 > \chi^2_{\text{табл}} = 3,84$, следовательно, наследственность можно считать фактором возникновения гипертонической болезни.

2. Для оценки тесноты связи между наследственностью и заболеваемостью определим:

$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$ — коэффициент взаимной сопряженности Пирсона.

$$C' = \frac{C}{C_{\text{max}}}$$

$$C_{\text{max}} = \sqrt{\frac{\min\{k-1; l-1\}}{\min\{k-1; l-1\} + 1}},$$

где

C' — нормированный коэффициент Пирсона.

$T = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \sqrt{(k-1)(l-1)}}$ — коэффициент взаимной сопряженности Чупрова.

Итак,

$$C = \sqrt{\frac{12,26}{12,26 + 90}} = 0,346$$

$$C_{\text{max}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707$$

$$C' = \frac{0,346}{0,707} = 0,489$$

$$T = \sqrt{\frac{12,26}{90 \sqrt{1 \times 1}}} = 0,369.$$

Таким образом, между признаками наследственность и заболеваемость существует заметная связь.

Пример 2.

Определите взаимосвязь между смертностью населения различных расовых групп и местом их рождения, с помощью коэффициентов взаимной сопряженности.

Умерло человек в год в одной из европейских стран:

Раса	Место рождения		Итого
	Европа	Африка	
Негры	1050	600	1650
Белые	750	1300	2050
Всего	1800	1900	3700

Решение.

Взаимосвязь между смертностью населения различных расовых групп и местом их рождения может быть оценена с помощью коэффициентов взаимной сопряженности:

1) коэффициента контингенции и коэффициента ассоциации:

$$K_{\text{конт}} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

$$K_{\text{асс}} = \frac{ad - bc}{ad + bc},$$

где а, b, с, d — частоты (число единиц) таблицы 2x2.

	Место рождения		Итого
	Европа	Африка	
Негры	1050 (a)	600 (b)	1650 (a+b)
Белые	750 (c)	1300 (d)	2050 (c+d)
Итого	1800 (a+c)	1900 (b+d)	3700

Коэффициент контингенции:

$$K_{\text{конт}} = \frac{1050 \times 1300 - 750 \times 600}{\sqrt{1650 \times 2050 \times 1800 \times 1900}} = \frac{915000}{3401198,3} = 0,269.$$

Коэффициент ассоциации:

$$K_{\text{асс}} = \frac{1050 \times 1300 - 750 \times 600}{1050 \times 1300 + 750 \times 600} = \frac{915000}{1815000} = 0,504.$$

Рассчитанные коэффициенты сопряженности свидетельствуют о заметной связи между рассматриваемыми признаками, причем, коэффициент контингенции дает более осторожную оценку связи.

Пример 3.

С помощью критерия χ^2 оцените значимость связи признаков «завод» и «отрасль» с видом заболевания.

Сделайте выводы.

Вид заболевания	Отрасль I		Отрасль II	Всего обследовано больных
	Электро-сигнал	Экран	СЭТМ	
Гипертоническая болезнь	83	102	53	238
Остеохондроз	60	108	34	202

Продолжение табл.

Вид заболевания	Отрасль I		Отрасль II	Всего обследовано больных
	Электро-сигнал	Экран	СЭТМ	
Болезни желудочно-кишечного тракта	58	84	106	248
Всего	201	294	193	688

Решение.

Оценку значимости связи изучаемого признака с видом заболевания осуществляем проверкой соотношения $\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}}$. В случае выполнения неравенства, наличие связи подтверждается.

Для признака «Завод»:

$$\chi^2_{\text{расч}} = 688 \cdot \left(\frac{83^2}{238 \times 201} + \frac{102^2}{238 \times 294} + \frac{53^2}{238 \times 193} + \frac{60^2}{202 \times 201} + \dots + \frac{106^2}{248 \times 193} - 1 \right) = 688 (1,068 - 1) = 46,784.$$

$$\chi^2_{\text{табл}} \left(\alpha = 0,05 \right)_{df = 4} = 9,49$$

$$\chi^2_{\text{расч}} = 46,784 > \chi^2_{\text{табл}} = 9,49.$$

Следовательно, связь между признаками «завод» и «вид заболевания» — значима.

Для признака «Отрасль»: прежде преобразуем в необходимый вид исходные данные:

Вид заболевания	Отрасль I	Отрасль 2	Всего обследовано больных
Гипертоническая болезнь	185	53	238
Остеохондроз	168	34	202
Болезни ЖКТ	142	106	248
Всего	495	193	688

$$\chi^2_{\text{расч}} = 688 \cdot \left(\frac{185^2}{238 \times 495} + \frac{53^2}{238 \times 193} + \frac{168^2}{202 \times 495} + \frac{34^2}{202 \times 193} + \frac{142^2}{248 \times 495} + \frac{106^2}{248 \times 193} - 1 \right) = 688 (1,062 - 1) = 43,06.$$

$$\chi^2_{табл}(\alpha=0,05; df=1)=3,84$$

$$\chi^2_{расч} = 43,06 > \chi^2_{табл} = 3,84.$$

Связь также подтверждается.

Пример 4.

Экспертами оценивались вкусовые качества разных вин. Суммарные оценки получены следующие:

Марка вина	Оценка в баллах	Цена, в усл. ед.
1	11	1,57
2	14	1,60
3	17	2,00
4	15	2,10
5	13	1,70
6	13	1,85
7	18	1,80
8	10	1,15
9	19	2,30
10	25	2,40

Согласуется ли оценка вина с его ценой. Проверьте эту гипотезу методами ранговой корреляции.

Сделайте выводы.

Решение.

Для оценки тесноты связи применяют ранговые коэффициенты корреляции Спирмена и Кендалла.

Коэффициент корреляции рангов Ч.Спирмена определяется по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

где $d = R_x - R_y$, т.е. разности между рангами взаимосвязанных признаков x и y у отдельных единиц совокупности;

n — число взаимосвязанных пар значений x и y .

Ранги — это порядковые номера единиц совокупности в ранжированном ряду. Ранжировать оба признака необходимо в од-

ном и том же направлении: либо от меньших значений к боль- шим, либо наоборот.

Если среди значений признаков x и y встречается несколько одинаковых, образуются связанные ранги, т.е. одинаковые сред- ние номера. Например, вместо одинаковых по порядку третьего и четвертого значений признака x будут два ранга по 3,5.

В таблице проведено ранжирование и расчет разностей ран- гов взаимосвязанных признаков (гр. 1—4). Значение рангового коэффициента корреляции Ч.Спирмена составило:

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 23,5}{10(10^2 - 1)} = 1 - 0,142 = 0,858.$$

Кендаллом предложен другой показатель корреляционной связи:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)},$$

где

$$S = \sum Q - \sum P,$$

Q — число случаев для каждого наблюдения, когда у сле- дующих наблюдений ранг признака y больше, чем у данного.

P — число случаев для каждого наблюдения, когда у сле- дующих наблюдений ранг признака y меньше, чем у данного.

n — число наблюдаемых единиц.

Расчет показателя Кендалла проводят следующим образом:

1) ранжируем ряд по признаку x в возрастающем порядке с указанием соответствующих им рангов по признаку y ; получаем ряд рангов по признаку $x-1,2,3...n$ и ряд рангов по признаку $y-i_1, i_2...i_n$;

2) подсчитываем баллы для всех рангов по признаку y . Для этого находим, сколько рангов, предшествующих каждому ран- гу и последующим за ним, превышает его величину. Число пред- шествующих превышений записываем со знаком минус (P), а число последующих превышений — со знаком плюс (Q);

3) находим сумму положительных и отрицательных баллов по каждому рангу и итоговое число баллов $S = \sum Q - \sum P$.

Например, для 7 марки вина положительный балл $Q = 2$, а

отрицательный $P = 3$, сумма баллов $S = -1$. Сравнение при этом проводили с марками 3, 4, 6, 9 и 10. Ранг оценки в баллах по 9 и 10 маркам превышали 7 марку, а у 3, 4, 6 марки баллы были ниже.

Сводные оценки по баллам для расчета коэффициента Кендэлла приведены в таблице (гр. 5—7), а значение коэффициента корреляции рангов Кендэлла равен:

$$r = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{2 \times 33}{10(10-1)} = \frac{66}{90} = 0,733.$$

Таблица 1.5.6.

Расчет показателей взаимосвязи цены и качества вина

Марка вина	Ранг		Разность рангов $d = R_y - R_x$	d^2	Баллы для рангов		
	оценки в баллах, R_x	цены в усл. ед., R_y			положительные Q	отрицательные P	Итого
A	1	2	3	4	5	6	7
1	2	2	0	0	8	0	8
2	5	3	2	4	5	2	3
3	7	7	0	0	2	1	1
4	6	8	-2	4	2	0	2
5	3,5	4	-0,5	0,25	6	0	6
6	3,5	6	-2,5	6,25	4	0	4
7	8	5	3	9	2	3	-1
8	1	1	0	0	9	0	9
9	9	9	0	0	1	0	1
10	10	10	0	0	0	0	0
Итого	x	x	x	23,5	39	6	33

Таким образом, величина рангового коэффициента корреляции Ч.Спирмена и Кендэлла свидетельствует о прямой, довольно тесной связи между рассматриваемыми показателями.

Пример 5.

По ряду районов Закарпатья определены: среднесуточное количество йода в воде и пище и пораженность населения заболеванием щитовидной железы.*

Номер района	Количество йода в воде и пище (усл. ед.)	Пораженность населения заболеванием щитовидной железы, (%)
1	201	0,2
2	178	0,6
3	155	1,1
4	154	0,8
5	126	2,5
6	81	4,4
7	71	16,9

Для оценки тесноты связи пораженности заболеванием щитовидной железы с количеством йода в воде и пище определите коэффициенты корреляции рангов Спирмена, Кендэлла и Фехнера.

Решение.

Представим в таблице все данные, необходимые для расчета ранговых показателей связи:

Кол-во йода в воде и пище (X)		Пораженность заболеванием щитовидной железы (Y)		$d^2 = (R_x - R_y)^2$	P (-)	Q (+)	Знак отклонения от среднего ранга	
Усл.ед.	Ранг X	%	Ранг Y				$R_x - \bar{R}_x$	$R_y - \bar{R}_y$
201	7	0,2	1	36	6	0	+	-
178	6	0,6	2	16	5	0	+	-
155	5	1,1	4	1	3	1	+	+
154	4	0,8	3	1	3	0	+	-
126	3	2,5	5	4	2	0	-	+
81	2	4,4	6	16	1	0	-	+
71	1	16,9	7	36	0	0	-	+
Итого	x	x	x	110	20	1	x	x

* А.А. Мерков, Л.Е. Поляков. Санитарная статистика, — Л., Медицина, 1974. — с. 128.

1. Коэффициент корреляции рангов Спирмена (см. решение примера 4):

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 110}{7 \times (7^2 - 1)} = -0,964.$$

2. Коэффициент корреляции рангов Кендэлла:

$$\tau = \frac{2(-20 + 1)}{7(7 - 1)} = -0,904.$$

3. Коэффициент корреляции рангов Фехнера:

$$K_{\Phi} = \frac{\sum C - \sum H}{\sum C + \sum H},$$

где $\sum C, \sum H$ — соответственно число совпадений и число несовпадений знаков отклонений рангов от соответствующего среднего ранга.

$$K_{\Phi} = \frac{1 - 6}{1 + 6} = -0,714.$$

Полученные оценки ранговых коэффициентов позволяют сделать вывод о сильной обратной зависимости между заболеванием щитовидной железы и содержанием йода в воде и пище.

Пример 6.

С помощью методов периодизации выделены периоды однотипной динамики безработицы и преступности.

1. По одному из таких периодов с помощью линейного коэффициента корреляции определите наличие связи между числом преступлений и численностью лиц, не занятых в экономике.

Дайте оценку.

Год	Лица в трудоспособном возрасте, не занятые в экономике, тыс. чел.	Число зарегистрированных преступлений
1991	117,1	54 929
1992	134,7	77 915
1993	191,9	86 615
1994	215,0	72 404

2. Постройте уравнение регрессии.

3. Нанесите на график эмпирическую и теоретическую линии регрессии.

Решение.

Так как с увеличением числа лиц в трудоспособном возрасте (x), не занятых в экономике, равномерно увеличивается число зарегистрированных преступлений (y), то оценку зависимости проводим с помощью линейного уравнения регрессии, а оценку тесноты связи — линейного коэффициента корреляции.

1. Линейный коэффициент корреляции рассчитывают по одной из приведенных формул:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum y \sum x}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}}$$

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$\text{или } r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}},$$

где

x — значения факторного признака;

$\bar{x}$ — среднее значение факторного признака;

y — значения результативного признака;

$\bar{y}$ — среднее значение результативного признака;

n — число наблюдений;

σ_x, σ_y — среднее квадратическое отклонение x и y соответственно.

2. Уравнение прямой, с помощью которой оценивается форма зависимости изучаемых показателей, имеет вид:

$$y_x = a_0 + a_1 x,$$

где y_x — теоретическое число зарегистрированных преступлений;

x — численность лиц в трудоспособном возрасте, не занятых в экономике;

a_0 и a_1 — параметры уравнения прямой, определяемые системой нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum yx \end{cases}$$

откуда:

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}.$$

Для определения параметров уравнения регрессии и линейного коэффициента корреляции строим таблицу и находим параметры уравнения:

Годы	X	Y	XY	X ²	Y _x	Y ²
1991	117,1	54929	6432185,9	13712,41	65183	3017195041
1992	134,7	77915	10495150,5	18144,09	68062	6070747225
1993	191,9	86615	16621418,5	36825,61	77420	7502158225
1994	215,0	72404	15566860	46225,00	81199	5242339216
Итого	658,7	291863	49115614,9	114907,11	291863	21832439707

Линейный коэффициент корреляции:

$$r = \frac{49115614,9 - \frac{658,7 \times 291863}{4}}{\sqrt{(114907,11 - \frac{433885,69}{4})(21832439707 - \frac{85184010769}{4})}} =$$

$$= \frac{1053075,4}{\sqrt{6435,6875 \times 536437014,75}} = \frac{1053075,4}{1858047,638} = 0,567.$$

Полученное значение r свидетельствует о заметной (умеренной) связи между численностью лиц в трудоспособном возрасте, не занятых в экономике и числом зарегистрированных преступлений.

Найдем по формулам параметры уравнения:

$$a_1 = 163,6;$$

$$a_0 = \frac{291863 - 658,7 \times 163,6}{4} = 46024,92 \approx 46025.$$

Уравнение корреляционной связи примет следующий вид:

$$y_x = 46025 + 163,6 x.$$

Подставив в это уравнение значения x определяют теоретические значения y . Так,

$$y_1 = 46025 + 163,6 \cdot 117,1 = 65182,6$$

$$y_2 = 46025 + 163,6 \cdot 134,7 = 68061,9$$

и т.д.

Теоретические значения приведены в таблице.

Эта зависимость представлена на графике (см. Рис. 1. стр. 102).

1.6. РЯДЫ ДИНАМИКИ

Задача 1.6.1.

По данным о числе казненных и помилованных заключенных рассчитайте по каждому ряду в отдельности:

- 1) абсолютные (цепные и базисные) и средние показатели динамики. Результаты представьте в таблице;
- 2) нанесите на график динамику рядов.

Год	Количество казней	Помиловано
1985	404	5
1986	277	12
1987	130	10
1988	88	9
1989	76	4
1990	72	12
1991	15	37
1992	1	55
1993	4	149
1994	19	134
1995	86	5
1996	53	0

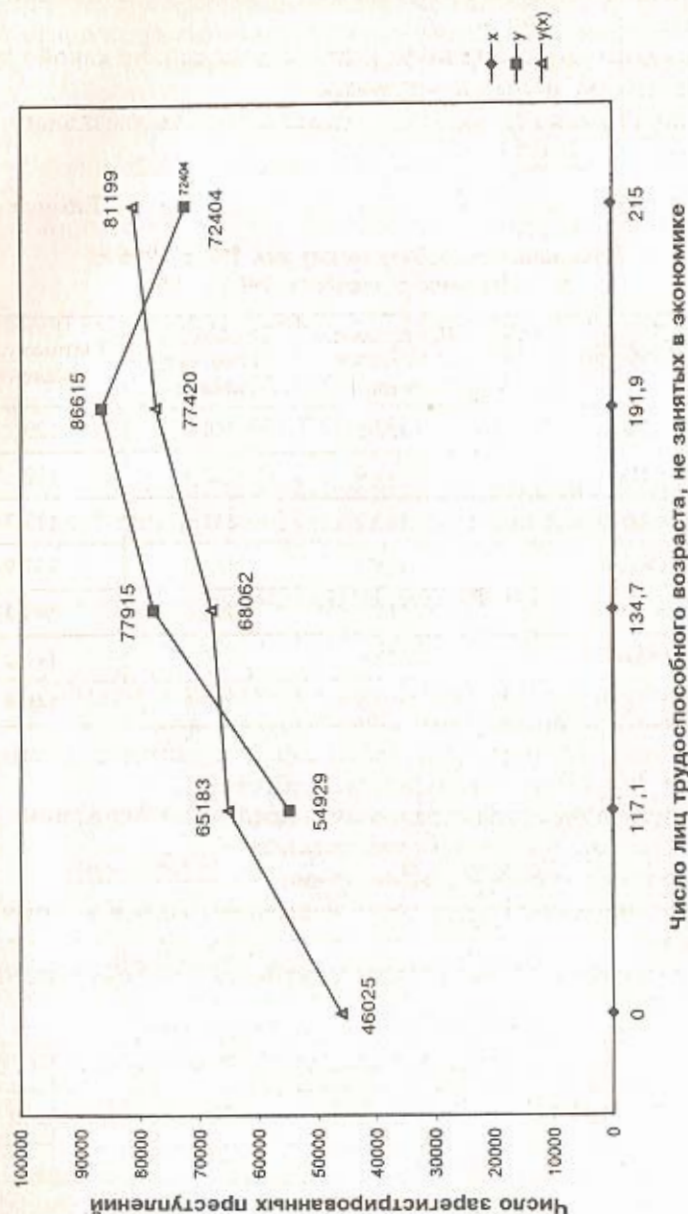


Рис. 1. Зависимость числа зарегистрированных преступлений от численности лиц, не занятых в экономике

Задача 1.6.2.

По данным, характеризующим групповые индексы цен, определите:

- 1) в каком полугодии инфляция была выше и по какой группе товаров и услуг цены росли быстрее;
- 2) какой месяц II полугодия выделяется максимальным ростом цен.

Таблица 1.6.1.

Изменение потребительских цен РФ в 1996 г. по сравнению с декабрем 1995 г. (%)

Месяц	Непродовольственные товары	Продовольственные товары	Платные услуги населению
Июнь	110,9	114,8	129,2
Июль	111,9	115,4	132,1
Август	113,2	113,1	135,7
Сентябрь	114,5	112,5	137,9
Октябрь	115,9	113,0	143,3
Ноябрь	117,0	115,4	147,2
Декабрь	117,8	117,7	148,4

Задача 1.6.3.

По нижеприведенным данным о кредитных вложениях Российских банков в 1995 году рассчитайте:

- 1) средний уровень каждого ряда;
- 2) среднегодовой темп роста вложений всего и в том числе по видам;
- 3) сопоставьте, определите коэффициенты опережения и замедления.

	01.01.95	01.04.95	01.07.95	01.10.95	01.01.96
Кредитные вложения	1216,5	1331,9	1360,5	1532,2	1397,5
в т.ч.					
краткосрочные	1194,7	1268,4	1324,3	1493,0	1359,1
долгосрочные	21,8	63,5	36,3	39,2	38,4

Задача 1.6.4.

Имеются данные о вкладах граждан в банках:

	01.01.95	01.04.95	01.07.95	01.10.95	01.01.96
Вклады граждан в банках	?	580,6	754,8	850,3	986,4
из них в Сбербанке России	105,8	260,9	?	410,2	543,7

Применяя метод ретроэкстраполяции и интерполяции определите недостающие данные.

Задача 1.6.5.

Имеются данные об изменении объемов промышленного производства России:

Месяц	Темп роста общего объема промышленного производства в % к декабрю 1994 г.	
	1995 г.	1996 г.
Январь	92,0	88,0
Февраль	90,5	86,2
Март	94,0	91,0
Апрель	88,2	88,2
Май	89,0	84,0
Июнь	90,7	83,8
Июль	86,3	83,9
Август	93,0	84,2
Сентябрь	92,6	85,0
Октябрь	94,0	91,8
Ноябрь	91,8	86,3
Декабрь	92,2	87,1

Проанализируйте сезонные изменения промышленного производства:

- 1) на основе индекса сезонности;
- 2) применяя графический метод.

Задача 1.6.6.

Таблица 1.6.2.

Официальный курс рубля к французскому франку и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.

Дата	Курс французского франка, руб. за FRF	Объем продаж, FRF
29.03	957,62	1771
03.04	963,45	401
05.04	966,58	1959
10.04	968,50	2468
12.04	960,70	2152
17.04	958,41	1236
19.04	961,99	1248
24.04	958,81	3557
26.04	957,02	1039
01.05	957,74	3054
08.05	963,11	4160
15.05	958,88	4213
17.05	957,33	2555
18.05	960,90	7647
21.05	959,23	8539
22.05	961,01	6104
23.05	956,34	10 971
24.05	957,29	10 480
25.05	958,41	6002
28.05	959,92	13 280
29.05	957,46	14 600
30.05	958,36	13 100
31.05	965,44	17 419
01.06	966,38	12 938
04.06	975,36	8640
05.06	971,93	25 707
06.06	971,67	7841

Продолжение табл. 1.6.2.

Дата	Курс французского франка, руб. за FRF	Объем продаж, FRF
07.06	971,14	14 711
08.06	973,72	16 089
11.06	971,63	11 924
12.06	972,34	10 341
14.06	971,32	16 101
15.06	978,90	10 722
18.06	979,91	12 048
19.06	982,29	11 427
20.06	984,01	12 449
21.06	979,39	14 558
22.06	978,57	14 422
25.06	975,46	14 944
26.06	977,36	14 126
27.06	980,67	12 050
28.06	987,31	6497
29.06	992,06	6889

1. По данным табл. 1.6.2., рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов FRF и объемов продаж. Результаты представьте в таблице.

2. Постройте графики изменения курсов и объемов продаж.

3. Проведите периодизацию состояния объемов продаж, выделив следующие периоды:

- практическое отсутствие сделок;
- незначительный объем продаж;
- значительный объем продаж.

Задача 1.6.7.

Таблица 1.6.3.

Официальный курс рубля к немецкой марке и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.

Дата	Курс немецкой марки, руб. за DEM	Объем продаж, DEM
01.01.96	3242,94	250
05.01	3222,71	4

Продолжение табл. 1.6.3.

Дата	Курс немецкой марки, руб. за DEM	Объем продаж, DEM
10.01	3233,81	14
12.01	3255,04	32
17.01	3211,56	83
19.01	3189,40	73
24.01	3189,25	87
26.01	3193,02	180
31.01	3190,18	200
02.02	3176,60	236
07.02	3229,50	348
09.02	3201,14	421
14.02	3221,67	652
16.02	3248,26	411
21.02	3278,35	472
23.02	3294,08	457
28.02	3320,69	487
01.03	3281,57	652
06.03	3257,90	1007
08.03	3252,22	1170
13.03	3254,69	878
15.03	3286,20	1153
20.03	3274,23	1120
22.03	3284,51	2212
27.03	3286,35	1746
29.03	3268,03	2256

1. По данным табл. 1.6.3., рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов DEM и объемов продаж. Результаты представьте в таблице.

2. Постройте графики изменения курсов и объемов продаж.

3. На основе анализа полученных результатов осуществите градацию оценки состояния рынка. А именно:

- «крепкий или сильный рынок» — значительный и большой объем продаж при высоких ценах;

— «вялый или слабый рынок» — незначительный объем продаж при низких ценах;

— «устойчивый рынок» — средний уровень цен при значительном и высоком объеме продаж;

— «неустойчивый или неуверенный рынок» — значительный и большой объем продаж при низких ценах;

— «ленивый» — практическое отсутствие сделок.

Задача 1.6.8.

Таблица 1.6.4.

Официальный курс рубля к немецкой марке
и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.

Дата	Курс немецкой марки, руб. за DEM	Объем продаж, DEM
01.11	3607,75	1120
02.11	3593,63	2212
05.11	3608,96	1746
06.11	3615,60	2256
07.11	3592,54	1771
11.11	3639,39	401
12.11	3642,47	1959
13.11	3643,14	2468
14.11	3653,28	2152
15.11	3642,59	1236
16.11	3636,60	1248
19.11	3644,21	3557
20.11	3651,67	1309
21.11	3662,38	3054
22.11	3667,94	4160
23.11	3666,82	4213
26.11	3629,82	2555
27.11	3631,80	7647
28.11	3608,76	8539
29.11	3604,71	6104

Продолжение табл. 1.6.4.

Дата	Курс немецкой марки, руб. за DEM	Объем продаж, DEM
30.11	3597,26	10 971
03.12	3583,59	10 480
04.12	3530,96	6002
05.12	3541,53	13 280
06.12	3544,64	14 600
07.12	3588,33	13 100
10.12	3557,49	17 419
11.12	3549,17	12 938
12.12	3580,45	8640
15.12	3559,85	25 707
16.12	3567,98	7841
17.12	3562,15	14 711
18.12	3584,60	16 089
19.12	3580,06	11 924
20.12	3564,73	10 341
21.12	3563,40	16 701
24.12	3575,11	10 722
25.12	3575,66	16 769
26.12	3566,61	12 048
27.12	3574,88	11 427
28.12	3575,57	12 449
31.12	3576,25	14 558

1. Рассчитайте уравнение регрессии и оцените его надежность.
2. На основе рассчитанного уравнения регрессии определите:
 - а) на сколько увеличится или уменьшится объем продаж при росте курса на 1 пункт;
 - б) какой рынок («продавца» или «покупателя»)* сложился за анализируемый Вами промежуток времени?

* Если коэффициент корреляции положителен — рынок «продавца», если коэффициент корреляции отрицательный — рынок «покупателя».

Задача 1.6.9.

Таблица 1.6.5.

Официальный курс рубля к американскому доллару и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.

Дата	Курс американского доллара, руб. за \$	Объем продаж, \$
02.07	5119	15 103
03.07	5124	21 087
05.07	5125	24 819
09.07	5129	28 369
10.07	5131	11 099
11.07	5133	13 869
12.07	5131	11 530
16.07	5135	12 316
17.07	5136	28 933
18.07	5140	16 306
19.07	5150	5 858
20.07	5156	6 951
23.07	5165	17 785
24.07	5169	13 976
25.07	5175	35 545
26.07	5180	22 036
27.07	5182	35 522
30.07	5188	32 717
31.07	5191	7 872
01.08	5197	2 946
02.08	5209	6 988
03.08	5224	19 826
06.08	5230	13 546
07.08	5235	9 432
08.08	5247	18 564
09.08	5254	23 745
10.08	5261	31 907
13.08	5271	28 769

Продолжение табл. 1.6.5.

Дата	Курс американского доллара, руб. за \$	Объем продаж, \$
14.08	5276	57 162
15.08	5280	13 621
16.08	5285	14 996
17.08	5290	26 027
20.08	5302	18 223
21.08	5305	29 868
23.08	5311	19 845
24.08	5318	12 673
27.08	5327	17 459
28.08	5332	34 652
29.08	5348	36 741
31.08	5345	30 783

Охарактеризуйте подекадную колеблемость валютных торгов.

Задача 1.6.10.

Таблица 1.6.6.

Официальный курс рубля к американскому доллару и немецкой марке на торгах ММВБ в 1996 г.

Дата	Доллар США, \$	Немецкая марка, DEM
01.01	4640,00	3242,94
05.01	4661,00	3222,71
10.01	4668,00	3233,81
12.01	4670,00	3255,04
17.01	4677,00	3211,56
19.01	4683,00	3189,40
24.01	4700,00	3189,25
26.01	4718,00	3193,02
31.01	4732,00	3190,18
02.02	4736,00	3176,60
07.02	4738,00	3229,50

Дата	Доллар США, \$	Немецкая марка, DEM
09.02	4738,00	3201,14
14.02	4751,00	3221,67
16.02	4760,00	3248,26
21.02	4770,00	3278,35
23.02	4783,00	3294,08
28.02	4815,00	3320,69

Рассчитайте уравнение регрессии (предварительно проверив и исключив автокорреляцию) и установите направление связи между курсом доллара США и курсом немецкой марки, определите ее тесноту.

Задача 1.6.11.

По одному из предприятий региона имеются следующие данные об объеме производства макаронных изделий:

Год	Объем производства, т
1985	138,4
1986	155,4
1987	165,4
1988	168,1
1989	173,9
1990	178,1
1991	184,2
1992	189,7
1993	190,5
1994	200,2
1995	209,7

Для анализа динамики производства макаронных изделий исчислите:

1. Среднегодовое производство макаронных изделий;
2. Базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста производства макаронных изделий.

3. Проверьте ряд динамики производства макаронных изделий на наличие тренда. Используя метод аналитического выравнивания, постройте уравнение прямой.

4. Изобразите динамику производства макаронных изделий на графике.

Сделайте выводы.

Задача 1.6.12.

Имеются следующие данные об остатках вкладов по одному из отделений сберегательного банка (млн. руб.):

на 1.01.96	262,4
1.02.96	275,8
1.03.96	295,4
1.04.96	292,5
1.05.96	337,4
1.06.96	396,7
1.07.96	421,3
1.08.96	476,8
1.09.96	470,2
1.10.96	586,0
1.11.96	610,9
1.12.96	645,8
1.01.97	708,9

Определите:

1) средние квартальные и среднегодовые остатки вкладов по отделению банка;

2) произведите сглаживание ряда динамики методом скользящей средней и аналитического выравнивания (по прямой);

3) на основе исчисленных показателей определите ожидаемые уровни остатков вкладов населения на 01.04.97 года.

Изобразите динамику и ожидаемые уровни остатков вкладов по отделению банка на графике.

Сделайте выводы.

Задача 1.6.13.

По одному из сельскохозяйственных предприятий области имеются следующие данные о динамике валового сбора зерновых культур, тонн:

Год	Валовой сбор, т
1986	162
1987	178

Продолжение табл.

Год	Валовой сбор, т
1988	180
1989	183
1990	185
1991	184
1992	187
1993	190
1994	192
1995	196
1996	198

Для анализа динамики производства зерновых культур исчислите:

1. Среднегодовой валовой сбор зерновых культур.
 2. Базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста производства зерновых культур.
 3. На основе средних абсолютных приростов и темпов роста определите ожидаемый уровень валового сбора зерновых культур в 1998 году.
 4. Изобразите динамику производства зерновых культур на графике.
- Сделайте выводы.

Задача 1.6.14.

Имеются следующие данные о вводе жилых домов по одной из строительных компаний:

Год	Введено жилых домов, тыс. м ² общей площади
1986	33
1987	35
1988	35
1989	37
1990	42

Продолжение табл.

Год	Введено жилых домов, тыс. м ² общей площади
1991	46
1992	48
1993	50
1994	52
1995	54
1996	58

Для анализа динамики ввода жилых домов исчислите:

1. Среднегодовой ввод жилых домов.
 2. Базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста ввода жилых домов.
 3. На основе средних абсолютных приростов и темпов роста определите ожидаемый уровень ввода жилых домов в 2000 году.
 4. Изобразите динамику ввода жилых домов на графике.
- Сделайте выводы.

Задача 1.6.15.

Ежегодный прирост продукции фирмы характеризуется следующими данными (в % к предшествующему году):

Год	Темп прироста цепной, %
1992	13
1993	12
1994	15
1995	14
1996	16

Определите относительное изменение в выпуске продукции фирмы за весь изучаемый период и в среднем за год.

Задача 1.6.16.

Имеются данные о днях трудопотерь вследствие заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на машиностроительном заводе за 1984—1996 годы:

Годы	Группы болезней						
	болезни нервной системы	гипертоническая болезнь	хронические заболевания органов дыхания	язвенная болезнь	гастриты	болезни костно-мышечной системы	все болезни
1984	47,8	24,5	19,1	17,2	11,2	40,9	933,4
1985	51,9	16,6	22,9	12,8	10,0	51,3	904,0
1986	40,7	19,7	26,5	12,4	7,5	61,1	965,0
1987	52,2	29,1	31,4	20,3	10,0	57,7	1014,1
1988	66,1	36,1	32,4	13,4	8,4	58,9	1064,8
1989	75,6	45,4	31,0	18,1	8,0	77,5	1122,9
1990	49,7	45,8	24,2	16,7	7,6	69,2	1196,1
1991	49,1	39,9	23,5	17,8	9,9	84,5	1137,5
1992	67,2	58,1	32,3	19,8	15,8	102,8	1118,0
1993	60,7	69,1	26,7	22,0	24,7	120,5	1290,2
1994	20,6	66,9	34,7	25,5	26,9	138,6	1421,7
1995	13,7	52,2	36,9	26,7	19,8	139,4	1235,6
1996	10,8	42,1	33,3	22,0	19,4	144,1	1127,6

1. По каждой группе болезней для определения тенденций развития проведите:

- укрупнение временных интервалов;
- расчет скользящей средней (пятилетней);
- аналитическое выравнивание (по прямой).

2. На основании полученных коэффициентов регрессии (п. 1 в.) проведите динамическую группировку болезней, при этом выделите три группы:

- растущие (a_1 — положителен, причем значимо его отклонение от 0);
 - благополучные (a_1 — отрицателен, значимо его отклонение от 0);
 - стабильные (a_1 — статистически не отличается от 0).
- Сделайте выводы.

Задача 1.6.17.

Имеются данные о заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на заводе «Электросигнал» в 1986 году по некоторым нозологическим группам:

(дни на 100 работающих)

Месяц	Группы болезней				
	кишечные инфекции	психические расстройства	периф. нервная система	острый фарингит и ангина	всего по заводу
январь	0,26	4,25	1,46	3,22	104,90
февраль	0,69	4,41	0,44	2,49	99,24
март	0,01	3,33	0,14	2,82	106,45
апрель	0,24	2,89	1,01	3,18	86,73
май	0,33	3,66	0,42	1,45	81,79
июнь	0,23	3,27	0,41	1,87	78,51
июль	0,36	3,45	1,07	2,01	78,33
август	0,30	3,76	0,85	2,39	74,54
сентябрь	0,69	4,67	1,47	2,82	91,33
октябрь	0,93	1,97	0,98	3,76	109,13
ноябрь	1,01	1,42	0,95	3,37	100,56
декабрь	0,37	6,14	1,56	3,51	115,4

По каждой болезни и в целом по заводу для оценки уровня сезонности выполните:

- Расчет индексов сезонности.
 - Гармонический анализ сезонности.
- Сделайте выводы.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

По данным о числе казенных и помилованных заключенных, рассчитайте по каждому ряду в отдельности:

1. Абсолютные (цепные и базисные) и средние показатели динамики.

Результаты представьте в таблице.

2. Нанесите на график динамику рядов.

Год	Количество казней	Помиловано
1985	404	5
1986	277	12
1987	130	10
1988	88	9
1989	76	4
1990	72	12
1991	15	37
1992	1	55
1993	4	149
1994	19	134
1995	86	5
1996	53	0

Решение.

Рассчитаем все показатели по ряду динамики, характеризующему число казненных.

1. Абсолютный прирост:

$$\Delta_{цеп} = y_i - y_{i-1},$$

где $\Delta_{цеп}$ — цепной абсолютный прирост значений признака (прирост по сравнению с предыдущим моментом (периодом) времени);

y_i, y_{i-1} — значение уровня ряда в момент (период) времени i и $i-1$ соответственно;

$$\Delta_{цеп_{86}} = y_{86} - y_{85} = 277 - 404 = -127 \text{ (чел.)}$$

$$\Delta_{цеп_{87}} = y_{87} - y_{86} = 130 - 277 = -147 \text{ (чел.)}$$

$$\Delta_{баз} = y_i - y_0,$$

где $\Delta_{баз}$ — базисный абсолютный прирост значений признака (прирост по сравнению с моментом (периодом) времени, принятым за базу);

y_0 — значение уровня ряда в момент (период) времени, принятый за базу сравнения.

$$\Delta_{баз_{87}} = 130 - 404 = -274 \text{ (чел.)}$$

2) темп роста:

$$T_{р}^{цеп} = \frac{y_i}{y_{i-1}},$$

где $T_{р}^{цеп}$ — цепной темп роста (темп роста по сравнению с предыдущим моментом времени).

$$T_{87}^{цеп} = \frac{y_{87}}{y_{86}} = \frac{130}{277} = 0,469 \text{ или } 46,9\%$$

$$T_{р}^{баз} = \frac{y_i}{y_0},$$

где $T_{р}^{баз}$ — базисный темп роста (темп роста по сравнению с моментом времени, принятым за базу сравнения).

$$T_{87}^{баз} = \frac{y_{87}}{y_{85}} = \frac{130}{404} = 0,322 \text{ или } 32,2\%.$$

3) темп прироста:

$$T_{пр}^{цеп} = T_{р}^{цеп} - 1$$

$$T_{пр87}^{цеп} = T_{р87}^{цеп} - 1 = 0,469 - 1 = -0,531 \text{ или } -53,1\%$$

$$T_{пр}^{баз} = T_{р}^{баз} - 1$$

$$T_{пр87}^{баз} = T_{р87}^{баз} - 1 = 0,322 - 1 = -0,678 \text{ или } 67,8\%.$$

4) абсолютное значение одного процента прироста:

$$A = \frac{y_{i-1}}{100}$$

$$A_{86} = \frac{y_{85}}{100} = \frac{404}{100} = 4,04.$$

Год	Кол-во казней	Абсолютный прирост (Δ)		Темп роста, % (Тр)		Темп прироста, % (Тпр)		Абсолютное значение 1% прироста
		цеп.	баз.	цеп.	баз.	цеп.	баз.	
1985	404	-	-	100,0	100,0	0,0	0,0	-
1986	277	-127	-127	68,6	68,6	-31,4	-31,4	4,04
1987	130	-147	-274	46,9	32,2	-53,1	-67,8	2,77
1988	88	-112	-316	67,7	21,8	-32,3	-78,2	1,30
1989	76	-12	-328	86,4	18,8	-13,6	-81,2	0,88
1990	72	-4	-332	94,7	17,8	-5,3	-82,2	0,76
1991	15	-57	-389	20,8	3,7	-79,2	-96,3	0,72
1992	1	-14	-403	6,7	0,2	-93,3	-99,8	0,15
1993	4	3	-400	400,0	1,0	300,0	-99,0	0,1
1994	19	15	-385	475,0	4,7	375,0	-95,3	0,4
1995	86	67	-318	452,6	21,3	352,6	-78,7	0,619
1996	53	-33	-351	61,6	13,1	38,4	-86,9	0,86
В среднем	102	-32	-32	83,3	83,3	-16,7	-16,7	-

5) Средние показатели:

а) средний уровень:

$$\bar{y} = \frac{y}{n} = \frac{1225}{12} = 102,$$

б) средний абсолютный прирост:

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta_{\text{баз.}}}{m} = \frac{-351}{11} = -32,$$

в) средний темп роста:

$$\bar{T}_p = \sqrt[m]{\prod_{j=1}^m T_p^{\text{баз.}}},$$

где m — число базисных темпов роста.

$$\bar{T}_p = \sqrt[11]{68,6 \cdot 46,9 \cdot 67,7 \cdot 86,4 \cdot 94,7 \cdot 20,8 \cdot 6,7 \cdot 400,0 \cdot 475,0 \cdot 452,6 \cdot 61,6} = 83,3.$$

б) Изобразим графически анализируемый ряд динамики:

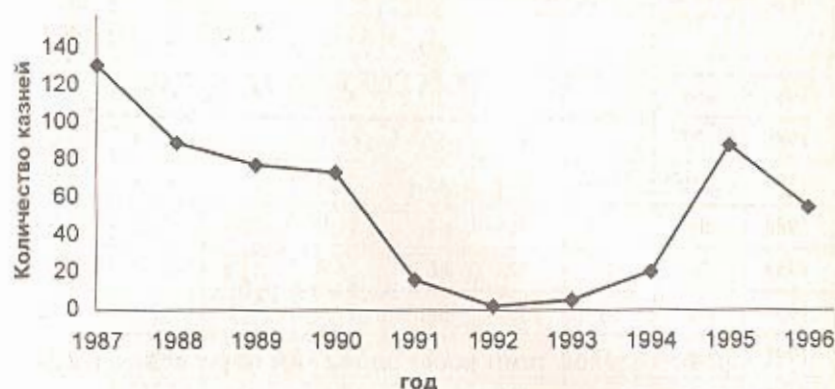


Рис. 2. Количество казней в 1985—1996 гг.

Пример 2.

По нижеприведенным данным о кредитных вложениях Российских банков в 1995 году рассчитайте:

- 1) средний уровень каждого ряда;
- 2) среднегодовой темп роста вложений всего и в том числе по видам;
- 3) сопоставьте, определите коэффициенты опережения и замедления.

(млн. руб.)

	01.01.95	01.04.95	01.07.95	01.10.95	01.01.96
Кредитные вложения	1216,5	1331,9	1360,5	1532,2	1397,5
в т.ч. краткосрочные	1194,7	1268,4	1324,3	1493,0	1359,1
долгосрочные	21,8	63,5	36,3	39,2	38,4

Решение.

1. Средний уровень каждого ряда определяем по формуле средней хронологической простой (т.к. ряд динамики моментный):

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

$$\bar{y}_{\text{кратк.}} = \frac{\frac{1}{2}1194,7 + 1268,4 + 1324,3 + 1493,0 + \frac{1}{2}1359,1}{5-1} =$$

$$= \frac{5362,6}{4} = 1340,7 \text{ млн. руб.}$$

$$\bar{y}_{\text{долг.}} = \frac{169,1}{4} = 42,3 \text{ млн. руб.}$$

2. Среднегодовой темп роста вложений определяем по формуле:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

где n — количество моментов времени в рассматриваемом периоде.

$$\bar{T}_{p\text{КВ}} = \sqrt[4]{\frac{1397,5}{1216,5}} = \sqrt[4]{1,149} = 1,035 \text{ или } 103,5\%$$

$$\bar{T}_{p\text{Кратк.}} = \sqrt[4]{\frac{1359,1}{1194,7}} = \sqrt[4]{1,138} = 1,033, \text{ или } 103,3\%$$

$$\bar{T}_{p\text{Долг.}} = \sqrt[4]{\frac{38,4}{21,8}} = \sqrt[4]{1,761} = 1,152 \text{ или } 115,2\%.$$

3. Коэффициент опережения темпа роста долгосрочных вложений над темпом роста краткосрочных вложений:

$$K_{\text{опереж.}} = \frac{\bar{T}_{p\text{Долг.}}}{\bar{T}_{p\text{Кратк.}}} = \frac{1,152}{1,033} = 1,115 \text{ или } 111,5\%.$$

Пример 3.

Имеются данные об изменении объемов промышленного производства России:

Месяц	Темп роста общего объема промышленного производства в % к декабрю 1994 г.	
	1995 г.	1996 г.
Январь	92,0	86,0
Февраль	90,5	86,2
Март	95,0	91,0
Апрель	88,2	88,2
Май	89,0	84,0
Июнь	90,7	83,8
Июль	89,3	83,9
Август	93,0	84,2
Сентябрь	92,6	85,0
Октябрь	94,9	89,8
Ноябрь	91,8	86,3
Декабрь	92,2	87,1

Проанализируйте сезонные изменения промышленного производства:

- 1) на основе индекса сезонности;
- 2) применяя графический метод.

Решение.

1. Так как тренда нет, то индекс сезонности рассчитываем по формуле:

$$i_{\text{сез}} = \frac{T_p}{\bar{T}_p},$$

где $i_{\text{сез}}$ — индекс сезонности за каждый месяц каждого года;

T_p — темп роста за каждый месяц;

$\bar{T}_p$ — средний темп роста за год;

$$\overline{T_p} = \sqrt[12]{\prod T_p}$$

$$\overline{T_{p95}} = \sqrt[12]{0,3479} = 0,915$$

$$\overline{T_{p96}} = \sqrt[12]{0,170} = 0,863.$$

$I_{сез.} = \frac{\sum i_{сез.}}{2}$ — средний индекс сезонности по каждому месяцу за весь рассматриваемый отрезок времени.

$$I_{январь, сез.} = \frac{1,005 + 0,997}{2} = 1,001.$$

И так далее.

	Темп роста в % к декабрю 1994 г.		Индексы сезонности, $i_{сез}$		Индекс сезонности средний, $I_{сез}$
	1995	1996	1995	1996	
Январь	92,0	86,0	1,005	0,997	1,001
Февраль	90,5	86,2	0,989	0,999	0,994
Март	95,0	91,0	1,038	1,054	1,046
Апрель	88,2	88,2	0,964	1,022	0,993
Май	89,0	84,0	0,973	0,973	0,973
Июнь	90,7	83,8	0,991	0,971	0,981
Июль	89,3	83,9	0,976	0,972	0,974
Август	93,0	84,2	1,016	0,976	0,996
Сентябрь	92,6	85,0	1,012	0,985	0,999
Октябрь	94,9	89,8	1,037	1,041	1,039
Ноябрь	91,8	86,3	1,003	1,000	1,002
Декабрь	92,2	87,1	1,008	1,009	1,009

2. Графически сезонные изменения можно анализировать при помощи спиральной радиальной диаграммы:

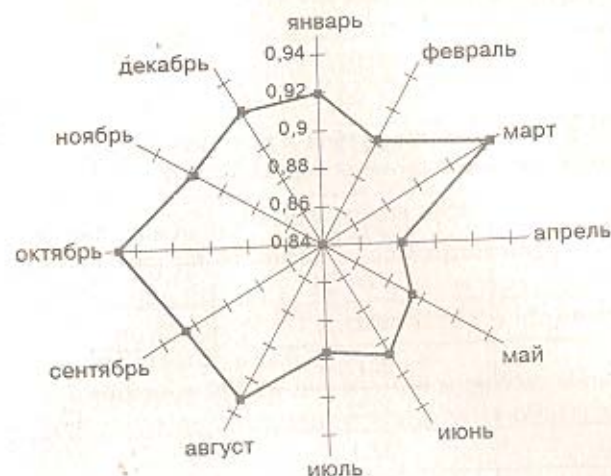


Рис. 3. Диаграмма промышленного производства по месяцам 1995 г. в % к декабрю 1994 г.

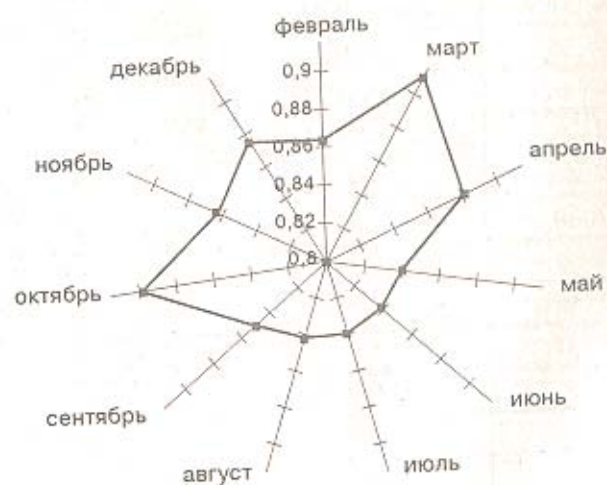


Рис. 4. Диаграмма промышленного производства по месяцам 1996 г. в % к декабрю 1994 г.

Максимальный объем производства в марте и октябре. Минимальный объем производства в июле.

Пример 4.*

Таблица 1.6.7.

Официальный курс рубля к немецкой марке и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.

Дата	Курс немецкой марки, руб. за DEM	Объем продаж, DEM
01.01.96	3242,94	250
05.01	3222,71	4
10.01	3233,81	14
12.01	3255,04	32
17.01	3211,56	83
19.01	3189,40	73
24.01	3189,25	87
26.01	3193,02	180
31.01	3190,18	200
02.02	3176,60	236
07.02	3229,50	348
09.02	3201,14	421
14.02	3221,67	652
16.02	3248,26	411
21.02	3278,35	472
23.02	3294,08	457
28.02	3320,69	487
01.03	3281,57	652
06.03	3257,90	1007
08.03	3252,22	1170
13.03	3254,69	878

* Примеры 4—7 решены Н.И. Овечкиной.

Продолжение табл. 1.6.7.

Дата	Курс немецкой марки, руб. за DEM	Объем продаж, DEM
15.03	3286,20	1153
20.03	3274,23	1120
22.03	3284,51	2212
27.03	3286,35	1746
29.03	3268,03	2256

1. По данным таблицы 1.6.7., рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов DEM и объемов продаж. Результаты представьте в таблице.

2. Постройте графики изменения курсов и объемов продаж.

3. Проведите периодизацию состояния объемов продаж, выделив следующие периоды:

- практическое отсутствие сделок;
- незначительный объем продаж;
- значительный объем продаж.

Решение.

1. Расчет цепных абсолютных приростов и темпов роста представим в таблице (см. решение примера 1):

Таблица 1.6.8.

	Курс немецкой марки		Объем продаж	
	$\Delta_{цеп}$	$T_{цеп}$	$\Delta_{цеп}$	$T_{цеп}$
01.01.96	-	-	-	-
05.01	-20,23	0,9938	-246	0,016
10.01	11,10	1,0034	10	3,500
12.01	21,23	1,0066	18	2,286
17.01	-43,48	0,9866	51	2,594
19.01	-22,16	0,9931	-10	0,879
24.01	-0,15	0,9999	14	1,192
26.01	3,77	1,0012	93	2,069
31.01	-2,84	0,9991	20	1,111

	Курс немецкой марки		Объем продаж	
	$\Delta_{\text{куп}}$	$T_{\text{куп}}$	$\Delta_{\text{пр}}$	$T_{\text{пр}}$
02.02	-13,58	0,9957	36	1,180
07.02	52,90	1,0167	112	1,475
09.02	-28,36	0,9912	73	1,210
14.02	20,53	1,0064	231	1,549
16.02	26,59	1,0083	-241	0,630
21.02	30,09	1,0093	61	1,148
23.02	15,73	1,0048	-15	0,968
28.02	26,61	1,0081	30	1,066
01.03	-39,12	0,9882	165	1,339
06.03	-23,67	0,9928	355	1,544
08.03	-5,68	0,9983	163	1,162
13.03	2,47	1,0008	-292	0,750
15.03	31,51	1,0097	275	1,313
20.03	-11,97	0,9964	-33	0,971
22.03	10,28	1,0031	1092	1,975
27.03	1,84	1,0006	-466	0,789
29.03	-18,32	0,9944	510	1,292

2. На рисунке 5 изображено изменение курсов немецкой марки:
На рисунке 6 изображено изменение объемов продаж немецкой марки:

3. Для проведения нериодизации состояния объектов продаж, необходимо:

а) провести градацию уровней объемов продаж.

Принимаем следующую группировку:

Объем продаж	Характеристика состояния
До 100	практическое отсутствие сделок
100—1000	незначительный объем продаж
Свыше 1000	значительный объем продаж

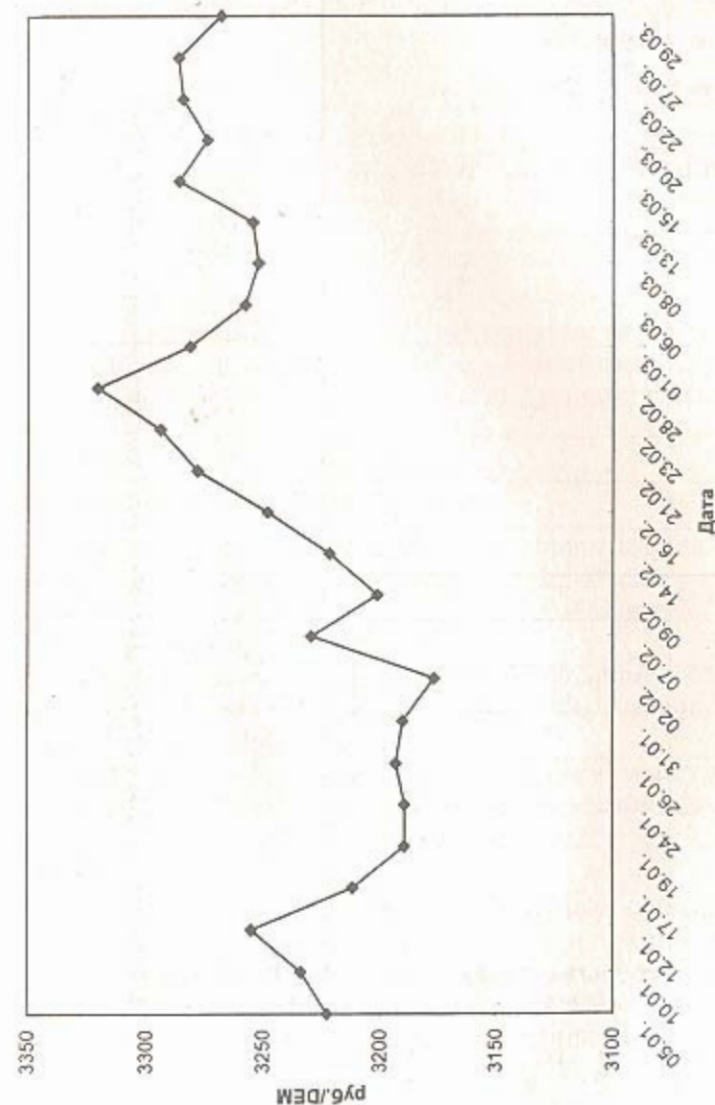


Рис. 5. Изменение курсов DEM в январе—марте 1996 г.

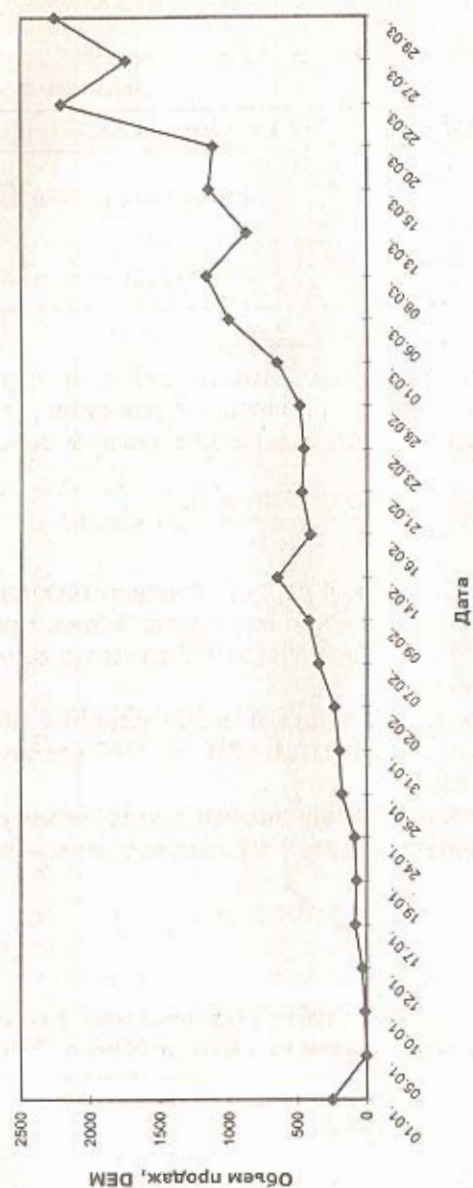


Рис. 6. Изменение объемов продаж немецкой марки в январе—марте 1996 г.

б) разбить ряд динамики на интервалы, в пределах которых уровни показателя изменяются в пределах принятой градации: (см. рис. 6.)

Период	Характеристика
05.01—24.01.96,	практическое отсутствие сделок
01.01.96; 26.01—10.03; 13.03.96,	незначительный объем продаж
06.03—08.03.96; 15.03—29.03.96	значительный объем продаж

Градацию объемов продаж можно провести другим способом: а именно, разбить на три группы с равными интервалами, величина интервала рассчитывается следующим способом:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{2256 - 4}{3} = 751 \text{ сделка.}$$

В соответствии с этим, в период, соответствующий практическому отсутствию сделок, попадут даты, объем продаж в которые изменился в пределах от 4 до 755 сделок в день — с 01.01 по 01.03 включительно;

в период, соответствующий незначительному объему продаж — даты с объемом продаж от 756 до 1507 сделок — с 06.03 по 20.03 включительно;

в период, соответствующий значительному объему продаж — даты с объемом продаж свыше 1507 сделок в день — с 22.03.96 г.

Пример 5.

Таблица 1.6.9.

Официальный курс рубля к французскому франку и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.

Дата	Курс французского франка, руб. за FRF	Объем продаж, FRF
29.03	957,62	1 771
03.04	963,45	401

Продолжение табл. 1.6.9.

Дата	Курс французского франка, руб. за FRF	Объем продаж, FRF
05.04	966,58	1 959
10.04	968,50	2 468
12.04	960,70	2 152
17.04	958,41	1 236
19.04	961,99	1 248
24.04	958,81	3 557
26.04	957,02	1 039
01.05	957,74	3 054
08.05	963,11	4 160
15.05	958,88	4 213
17.05	957,33	2 555
18.05	960,90	7 647
21.05	959,23	8 539
22.05	961,01	6 104
23.05	956,34	10 971
24.05	957,29	10 480
25.05	958,41	6 002
28.05	959,92	13 280
29.05	957,46	14 600
30.05	958,36	13 100
31.05	965,44	17 419
01.06	966,38	12 938
04.06	975,36	8 640
05.06	971,93	25 707
06.06	971,67	7 841
07.06	971,14	14 711
08.06	973,72	16 089
11.06	971,63	11 924
12.06	972,34	10 341

Окончание табл. 1.6.9.

Дата	Курс французского франка, руб. за FRF	Объем продаж, FRF
14.06	971,32	16 101
15.06	978,90	10 722
18.06	979,91	12 048
19.06	982,29	11 427
20.06	984,01	12 449
21.06	979,39	14 558
22.06	978,57	14 422
25.06	975,46	14 944
26.06	977,36	14 126
27.06	980,67	12 050
28.06	987,31	6 497
29.06	992,06	6 889

1. По данным табл. 1.6.9., рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов FRF и объемов продаж. Результаты представьте в таблице.

2. На основе анализа полученных результатов осуществите градацию оценки состояния рынка. А именно:

- «крепкий или сильный рынок» — рост цен и объема продаж;
- «вялый или слабый рынок» — цены снижены, незначительный объем продаж;
- «устойчивый рынок» — уровень цен стабилен при значительном объеме продаж;
- «неустойчивый или неуверенный рынок» — беспорядочная колеблемость цен и неопределенная тенденция объемов продаж;
- «ленивый» — практическое отсутствие сделок.

Решение.

1. Рассчитаем цепные показатели абсолютного прироста и темпа роста курсов и объемов продаж. Результаты представим в таблице:

Расчетная таблица

	Курс французского франка		Объем продаж	
	Δ _{цп}	Т _{цп} _р	Δ _{цп}	Т _{цп} _р
29.03	-	-	-	-
03.04	5,83	1,0061	-1370	0,2264
05.04	3,13	1,0032	1558	4,8853
10.04	1,92	1,0020	509	1,2598
12.04	-7,80	0,9919	-316	0,8720
17.04	-2,29	0,9976	-916	0,5743
19.04	3,58	1,0037	12	1,0097
24.04	-3,18	0,9967	2309	2,8502
26.04	-1,79	0,9981	-2518	0,2921
01.05	0,72	1,0008	2015	2,9394
08.05	5,37	1,0056	1106	1,3621
15.05	-4,23	0,9956	53	1,0127
17.05	-1,55	0,9984	-1658	0,6065
18.05	3,57	1,0037	5092	2,9930
21.05	-1,67	0,9983	892	1,1166
22.05	1,78	1,0019	-2435	0,7148
23.05	-4,67	0,9951	4867	1,7973
24.05	0,95	1,0010	-491	0,9552
25.05	1,12	1,0012	-4478	0,5727
28.05	1,51	1,0016	7278	2,2126
29.05	-2,46	0,9974	1320	1,0994
30.05	0,90	1,0009	-1500	0,8973
31.05	7,08	1,0007	4319	1,3297
01.06	8,02	1,0010	-4481	0,7428
04.06	8,98	1,0093	4298	0,6678
05.06	-4,33	0,9956	17067	2,9753
06.06	0,64	1,0007	-17866	0,3050
07.06	-0,53	0,9995	6870	1,8762

Продолжение табл.

	Курс французского франка		Объем продаж	
	Δ _{цп}	Т _{цп} _р	Δ _{цп}	Т _{цп} _р
08.06	2,58	1,0027	1378	1,0937
11.06	-2,09	0,9979	-4165	0,7411
12.06	0,71	1,0007	-1583	0,8672
14.06	-1,02	0,9989	5760	1,5570
15.06	7,58	1,0078	-5379	0,6659
18.06	1,01	1,0010	1326	1,1237
19.06	2,38	1,0024	-621	0,9485
20.06	1,72	1,0018	1022	1,0894
21.06	-4,62	0,9953	2109	1,1694
22.06	-0,82	0,9992	-136	0,9907
25.06	-3,11	0,9968	522	1,0362
26.06	1,90	1,0019	-818	0,9453
27.06	3,31	1,0034	-2076	0,8530
28.06	6,64	1,0068	-5553	0,5392
29.06	4,75	1,0048	392	1,0603

2. Для того, чтобы осуществить градацию оценки состояния рынка необходимо осуществить градацию уровней показателей. А именно, выделяем следующие периоды:

для цен:

низкие
средние
высокие

до 968 руб./FRF
968—980 руб./FRF
свыше 980 руб./FRF

для объема продаж:

практическое отсутствие сделок
незначительный объем продаж
значительный объем продаж
большой объем продаж

до 1000 штук
1000—6000 штук
6000—12000 штук
свыше 12000 штук

Далее необходимо тщательно сопоставить полученные результаты периодизации. Для удобства данные предлагаем занести в таблицу:

Цены	Объем продаж			
	Практическое отсутствие сделок	Незначительный объем продаж	Значительный объем продаж	Большой объем продаж
Низкие	03.04, 17.04, 19.04, 26.04	29.03, 05.04, 12.04, 24.04, 01.05, 08.05,	18.05, 21.05, 22.05, 23.05, 24.05, 25.05	28.05, 29.05, 30.05, 31.05, 01.06
		вялый	неустойчивый	
Средние			04.06, 06.06, 11.06, 12.06, 15.06	05.06, 07.06, 08.06, 14.06, 18.06, 22.06, 25.06, 26.06
			устойчивый	
Высокие			19.06, 21.06, 28.06, 29.06	20.06, 27.06
	ленивый		крепкий рынок	

Таким образом, градация оценки состояния рынка выглядит следующим образом:

- «ленивый»: 03.04, 17.04—19.04, 26.04;
- «вялый или слабый»: 29.03, 05.04—12.04, 24.04, 01.05—17.05;
- «устойчивый»: 04.06—18.06, 22.06—26.06;
- «неустойчивый или неуверенный»: 18.05—01.06;
- «крепкий или сильный»: 19.06—21.06, 27.06—29.06.

Пример 6.

Таблица 1.6.10.

Официальный курс рубля к американскому доллару и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.

Дата	Курс американского доллара, руб. за \$	Объем продаж, \$
02.07	5119	15 103
03.07	5124	21 087
05.07	5125	24 819
09.07	5129	28 369
10.07	5131	11 099

Продолжение табл. 1.6.10.

Дата	Курс американского доллара, руб. за \$	Объем продаж, \$
11.07	5133	13 869
12.07	5131	11 530
16.07	5135	12 316
17.07	5136	28 933
18.07	5140	16 306
19.07	5150	5 858
20.07	5156	6 951
23.07	5165	17 785
24.07	5169	13 976
25.07	5175	35 545
26.07	5180	22 036
27.07	5182	35 522
30.07	5188	32 717
31.07	5191	7 872

1. Рассчитайте уравнение регрессии и оцените его надежность.
2. На основе рассчитанного уравнения регрессии определите:
 - а) на сколько увеличится или уменьшится объем продаж при росте курса на 1 пункт.
 - б) какой рынок («продавца» или «покупателя»)* сложился за анализируемый Вами промежуток времени?

Решение.

Поэтапно выполним следующие действия:

1. Исключение автокорреляции.

Необходимо от исходных рядов динамики перейти к новым, построенным, например, по первым разностям:

$$x'_i = \Delta x_i = x_i - x_{i-1},$$

$$y'_i = \Delta y_i = y_i - y_{i-1}.$$

* Если коэффициент корреляции положителен — рынок «продавца», если коэффициент корреляции отрицательный — рынок «покупателя».

	Курс американского доллара, руб./\$		Объем продаж, шт.	
	X	$\Delta x (x')$	y	$\Delta y (y')$
02.07	5119	-	15 103	-
03.07	5124	5	21 087	5 984
05.07	5125	1	24 819	3 732
09.07	5129	4	28 369	3 550
10.07	5131	2	11 099	-17 270
11.07	5133	2	13 869	2 770
12.07	5131	-2	11 530	-2 339
16.07	5135	4	12 316	786
17.07	5136	1	28 933	16 617
18.07	5140	4	16 306	-12 627
19.07	5150	10	5 858	-10 448
20.07	5156	6	6 951	1 093
23.07	5165	9	17 785	10 834
24.07	5169	4	13 976	-3 809
25.07	5175	6	35 545	21 569
26.07	5180	5	22 036	-13 509
27.07	5182	2	35 522	13 486
30.07	5188	6	32 717	-2 805
31.07	5191	3	7 872	-24 845

2. По новым уровням (Δx и Δy) строим уравнение регрессии:

$$y' = f(x') = a_0 + a_1 x'$$

Параметры уравнения регрессии рассчитываются следующим образом:

$$a_0 = \frac{\sum y' \sum (x')^2 - \sum x' \sum y x'}{n \sum (x')^2 - (\sum x')^2}$$

$$a_1 = \frac{n \sum y' x' - \sum x' \sum y'}{n \sum (x')^2 - (\sum x')^2}$$

Дата	x'	y'	$(x')^2$	$x'y'$	$(y')^2$	$y'\Gamma$
02.07	-	-	-	-	-	-
03.07	5	5 984	25	29 920	35 808 256	-376,84
05.07	1	3 732	1	3 732	13 927 824	-476,32
09.07	4	3 550	16	14 200	12 602 500	-401,71
10.07	2	-17 270	4	-34 540	298 252 900	-451,45
11.07	2	2 770	4	5 540	7 672 900	-451,45
12.07	-2	-2 339	4	4 678	5 470 921	-550,93
16.07	4	786	16	3 144	617 796	-401,71
17.07	1	16 617	1	16 617	276 124 689	-476,32
18.07	4	-12 627	16	-50 508	159 441 129	-401,71
19.07	10	-10 448	100	-104 480	109 160 704	-252,49
20.07	6	1 093	36	6 558	1 194 649	-351,97
23.07	9	10 834	81	97 506	117 375 556	-277,36
24.07	4	-3 809	16	-15 236	14 508 481	-401,71
25.07	6	21 569	36	129 414	465 221 761	-351,97
26.07	5	-13 509	25	-67 545	182 493 081	-376,84
27.07	2	13 486	4	26 972	181 872 196	-451,45
30.07	6	-2 805	36	-16 830	7 868 025	-351,97
31.07	3	-24 845	9	-74 535	617 274 025	-426,58
Итого	72	-7 231	430	-25 393	2 506 887 393	-7230,78

$$a_0 = \frac{-7231 \cdot 430 - 72 \cdot (-25393)}{18 \cdot 430 - 72^2} = \frac{-3109330 + 1828296}{7740 - 5184} = \frac{-1281034}{2556} = -501,19$$

$$a_1 = \frac{18 \cdot (-25393) - 72 \cdot (-7231)}{2556} = \frac{-457074 + 520632}{2556} = 24,87$$

$$y' = -501,19 + 24,87x'$$

Полученные параметры можно охарактеризовать следующим образом:

$a_0 = -501,19$ — это значит, что средний абсолютный прирост объема продаж до июля 1996 года составлял -501,19 доллар;

$a_1 = 24,87$ — сила связи, это значит, что при росте курса на 1 пункт отрицательный прирост объема продаж уменьшится на 24,87 доллара.

3. Оценим уравнение регрессии на надежность по критерию Фишера:

$$F_{\text{расч}} = \frac{\frac{1}{k+1} \sigma_{\text{фактор}}^2}{\frac{1}{n-k-1} \sigma_{\text{ост.}}^2},$$

где

k — число параметров функции, описывающей тенденцию;

n — число уровней ряда.

$\sigma_{\text{фактор}}^2 = \sigma_{y'}^2 - \sigma_{\text{ост.}}^2$ — факторная дисперсия;

$\sigma_{y'}^2 = \frac{\sum (y' - \bar{y}')^2}{n}$ — общая дисперсия;

$\sigma_{\text{ост.}}^2 = \frac{\sum (y' - \bar{y}'_x)^2}{n}$ — остаточная дисперсия.

Имеем:

$$\bar{y}' = \frac{-7231}{18} = -401,7$$

$$\sigma_{y'}^2 = \frac{(5984 - (-401,7))^2 + (3732 - (-401,7))^2 + \dots + (-24845 - (-401,7))^2}{18} = 139110141,1$$

$$\sigma_{\text{ост.}}^2 = \frac{(5984 - (-376,84))^2 + (3732 - (-476,32))^2 + \dots + (-24845 - (-426,58))^2}{18} = 139105263,2$$

$$\sigma_{\text{фактор}}^2 = 139110141,1 - 139105263,2 = 4877,9$$

$$F_{\text{расч}} = \frac{\frac{1}{1+1} 139110141,1}{\frac{1}{18-1-1} 139105263,2} = \frac{69555070,55}{8694078,95} = 8,0$$

$$F_{\text{табл}} = \left(\begin{array}{c} \alpha = 0,05 \\ v_1 = k+1 = 2 \\ v_2 = n-k-1 = 16 \end{array} \right) = 3,634.$$

$F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}} \Rightarrow$ уравнение значимо, т.е. построенное нами уравнение связи адекватно отражает сложившуюся зависимость.

4. Для характеристики рынка, сложившегося на торгах за июль месяц, необходимо рассчитать коэффициент корреляции между курсом американского доллара и объемом продаж:

$$r = \frac{\sum x'y'}{\sqrt{\sum (x')^2 \sum (y')^2}} = \frac{-25393}{\sqrt{420 \cdot 2506887393}} = \frac{-25393}{1026105,6} = -0,025.$$

Т.к. коэффициент корреляции отрицательный, то можно сделать вывод, что в июле на торгах ММВБ сложился рынок «покупателя».

Пример 7.

Таблица 1.6.11.

Официальный курс рубля к немецкой марке
и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 1996 г.

Дата	Курс немецкой марки, руб. за DEM	Объем продаж, DEM
01.11	3606,75	1 120
02.11	3593,63	2 212
05.11	3608,96	1 746
06.11	3615,88	2 256
07.11	3592,54	1 771
11.11	3609,17	711
12.11	3642,47	1 959
13.11	3643,14	2 468
14.11	3653,28	2 152
15.11	3642,59	1 236
16.11	3636,60	1 248
19.11	3644,21	3 557
20.11	3651,67	1 309
21.11	3662,38	3 054
22.11	3667,94	4 160
23.11	3666,82	4 213
26.11	3629,82	2 555
27.11	3631,80	7 647
28.11	3608,76	8 539
29.11	3604,71	6 104
30.11	3597,26	10 971
03.12	3583,59	10 480

Продолжение табл. 1.6.11.

Дата	Курс немецкой марки, руб. за DEM	Объем продаж, DEM
04.12	3530,96	6 002
05.12	3541,53	13 280
06.12	3544,64	14 600
07.12	3588,33	13 100
10.12	3557,49	17 419
11.12	3549,17	12 938
12.12	3580,45	8 640
15.12	3559,85	25 707
16.12	3567,98	7 841
17.12	3562,15	14 711
18.12	3584,60	16 089
19.12	3580,06	11 924
20.12	3564,73	10 341
21.12	3563,40	16 701
24.12	3575,11	10 722
25.12	3575,66	16 769
26.12	3566,61	12 048
27.12	3574,88	11 427
28.12	3575,57	12 449
31.12	3576,25	14 558

Охарактеризуйте подекадную колеблемость валютных торгов.

Решение.

Характеристику подекадной колеблемости валютных торгов дают индексы сезонности, рассчитанные за каждую декаду:

$$i_{\text{сез.}} = \frac{\bar{y}_j}{\bar{y}}$$

где $i_{\text{сез.}}$ — индекс сезонности;

$\bar{y}_j$ — средний уровень признака по декадам за весь анализируемый период времени;

$\bar{y}$ — средний уровень признака за весь анализируемый период.

1) Прежде необходимо рассчитать по каждой декаде в каждом месяце средний курс немецкой марки и средний объем продаж за день:

Декада	Средний курс немецкой марки, руб./DEM		Средний объем продаж, DEM в день	
	ноябрь	декабрь	ноябрь	декабрь
I	3603,61	3552,73	1821	12 356
II	3643,31	3567,49	1830	13 524
III	3624,29	3572,27	5905	13 525

Средний курс валюты определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i \times f_i}{\sum f_i},$$

где y_i — курс немецкой марки за каждый день торгов в декаде;
 f_i — объем продаж немецкой марки в каждый соответствующий день торгов в течение декады.

Средний курс DEM в первой декаде ноября составил:

$$\bar{y} = \frac{3606,75 \cdot 1120 + 3593,63 \cdot 2212 + 3608,96 \cdot 1746 + 3615,88 \cdot 2256 + 3592,54 \cdot 1771}{1120 + 2212 + 1746 + 2256 + 1771} = 3603,61 \text{ руб./DEM.}$$

Средний объем продаж определяется по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n},$$

где y_i — объем продаж в каждый день торгов валютой в течение декады;

n — число дней торгов данной валютой.

Средний объем продаж составил:

$$\bar{y} = \frac{1120 + 2212 + 1746 + 2256 + 1771}{5} = 1821 \text{ DEM.}$$

2) Далее рассчитываем средний курс и средний объем продаж по одноименным декадам и общие средние уровни за весь период.

Средний курс марки за одноименную декаду рассчитывается по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y}_j = \frac{\sum y_j^m}{n},$$

где y_j^m — средний курс немецкой марки в декаде j ($j = \overline{1, n}$)

каждого анализируемого месяца;

m — номер месяца;

n — число анализируемых месяцев.

Средний курс марки за первую декаду равен:

$$\bar{y}_I = \frac{y_I^{XI} + y_I^{XII}}{2} = \frac{3603,61 + 3552,73}{2} = 3578,17 \text{ руб./DEM}$$

Общий средний курс марки за весь анализируемый период:

$$\bar{y} = \frac{\bar{y}_I + \bar{y}_{II} + \bar{y}_{III}}{3} = \frac{3578,17 + 3605,40 + 3598,28}{3} = 3593,95 \text{ руб./DEM}$$

Расчеты представим в таблице:

Декада	Средний курс марки за одноименную декаду	Индекс сезонности, $i_{сез}$
I	3578,17	0,9956
II	3605,40	1,0032
III	3598,28	1,0012
Общий средний уровень	3593,95	x

Аналогичные расчеты проводим и по показателю «объем продаж»:

Декада	Средний объем продаж в день по одноименным декадам	Индекс сезонности, $i_{сез}$
I	7089	0,8688
II	7677	0,9408
III	9715	1,1906
Общий средний уровень	8160	x

По рассчитанным уровням индексов сезонности можно сделать выводы:

наибольшего курса немецкая марка достигает во второй декаде, а наибольший объем продаж наблюдается в третьей декаде месяца.

Пример 8.

Ежегодный прирост продукции фирмы характеризуется следующими данными (в % к предшествующему году):

1992	1993	1994	1995	1996
11	9	12	14	17

Определите относительное изменение в выпуске продукции фирмы за весь изучаемый период и в среднем за год.

Решение.

Величину относительного изменения в выпуске продукции фирмы за период с 1991 г. по 1996 г. даст базисный темп роста, который определяется как произведение цепных темпов роста за этот же период:

$$T_{\text{роста}}^{\text{баз}} = \prod_{i=1}^m T_{\text{роста}i}^{\text{цеп}}$$

где $T_{\text{роста}i}^{\text{цеп}}$ — цепные темпы роста за каждый год;

m — количество лет в анализируемом промежутке времени.

Преобразуем исходные данные:

Показатель	1992	1993	1994	1995	1996
Цепные темпы роста	111	109	112	114	117

Базисный темп роста за 1991—1996 гг. равен:

$$T_{\text{роста}}^{\text{баз}} = 1,11 \times 1,09 \times 1,12 \times 1,14 \times 1,17 = 1,807 \text{ или } 180,7\%.$$

Среднегодовой темп роста определяется по формуле средней геометрической:

$$\bar{T}_{\text{роста}} = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m T_{\text{роста}i}^{\text{цеп}}}$$

Среднегодовой темп роста равен:

$$\bar{T}_{\text{роста}} = \sqrt[5]{1,807} \approx 1,126 \text{ или } 112,6\%.$$

Среднегодовой темп прироста:

$$\bar{T}_{\text{прироста}} = 1,126 - 1 = 0,126 \text{ или } 12,6\%.$$

Выпуск продукции фирмы за 1992—1996 гг. вырос на 80,7% при среднегодовом приросте на 12,6%.

Пример 9.

Имеются показатели здоровья по СССР за 1970—1987 годы:

Годы	Общая продолжительность жизни (лет)	Продолжительность жизни мужчин (лет)	Продолжительность жизни женщин (лет)	Смертность населения (%)	Рождаемость (%)	Младенческая смертность (%)	Онкологическая заболеваемость (на 100 тыс. чел.)
1970	69,3	64,4	73,4	8,2	17,4	24,7	177
1971	69,4	64,5	73,5	8,2	17,8	22,9	180
1972	69,5	64,5	73,6	8,5	17,8	24,7	182

Годы	Общая продолжительность жизни (лет)	Продолжительность жизни мужчин (лет)	Продолжительность жизни женщин (лет)	Смертность населения (%)	Рождаемость (%)	Младенческая смертность (%)	Онкологическая заболеваемость (на 100 тыс. чел.)
1973	69,3	64,4	73,4	8,7	17,6	26,4	186
1974	69,1	64,0	73,2	8,7	18,0	27,9	189
1975	68,8	63,7	73,1	9,3	18,1	30,6	192
1976	68,4	63,2	72,8	9,5	18,4	31,4	196
1977	68,1	62,9	72,6	9,6	18,1	30,5	198
1978	68,0	62,7	72,6	9,7	18,2	29,2	201
1979	67,9	62,5	72,6	10,1	18,2	27,4	204
1980	67,7	62,2	72,5	10,3	18,3	27,3	205
1981	67,7	62,3	72,5	10,2	18,5	26,9	208
1982	67,8	62,4	72,6	10,1	18,9	25,7	212
1983	67,9	62,6	72,8	10,4	19,8	25,3	217
1984	67,7	62,4	72,6	10,8	19,6	25,9	220
1985	68,4	63,3	72,9	10,6	19,4	26,0	222
1986	69,6	65,0	73,6	9,8	20,0	25,4	229
1987	69,8	65,1	73,8	9,9	19,8	25,4	234

Применяя методику многомерной средней, выполните периодизацию динамики здоровья в СССР в этом временном интервале (по цепным абсолютным приростам).

Решение.

Периодизация — процесс выделения однокачественных этапов развития. Чаще решается задача периодизации с помощью теоретического анализа. Ввиду «многомерности» и сложности динамических процессов в здоровье, погрешностей учета и некоторых других причин результативней в решении этой задачи применять численные методы, в числе которых метод, основанный на многомерной средней.

Идея метода:

для каждого момента (интервала) времени определяем:

$$\overline{P}_{ij} = \frac{1}{k} \sum \frac{P_{ij}}{P_{j\max}}$$

$$\text{Далее рассчитываем } t_{(i)}^{\text{расч}} = \frac{\overline{P}_{ij} - \overline{P}_{i-1}}{\mu(t_i; t_{i-1})}$$

$t_{(i)}^{\text{расч.}}$ сравниваем с $t_{(i)}^{\text{табл}}$ ($\alpha = 0,05; l = k - 2$). В том случае, если $t_{(i)}^{\text{расч.}} > t_{(i)}^{\text{табл}}$, следовательно t_i и t_{i-1} принадлежат разным этапам развития здоровья, в противном случае — одному.

Здесь:

$t_{(i)}^{\text{расч.}}$ — расчетное значение статистики Стьюдента в момент (интервал) t_i .

k — число показателей здоровья;

P_{ij} — значение j -того показателя в i -тый момент времени;

$P_{j\max}$ — максимальное по абсолютной величине значение j -того показателя;

$$\mu(t_i; t_{i-1}) = \sqrt{\frac{\sigma_{t_{i-1}}^2 + \sigma_{t_i}^2}{k}} \text{ — средняя ошибка разности средних;}$$

$$\sigma_{t_i}^2 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (P_{ij}' - \overline{P}_i')^2 \text{ — дисперсия показателей здоровья для момента } t_i.$$

$$\overline{P}_i' \text{ — средний нормированный уровень динамики здоровья.}$$

В качестве P_{ij} можно взять уровень ряда, абсолютный цепной прирост, темп роста и некоторые другие. В том случае, если применять абсолютный прирост, то многомерная средняя определяется с учетом направления изменения показателя. Например, прирост по продолжительности жизни, рождаемости учитывают со знаком (+), а остальные со знаком (—).

В таблице представлены нормированные цепные абсолютные приросты, также $\bar{P}_t$, σ_t , $t_{(t)}_{расч.}$

Таблица 1.6.12.

Нормированные абсолютные приросты показателей здоровья по СССР

Го- ды	Общая продол- жительность жизни (+)	Продол- жительность жизни мужчин (+)	Продол- жительность жизни жен- щин (+)	Смерт- ность на- селения (-)	Рожда- емость на- селения (+)	Мла- денчес- кая смерт- ность (-)	Онко- логи- ческая забо- леваемость (-)	$\bar{P}_t$	σ	$t_{расч.}$
1971	0,125	0,058	0,143	0,0	0,444	-0,666	0,429	0,144	0,319	1,92
1972	0,125	0,0	0,143	0,375	0,0	0,666	0,286	-0,151	0,220	2,01
1973	-0,250	-0,059	-0,286	0,250	0,222	0,630	0,571	-0,324	0,364	1,07
1974	-0,250	-0,253	-0,286	0,0	0,444	0,555	0,429	-0,187	0,344	0,72
1975	-0,375	-0,176	-0,286	0,750	0,111	1,000	0,429	-0,415	0,494	1,00
1976	-0,500	-0,294	-0,429	0,250	0,333	0,296	0,571	-0,287	0,396	0,54
1977	-0,375	-0,176	-0,286	0,125	-0,333	-0,333	0,286	-0,178	0,240	0,62
1978	-0,125	-0,118	0,0	0,125	0,111	-0,481	0,429	-0,029	0,260	1,11
1979	-0,125	-0,118	0,0	0,500	0,0	-0,666	0,429	-0,072	0,360	0,26
1980	-0,250	-0,176	-0,143	0,250	0,111	-0,037	0,143	-0,116	0,173	0,29
1981	0,0	0,058	0,0	-0,125	0,222	-0,148	0,429	0,018	0,188	1,40
1982	0,125	0,058	0,143	-0,125	0,444	-0,444	0,571	0,110	0,314	0,67
1983	0,125	0,118	0,286	0,375	1,000	-0,148	0,714	0,065	0,361	0,24
1984	-0,250	-0,118	-0,286	0,500	-0,222	0,222	0,429	-0,290	0,312	1,98
1985	0,875	0,529	0,429	-0,250	-0,222	0,037	0,286	0,220	0,382	2,74
1986	1,00	1,00	1,00	-1,00	0,666	-0,222	1,00	0,555	0,737	1,07
1987	0,250	0,058	0,286	0,125	-0,222	0,0	0,714	-0,067	0,271	2,09

Так, например,

$$P'_{1971,1} = \frac{69,4 - 69,3}{69,6 - 68,4} = 0,125$$

$$\begin{aligned} \bar{P}'_{1971} &= \frac{0,125 + 0,058 + 0,143 - 0,0 + 0,444 - (-0,666) - 0,429}{7} = \\ &= \frac{1,008}{7} = 0,144 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{1971} &= \sqrt{\frac{0,125^2 + 0,058^2 + \dots + 0,429^2}{7} - \left(\frac{0,125 + 0,058 + 0,143 + 0,0 + 0,444 - 0,666 + 0,429}{7} \right)^2} = \\ &= 0,319 \end{aligned}$$

$$t_{1972} = \frac{(-0,151) - 0,144}{\sqrt{\frac{0,319^2}{7} + \frac{0,22^2}{7}}} = -2,01$$

$$t_{(t)}_{табл} (\alpha = 0,05; l = k - 2 = 7 - 2 = 5) = 2,57.$$

$t_{(t)}_{расч.} > t_{(t)}_{табл} = 2,57$ только для 1985 года.

Таким образом, можно выделить следующие этапы динамики здоровья населения СССР (в промежутке 1971—1978 гг.):

I — 1971—1984 — период снижения уровня народного здоровья (причем 1984 год можно рассматривать как год резкого спада);

II — 1985—1986 — период улучшения показателей здоровья.

Для 1987 года $t_{расч.} = 2,09$, что дает основание рассматривать 1987 год как переходный, как возврат к периоду неблагоприятных тенденций в здоровье.

Пример 10.

Имеются данные о днях трудопотерь вследствие заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на машиностроительном заводе за 1974—1986 годы:

Годы	Болезни нервной системы	Хронические заболевания органов дыхания
1974	47,8	24,5
1975	51,9	16,6
1976	40,7	19,7

Продолжение табл.

Годы	Болезни нервной системы	Хронические заболевания органов дыхания
1977	52,2	29,1
1978	66,1	36,1
1979	75,6	45,4
1980	49,7	45,8
1981	49,1	41,9
1982	67,2	58,1
1983	60,7	69,1
1984	20,6	66,9
1985	13,7	52,2
1986	10,8	42,1

1. По каждой группе болезней для определения тенденций развития проведите:

- укрупнение интервалов;
- расчет скользящей средней (пятилетней);
- аналитическое выравнивание (по прямой).

2. На основании полученных коэффициентов регрессии (п. 1в.) проведите динамическую группировку болезней, выделив при этом три группы:

- растущие (a_1 — положителен, причем значимо его отклонение от 0);
 - благополучные (a_1 — отрицателен, значимо его отклонение от 0);
 - стабильные (a_1 — статистически не отличается от 0).
- Сделайте выводы.

Решение.

Проведем расчеты по болезням нервов.

1. а) число уровней ряда равно 13. Укрупненных интервалов минимальное число — 3. Тогда:

$$\left. \begin{array}{l} 1.(1974-1977) - 192,6 \\ 2.(1978-1981) - 240,5 \\ 3.(1982-1985) - 162,4 \end{array} \right\} \rightarrow \text{тенденции нет.}$$

б) скользящая средняя определяется:

$$\bar{y}_i = \frac{y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + y_{i+2}}{5},$$

где $\bar{y}_i$ — средний уровень ряда.

Так,

$$y_{1976} = \frac{47,8 + 51,9 + 40,7 + 52,2 + 66,1}{5} = 51,74.$$

Годы	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
Скользящая средняя	-	-	51,74	57,3	56,86	58,54	61,54	60,46	49,46	42,26	34,6	-	-

Выводы:

- нет устойчивой тенденции;
- происходит снижение с 1981 года;
- аналитическое выравнивание выполняем по прямой, уравнение которой: $y = a_0 + a_1 t$,

a_0 и a_1 определяем по методу наименьших квадратов:

$$\text{при } \sum t = 0$$

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{606,3}{13} = 46,64$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{-492,2}{182} = -2,7.$$

Следовательно, $y = 46,64 - 2,7t$.

2. Оценку значимости параметра a_1 определим с помощью t — критерия Стьюдента:

$$t_{\text{расч}} = \frac{|a_{1(\text{Бол.})}|}{m_{a_1}},$$

где $m_{a_1} = \frac{\sigma_{\text{ост.}}}{\sqrt{\sum t^2 - (\sum \frac{t}{n})^2}}$ — средняя ошибка параметра a_1 .

$\sigma_{\text{ост.}} = \sqrt{\frac{\sum (y - y_t)^2}{n - 2}}$ — остаточное среднее квадратическое отклонение.

Необходимые данные представлены в таблице.

Расчетная таблица

Годы	Уровень ряда (y)	t	y _t	(y-y _t) ²
1974	47,8	-6	62,84	226,20
1975	51,9	-5	60,14	67,90
1976	40,7	-4	57,44	280,22
1977	52,2	-3	54,74	6,45
1978	66,1	-2	52,04	197,68
1979	75,6	-1	49,34	689,59
1980	49,7	0	46,64	9,36
1981	49,1	1	43,94	25,63
1982	67,2	2	41,24	673,92
1983	60,7	3	38,54	491,07
1984	20,6	4	35,84	232,26
1985	13,7	5	33,14	377,91
1986	10,8	6	30,44	385,73
Итого	x	0	x	3661,50

$$\sigma_{\text{ост.}} = \sqrt{\frac{3661,5}{13 - 2}} = 18,24$$

$$m_{a_1} = \frac{18,24}{\sqrt{182}} = \frac{18,24}{13,49} = 1,35$$

$$t_{\text{расч.}} = \frac{2,7}{1,35} = 2,0$$

$$t_{\text{табл.}} \left(\begin{array}{c} \alpha = 0,05 \\ l = n - 2 = 13 - 2 = 11 \end{array} \right) = 2,201$$

$$t_{\text{расч.}} = 2,0 < t_{\text{табл.}} = 2,201,$$

следовательно, данный вид заболеваемости следует считать стабильным (ввиду близости $t_{\text{расч.}}$ к $t_{\text{табл.}}$, можно даже отнести к благополучным).

Пример 11.

Имеются данные о заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на заводе «Электросигнал» в 1986 году по некоторым нозологическим группам:

(дни на 100 работающих)

Месяц	Группы болезней				Всего по заводу
	кишечные инфекции	психические расстройства	периф. нервная система	острый фарингит и ангина	
январь	0,26	4,25	1,46	3,22	104,90
февраль	0,69	4,41	0,44	2,49	99,24
март	0,01	3,33	0,14	1,82	106,45
апрель	0,24	2,89	1,01	3,18	86,73
май	0,33	3,66	0,42	1,46	81,79
июнь	0,23	3,27	0,41	1,87	78,51
июль	0,36	3,45	1,07	2,01	78,33
август	0,30	3,76	0,85	2,39	74,54

Продолжение табл.

Месяц	Группы болезней				Всего по заводу
	кишечные инфекции	психические расстройства	переф. нервная система	острый фарингит и ангина	
сентябрь	0,69	4,67	1,47	2,82	91,33
октябрь	0,93	1,97	0,98	3,76	109,13
ноябрь	1,01	1,42	0,95	3,37	100,56
декабрь	0,37	6,14	1,56	3,51	115,4

По каждой болезни и в целом по заводу для оценки уровня сезонности выполните:

1. Расчет индексов сезонности.
 2. Гармонический анализ сезонности.
- Сделайте выводы.

Решение.

Индекс сезонности можно рассчитать в данном случае по формуле:

$$i_{\text{сез}} = \frac{y}{y_{\text{мес}}},$$

где y — уровень анализируемого месяца;

$y_{\text{мес}}$ — средний уровень:

$$y_{\text{мес}} = \frac{\sum y}{12}.$$

Проведем расчеты по фарингиту и ангине.

$$1. \bar{y}_{\text{мес.}} = \frac{31,9}{12} = 2,66,$$

например, для января:

$$i_{\text{янв. сез.}} = \frac{3,22}{2,66} = 1,21.$$

Месяц	Индекс, $i_{\text{сез}}$
январь	1,21
февраль	0,936
март	0,684
апрель	1,20
май	0,549
июнь	0,307
июль	0,756
август	0,898
сентябрь	1,06
октябрь	1,41
ноябрь	1,27
декабрь	1,32

Для данной болезни характерна сезонность: снижение в летние и рост в зимние месяцы. Более нагляден уровень сезонности по кварталам:

$$\bar{y}_{\text{кв.}} = \frac{31,9}{4} = 7,975.$$

Квартал	I	II	III	IV
Индекс	0,944	0,816	0,905	1,334

2. В гармоническом анализе динамические уровни представляют в виде ряда Фурье:

$$y(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{T/2} (A_k \cdot \cos(k \cdot x_t) + B_k \sin(k \cdot x_t)),$$

$$\text{где } x_t = \frac{2}{T} = \frac{2}{12}.$$

В процедуре гармонического анализа определяют параметры А, В, а также долю каждой гармоники в дисперсии ряда динамики сезонности (табл. 1.6.12.).

Таблица 1.6.12.

Параметры гармонического анализа

Номер гармоники	A (cos)	B (sin)	Доля в дисперсии ряда	Доля в сумме ряда
1	0,690	0,043	0,45	0,26
2	-0,114	-0,083	0,02	0,05
3	0,070	0,140	0,02	0,05
4	-0,224	0,407	0,21	0,18
5	-0,211	-0,132	0,06	0,09
6	0,163	0,000	0,05	0,06

По результатам видно, что наибольшее значение имеет первая гармоника (45% вариации ряда). Это колебание с периодом 1 год. Следовательно, для группы болезней фарингит и ангина характерен процесс спада и подъема раз в год. Следующая по значимости гармоника — четвертая (то есть спад и подъем раз в квартал) — 21% вариации ряда. Остальные гармоники не значительны по вкладу.

1.7. АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ И СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ

Задача 1.7.1.

По организационно-правовым формам хозяйствования ввод жилья в области распределяется следующим образом:

	1996 г.	1997 г.
Всего по области, тыс. м ²	1691,6	1830,8
в том числе:		
— государственные предприятия	292,4	342,6
— муниципальные предприятия	164,3	168,5

Продолжение табл.

	1996 г.	1997 г.
— акционерные общества открытого типа	324,0	486,4
— акционерные общества закрытого типа и товарищества	310,6	249,5
— жилищно-строительные кооперативы	221,3	215,3
— индивидуальное жилищное строительство	262,1	254,8
— прочие	116,9	113,7

Рассчитайте и оцените для каждого года:

1. Структуру ввода жилья по организационно-правовым формам хозяйствования.

2. Равномерность структуры (размах вариации, среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение и коэффициент равномерности).

3. Интенсивность структурных сдвигов (линейный, квадратический, интегральный коэффициенты структурных сдвигов, индекс Салаи).

Сделайте выводы.

Задача 1.7.2.

Имеются следующие данные о доходах и расходах бюджета области по кварталам в 1997 году:

	Кварталы			
	I	II	III	IV
Доходы — всего, млрд. руб.	1217,9	1553,1	1439,1	2142,8
в том числе:				
налог на прибыль	294,4	470,3	315,5	487,5
НДС	417,5	336,6	401,8	668,7
подоходный налог	183,6	213,8	228,6	214,1
Расходы — всего, млрд. руб.	1376,5	1606,5	1630,4	2370,1
в том числе:				
на народное хозяйство	333,7	518,8	394,7	451,5
на социально-культурные мероприятия	695,9	750,3	717,2	1012,5

Определите:

- 1) относительные показатели структуры доходов и расходов бюджета;
 - 2) динамику доходной и расходной части бюджета.
- Сделайте сопоставления и выводы.

Задача 1.7.3.

Изъятие денег из денежного обращения области по месяцам года характеризуется следующими данными (млрд. руб):

Месяц	1994 г.	1995 г.
январь	14,3	365,9
февраль	0	211,5
март	15,8	307,7
апрель	2,2	157,4
май	5,0	243,0
июнь	18,1	281,4
июль	24,8	269,7
август	91,0	423,6
сентябрь	79,1	293,1
октябрь	118,0	392,8
ноябрь	123,8	350,7
декабрь	242,8	377,6
Итого	734,9	3674,4

Рассчитайте и оцените для каждого года:

1. Внутригодовую структуру изъятия денег.
 2. Равномерность изъятия денег из денежного обращения (размах вариации, среднее линейное, среднее квадратическое отклонение и коэффициент равномерности).
- Сделайте выводы.

Задача 1.7.4.

Используя данные задачи № 1.7.1.

- а) проанализируйте значимость структурных изменений;
- б) рассчитайте изменение ввода жилья за счет общего снижения показателя и за счет сдвигов в структуре ввода по организационно-правовым формам.

Задача 1.7.5.

Имеются данные о структуре посевных площадей области:

	1992 г.	1993 г.	1994 г.	1995 г.	1996 г.	1997 г.
Вся посевная площадь, %	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
в том числе:						
— зерновые и зерно-бобовые культуры	57,0	57,9	57,9	59,9	61,0	61,4
— технические культуры	1,3	0,7	1,2	0,9	0,8	1,0
— картофель и овоще-бахчевые культуры	1,5	1,9	2,0	2,0	2,2	2,3
— кормовые культуры	40,2	39,5	38,9	37,2	36,0	35,3

Рассчитайте характеристики среднегодовой амплитуды структурных колебаний посевных площадей (среднегодовая амплитуда и амплитуда структурных колебаний, приходящаяся на единицу среднего удельного веса).

Сделайте выводы.

Задача 1.7.6.

Перевозка грузов и населения области характеризуется следующими данными:

Вид транспорта	Грузооборот, млн. т/км		Пассажирооборот, млн. п/км	
	1996 г.	1997 г.	1996 г.	1997 г.
1. Железнодорожный	57493,7	59161,0	6481,2	5606,2
2. Автомобильный*	670,4	643,6	2626,7	2568,9
3. Внутренний водный	2772,3	2772,3	56,3	46,1
4. Воздушный	236,6	236,6	2348,1	2294,1
Итого	61173,0	62813,5	11512,3	10515,3

* С учетом оценки объемов перевозок грузов предпринимателями и малыми автотранспортными предприятиями.

Рассчитайте и сравните показатели интенсивности структурных изменений (линейный, квадратический, интегральный коэффициенты структурных изменений, индекс Салаи) грузооборота и пассажирооборота.

Сделайте выводы.

Задача 1.7.7.

Имеются данные о смертности городского и сельского населения области по основным классам причин смерти:

(число умерших на 100 тыс. чел. населения)

	Город				Село			
	1996 г.		1997 г.		1996 г.		1997 г.	
	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.
Число умерших от всех причин	1690,8	957,6	1546,8	892,9	1709,3	952,3	1534,4	864,5
в том числе:								
— болезней системы кровообращения	909,4	624,6	846,0	578,9	863,6	592,4	784,9	534,4
— несчастных случаев, отравлений и травм	186,3	50,5	140,5	41,8	235,1	59,6	178,5	47,3
— новообразований	301,5	150,5	310,2	153,3	218,5	98,0	231,9	101,0
— болезней органов дыхания	128,7	47,1	101,8	36,7	224,1	107,4	183,3	89,6

1. Определите по каждому году для мужчин и женщин отдельно по городскому и сельскому населению:

а) относительный уровень смертности вследствие заболеваемости;

б) ведущие причины смертности;

в) структуру смертности.

2. Рассчитайте показатели среднегодовой амплитуды структурных колебаний смертности городского и сельского населения в отдельности (для мужчин и женщин).

Сопоставьте полученные результаты.

3. Рассчитайте и сравните интенсивность структурных сдвигов в смертности городского и сельского населения (для мужчин и женщин).

Сделайте выводы.

Задача 1.7.8.

Имеются данные о производстве в области продукции сельского хозяйства (в сопоставимых ценах 1983 года, млн. руб.):

Категории хозяйств	Растениеводство		Животноводство	
	1991 г.	1996 г.	1991 г.	1996 г.
1. Сельскохозяйственные предприятия	525,2	428,2	1089,7	637,8
2. Личные подсобные хозяйства	230,1	233,1	428,2	451,4
3. Фермерские (крестьянские) хозяйства	1,5	11,1	12,6	6,4
Итого хозяйства всех категорий	756,8	677,4	1530,5	1095,6

1. Определите по каждому году для растениеводства и животноводства отдельно структуру производства по категориям хозяйств.

2. Рассчитайте характеристики амплитуды структурных колебаний производства продукции растениеводства и животноводства. Выделите категорию хозяйств с максимальной амплитудой.

3. Рассчитайте и сравните интенсивность структурных изменений производства продукции растениеводства и животноводства. Сделайте выводы.

Задача 1.7.9.

Таблица 1.7.1.

Распределение численности занятого населения по отраслям экономики области (без учащихся, тыс. чел.)

	1992 г.	1993 г.	1994 г.	1995 г.
Всего занято в экономике	1393,6	1363,4	1391,5	1262,6
в том числе:				
— промышленность	390,2	381,2	369,5	307,5
— сельское хозяйство	182,2	180,0	174,6	164,8
— строительство	161,3	162,4	148,1	141,9

	1992 г.	1993 г.	1994 г.	1995 г.
— транспорт и связь	113,2	115,0	119,0	112,7
— торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	105,2	107,3	123,1	127,6
— ЖКХ, непроизводственные виды бытового обслуживания населения	49,5	48,7	48,7	50,0
— здравоохранение, физическая культура и спорт, соц.обеспечение	81,1	79,7	75,8	77,0
— образование, культура и искусство	141,4	147,4	138,5	138,9
— наука и научное обслуживание	82,2	64,2	61,2	45,5
— кредитование, финансы и страхование	7,8	9,2	11,5	15,4
— аппарат органов управления	48,0	24,5	29,5	31,9
— другие отрасли	31,5	43,8	32,8	49,4

Рассчитайте и оцените для каждого года:

1. Отраслевую структуру занятых.
2. Величину колебаний занятости по каждой отрасли. Выделите отрасли с наиболее и наименее устойчивой занятостью.
3. Интенсивность структурных сдвигов в отраслевой занятости за 1994—1995 годы и в целом за 1992—1995 годы.

Сделайте выводы.

Задача 1.7.10.

Имеется распределение капитальных вложений и ввода в действие основных фондов по отраслям экономики (в фактических ценах соответствующих лет, млн. руб.):

	1991 г.	1992 г.	1993 г.	1994 г.
Капитальные вложения всего	2919,3	26988,2	258333,1	1120445,9
в том числе:				
— промышленность	837,7	9383,6	81843,6	401804,0
— сельское хозяйство	754,5	4540,1	31033,6	77896,6
— лесное хозяйство	10,8	53,8	217,3	1134,2
— строительство	160,9	669,4	3963,5	12800,1

	1991 г.	1992 г.	1993 г.	1994 г.
— транспорт	282,2	4302,6	53699,1	270705,0
— связь	55,4	429,1	4227,4	42057,7
— торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	82,7	344,4	2538,7	10866,0
— прочие отрасли	36,0	8,0	64,2	3991,3
— жилищное строительство	699,1	7257,2	80745,7	299191,0
Ввод в действие основных фондов всего	2200,3	15879,2	118169,0	719696,2
в том числе:				
— промышленность	448,8	3785,0	25815,5	232135,0
— сельское хозяйство	636,4	3370,0	22258,5	64210,6
— лесное хозяйство	10,1	49,8	183,0	952,2
— строительство	135,1	416,6	2151,1	7575,7
— транспорт	215,1	2389,0	25472,6	153000,9
— связь	42,2	319,9	2321,8	23108,5
— торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	57,0	439,8	1206,2	4158,0
— прочие отрасли	217,8	2513,2	11967,2	81528,8
— жилищное строительство	437,8	2595,9	26793,1	153026,5

1. Рассчитайте для каждого года коэффициенты вводимости основных фондов по отраслям.

2. Постройте мультипликативную индексную модель зависимости объема ввода в действие основных фондов от объема капитальных вложений, коэффициента вводимости и структурных сдвигов в капитальных вложениях, при условии, что ежегодно цены в капитальном строительстве росли в 10 раз.

Рассчитайте на основе построенной модели индексы для 1991—1992 годов и 1993—1994 годов.

3. Определите изменение ввода в действие за счет структурных изменений в капитальных вложениях в абсолютном выражении для 1991—1992 и 1993—1994 годов.

Задача 1.7.11.

Имеются данные о валовом сборе и урожайности сельскохозяйственных культур (в хозяйствах всех категорий):

	1996 г.		1997 г.	
	Валовой сбор, тыс. т	Урожайность, ц/га	Валовой сбор, тыс. т	Урожайность, ц/га
Зерновые культуры	2279,70	11,5	2116,90	11,6
Технические культуры	1,09	3,1	1,45	5,0
Картофель	675,20	122,0	729,50	122,0
Овощи и бахчевые	223,70	248,0	199,10	226,0

Определите в абсолютном и относительном выражении изменение валового сбора сельскохозяйственных культур области за счет изменения структуры сельскохозяйственных площадей.

Задача 1.7.12.

Таблица 1.7.2.

Распределение населения области по возрастным группам (на начало года, тыс. чел.)

	1994 г.	1995 г.	1996 г.	1997 г.
Все население	2747,7	2755,0	2754,9	2744,0
в том числе в возрасте, лет:				
0—9	429,4	419,6	401,3	376,5
10—19	405,5	410,6	417,4	428,1
20—29	377,2	367,1	360,9	355,8
30—39	476,4	478,4	478,4	474,4
40—49	290,3	303,1	326,6	354,6
50—59	337,9	335,7	322,4	306,1
60—69	267,0	275,3	279,7	277,7
70 и старше	164,0	165,2	168,2	170,8

Постройте совмещенные возрастные пирамиды (для мужчин и женщин) в динамике за два года:

а) 1994—1995 годы;

б) 1996—1997 годы.

Охарактеризуйте возрастную структуру населения области и ее изменения, если соотношение мужчин и женщин следующее: (число женщин на 1000 мужчин соответствующей возрастной группы).

	1994 г.	1995 г.	1996 г.	1997 г.
В возрасте, лет				
0—9	955	955	955	952
10—19	973	974	971	970
20—29	995	989	984	978
30—39	1016	1016	1018	1023
40—49	1077	1072	1067	1068
50—59	1193	1199	1204	1216
60—69	1681	1638	1595	1560
70 и старше	3001	3012	3011	3023

Задача 1.7.13.

Численность городского населения области по полу и возрасту на 01.01.95 года характеризуется следующими данными:

	Мужчины	Женщины
Все население	940 011	1 081 955
в том числе в возрасте:		
0—4	50 361	47 674
5—9	76 515	72 302
10—14	81 200	78 469
15—19	77 207	77 413
20—24	77 000	73 639
25—29	62 218	63 597
30—34	81 054	83 665
35—39	89 281	95 132

Продолжение табл.

	Мужчины	Женщины
40—44	81 168	88 903
45—49	61 209	69 314
50—54	38 224	47 219
55—59	57 976	74 016
60—64	37 786	55 325
65—69	36 889	62 245
70 и старше	31 923	93 042

Постройте возрастную пирамиду для мужчин и женщин. Сделайте выводы о половозрастной структуре населения области.

Задача 1.7.14.

Имеются данные о возрастном-половом составе населения региона по материалам переписи 1979 и 1989 годов:

(в %)

Возрастные группы	Все население региона			
	на 17.01.1979 года		на 12.01.1989 года	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины
0—9	25,1	19,8	20,0	18,0
10—19	17,1	13,7	16,5	16,0
20—29	18,1	13,5	16,4	17,0
30—39	13,9	15,2	14,9	15,0
40—49	9,2	12,2	12,2	12,4
50—59	7,4	10,6	9,4	10,0
60—69	6,5	10,3	7,7	8,0
70—79	2,1	3,6	2,2	2,6
80—89	0,5	1,0	0,6	0,9
90 и ст.	0,1	0,1	0,1	0,1
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0

Постройте возрастные пирамиды, определите тип возрастной структуры населения по Зундбергу за 1979 и 1989 годы.

Проведите сравнительный анализ изменений в возрастной структуре населения за 1979—1989 годы.

Задача 1.7.15.

Имеются следующие данные о кредитных вложениях в экономику (на начало месяца, трлн. руб.):

	Январь	Апрель	Июль
Кредитные вложения — всего	83,6	106,0	112,9
в том числе:			
краткосрочные	79,3	91,7	98,7
долгосрочные	4,3	14,3	14,2

Определите:

- 1) структуру кредитных вложений в экономику по периодам;
- 2) как изменился объем кредитных вложений в экономику всего и в том числе краткосрочных и долгосрочных;
- 3) оцените изменение структуры кредитных вложений за рассмотренный период.

Сделайте выводы.

Задача 1.7.16.

Имеются следующие данные о расходовании денежных доходов населения за два периода (в среднем на душу в месяц, тыс. руб.):

	1993 г.	1995 г.
Денежные доходы	45,2	532,9
из них использовано на:		
покупку товаров и оплату услуг	31,1	375,7
оплату обязательных платежей и взносов	3,4	35,7
накопление сбережений во вкладах и ценных бумагах	2,8	26,6
покупку валюты	3,6	76,2
прирост (+), уменьшение (—) денег на руках	4,3	18,7

Определите:

1) структуру использования денежных доходов населения в 1993 и 1995 годах;

2) оцените структурные сдвиги, происшедшие в распределении использованных денежных доходов населения.

Сделайте выводы.

Задача 1.7.17.

Проведено обследование продолжительности беременности женщин.

Продолжительность беременности (дней)	Число обследованных женщин
257	10
258	20
259	20
260	40
261	40
262	60
263	70
264	100
265	120
266	100
267	100
268	70
269	100
270	50
271	40
272	40
273	10
274	5
275	5
Всего	1000

Является ли данное распределение нормальным?

Проверьте соответствие теоретическому ряду распределения с помощью критерия χ^2 .

Задача 1.7.18.

Кожевенно-обувной комбинат планирует выпустить в 1998 году 10 000 пар женской обуви в следующей структуре:

Размер обуви	Количество пар
34	530
35	1960
36	2630
37	2730
38	900
39	650
40	400
41	200

С помощью критерия χ^2 проверьте, верна ли стратегия предприятия, если фактическое распределение женщин таково (%):

Размер обуви	Численность женщин, %
34	5,5
35	9,5
36	24,8
37	29,2
38	16,7
39	8,5
40	3,8
41	2,0
Всего	100,0

Задача 1.7.19.

Для оценки уровня жизни населения области проведен 5% опрос, в результате чего установлено:

Группы по уровню среднедушевого дохода, минимальных заработных плат в месяц	Число опрошенных
До 2	100
2—4	600
4—6	800
6—8	320
8—10	60
10—12	60
12 и более	60
Итого	2000

С помощью критерия χ^2 определите, является ли данное распределение логарифмически нормальным. Сделайте выводы.

Задача 1.7.20.

Число погибших кавалеристов от удара копытом лошади характеризуется следующими данными:

Число погибших	Число обследованных лет
0	109
1	65
2	22
3	3
4	1
5 и более	0
Итого	200

С помощью критерия согласия χ^2 проверьте, является ли данное распределение — распределением Пуассона.

Задача 1.7.21.

По данным задачи 1.7.24. проверьте, с помощью критерия согласия χ^2 , являлось ли распределение сети клиентов комбината в 1997 г. равномерным.

Задача 1.7.22.

На основе данных задачи 1.7.13. определите тип возрастной структуры населения по Зундбергу и оцените уровень его старения.

Тип возрастной структуры населения по Зундбергу, %

Возрастные группы, лет	Возрастная структура		
	прогрессивная	стационарная	регрессивная
дети 0—14 лет	40	27	20
родители 15—49 лет	50	50	50
прародители 50 и старше	10	23	30
Итого	100	100	100

Шкала для оценки степени развития старения населения

Доля стариков (60 лет и старше) в общей численности населения, %	Характеристика
Менее 8	демографическая молодость
8—10	преддверие старости
10—12	собственно старение
12 и более	демографическая старость

Задача 1.7.23.

Используя данные задачи 1.7.12. определите тип возрастной структуры населения в 1997 г. и оцените степень развития его старения.

Задача 1.7.24.

Кожевенно-обувной комбинат реализует свою продукцию через сеть клиентов, обороты которых приводятся в таблице:

Группы клиентов	Объем реализации, млн. руб.	
	1996 г.	1997 г.
Оптовые	1000,0	2000,0
Мелкооптовые	650,0	800,0
Магазины	500,0	900,0
Итого:	2150,0	3700,0

Выполните прогнозную оценку структуры клиентов на 1998 год, используя матрицу вероятностей перехода (теорию цепей А.А. Маркова).

Задача 1.7.25.

По данным задачи 1.7.5. выполните прогнозную оценку структуры посевных площадей области на 1996 год, используя матрицу вероятностей перехода.

Задача 1.7.26.

По одному из предприятий пищевой промышленности имеются данные о составе затрат на производство продукции (тыс. руб.):

Статьи затрат	Фактический выпуск товарной продукции в оценке по себестоимости	
	квартального плана	фактической
Сырье и материалы	458 000	446 000
Топливо и энергия всех видов на технологические цели	6 800	7 600
Затраты на оплату труда	107 600	109 000
Расходы по освоению производства	40 000	41 900
Потери от брака	x	4 800
Расходы по содержанию и эксплуатации оборудования	67 000	65 000
Общепроизводственные расходы	110 000	101 600
Общехозяйственные расходы	86 000	72 800

Оцените эффективность изменения структуры затрат.

Задача 1.7.27.

По данным бухгалтерского баланса муниципального предприятия «Бибколлектор» охарактеризуйте его финансовое положение на начало и конец 1997 г. Для этого оцените структуру капитала и рассчитайте коэффициенты ликвидности.

(тыс. руб.)

Актив	На начало года	На конец года
I. ВНЕОБОРОТНЫЕ АКТИВЫ		
— Нематериальные активы	-	12 197
— Основные средства	104 482	55 874
— Прочие внеоборотные активы	15 124	-
ИТОГО по разделу I	119 606	68 071
II. ОБОРОТНЫЕ АКТИВЫ		
— Запасы	643 178	490 118
— Дебиторская задолженность (платежи по которой ожидаются более чем через 12 месяцев после отчетной даты)	503 238	165 127
— Дебиторская задолженность (платежи по которой ожидаются в течение 12 месяцев после отчетной даты)	-	127 782
— Денежные средства	5 038	621
ИТОГО по разделу II	1 151 454	783 648
III. УБЫТКИ		
— Непокрытые убытки прошлых лет	216 661	198 448
— Непокрытый убыток отчетного года	x	250 522
ИТОГО по разделу III	216 661	448 970
БАЛАНС	1 487 721	1 300 689
Пассив	На начало года	На конец года
IV. КАПИТАЛ И РЕЗЕРВЫ		
— Уставный капитал	10 000	10 000
— Добавочный капитал	66 347	66 347
— Фонды накопления	8 650	-
ИТОГО по разделу IV	84 997	76 347
V. ДОЛГОСРОЧНЫЕ ПАССИВЫ	-	-
VI. КРАТКОСРОЧНЫЕ ПАССИВЫ		
— Заемные средства	-	1 200
— Кредиторская задолженность	1 402 724	1 223 142
ИТОГО по разделу VI	1 402 724	1 224 342
БАЛАНС	1 487 721	1 300 689

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

По организационно-правовым формам хозяйствования ввод жилья в области распределяется следующим образом:

	1994 г.	1995 г.
Всего по области, тыс. м ²	691,6	530,8
в том числе:		
— государственные предприятия	192,4	142,6
— муниципальные предприятия	64,3	68,5
— акционерные общества открытого типа	224,0	186,4
— акционерные общества закрытого типа и товарищества	110,6	49,5
— жилищно-строительные кооперативы	21,3	15,3
— индивидуальное жилищное строительство	62,1	54,8
— прочие	16,9	13,7

Рассчитайте и оцените для каждого года:

1. Структуру ввода жилья по организационно-правовым формам хозяйствования.
2. Равномерность структуры.
Сделайте выводы.

Решение.

1. Структуру ввода жилья по организационно-правовым формам можно изучать с помощью относительной величины структуры:

$$d_i = \frac{y_i}{\sum y_i},$$

где y_i — объем ввода жилья по i -ой форме хозяйствования,

$\sum y_i$ — общий объем ввода жилья.

Так, например, доля государственных предприятий в общем объеме ввода 1994 г. будет:

$$d_{\text{гос}} = \frac{192,4}{691,6} \cdot 100\% = 27,8\%.$$

Результаты расчетов представим в таблице:

	1994 г.			1995 г.		
	Удельный вес (d), %	$ d_i - \bar{d} $	$(d_i - \bar{d})^2$	Удельный вес (d), %	$ d_i - \bar{d} $	$(d_i - \bar{d})^2$
Всего по области, тыс. м ²	100,0	66,7	831,89	100,0	66,9	901,21
в том числе:						
— государственные предприятия	27,8	13,5	182,25	26,9	12,6	158,76
— муниципальные предприятия	9,3	5,0	25,0	12,9	1,4	1,96
— акционерные общества открытого типа	32,4	18,1	327,61	35,1	20,8	432,64
— акционерные общества закрытого типа и товарищества	16,0	1,7	2,89	9,3	5,0	25,0
— жилищно-строительные кооперативы	3,1	11,2	125,44	2,9	11,4	129,96
— индивидуальное жилищное строительство	9,0	5,3	28,09	10,3	4,0	16,0
— прочие	2,4	11,9	141,61	2,6	11,7	136,89

2. Равномерность структуры изучают с помощью показателей:
а) размах вариации:

$$R_d = d_{\text{max}} - d_{\text{min}}$$

$$R_{d1994} = 32,4 - 2,4 = 30,0 \text{ процентных пунктов};$$

$$R_{d1995} = 35,1 - 2,6 = 32,5 \text{ процентных пунктов}.$$

- б) среднее линейное отклонение:

$$\bar{l} = \frac{\sum |d_i - \bar{d}|}{n},$$

где $\bar{d}$ — средний удельный вес при числе градаций признака равным n :

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{100}{7} \approx 14,3\%$$

$$n = 7.$$

$$\bar{l}_{1994} = \frac{66,7}{7} = 9,53$$

$$\bar{l}_{1995} = \frac{66,9}{7} = 9,56.$$

в) среднее квадратическое отклонение (расчет ведем в долях):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n}}$$

$$\sigma_{1994} = \sqrt{\frac{0,083189}{7}} = \sqrt{0,01188} = 0,109$$

$$\sigma_{1995} = \sqrt{\frac{0,090121}{7}} = \sqrt{0,012874} = 0,114$$

г) коэффициент равномерности:

$$K_{\text{равн.}} = 1 - \frac{\sigma^2}{\sigma_{\text{max}}^2}$$

$$\sigma_{\text{max}}^2 = \frac{n-1}{n^2} \text{ при } \sum d = d_1 = 1,0; d_2 = d_3 = \dots = d_n = 0$$

$$\sigma_{\text{max}}^2 = \frac{7-1}{7^2} = \frac{6}{49} = 0,122$$

$$K_{\text{равн.1994}} = 1 - \frac{0,01188}{0,122} = 1 - 0,097 = 0,903$$

$$K_{\text{равн.1995}} = 1 - \frac{0,012874}{0,122} = 1 - 0,106 = 0,894$$

Сравнение рассчитанных показателей по годам свидетельствует об увеличении неравномерности структуры ввода жилья по организационно-правовым формам в 1995 г. по сравнению с 1994 г.

Пример 2.

Имеются данные о структуре посевных площадей области:

	1990 г.	1991 г.	1992 г.	1993 г.	1994 г.	1995 г.
Вся посевная площадь, %	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
в том числе:						
— зерновые и зерно-бобовые культуры	57,4	57,9	57,9	59,9	61,0	61,4
— технические культуры	0,9	0,7	1,2	0,9	0,8	1,0

Продолжение табл.

	1990 г.	1991 г.	1992 г.	1993 г.	1994 г.	1995 г.
— картофель и овоще-бахчевые культуры	1,8	1,9	2,0	2,0	2,2	2,3
— кормовые культуры	39,9	39,5	38,9	37,2	36,0	35,3

Рассчитайте характеристики среднегодовой амплитуды структурных колебаний посевных площадей (среднегодовая амплитуда и амплитуда структурных колебаний, приходящаяся на единицу среднего удельного веса).

Решение.

1. Среднегодовая абсолютная амплитуда структурных сдвигов:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n |d_i - d_{i-1}|}{n}$$

$$P_{\text{зерн.}} = \frac{|57,9 - 57,4| + |57,9 - 57,9| + |59,9 - 57,9| + |61,0 - 59,9| + |61,4 - 61,0|}{5} = \frac{0,5 + 0 + 2,0 + 1,1 + 0,4}{5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

2. Амплитуда структурных колебаний, приходящаяся на единицу среднего удельного веса:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n |d_i - d_{i-1}|}{\sum_{i=1}^n d_i} \times 100\%$$

$$K_{\text{зерн.}} = \frac{4}{57,9 + 57,9 + 59,9 + 61,0 + 61,4} \times 100 = \frac{4}{298,1} \times 100 = 1,3\%$$

Расчеты представим в таблице:

	Среднегодовая амплитуда структурных сдвигов (Р), процентные пункты	Амплитуда структурных сдвигов, приходящаяся на единицу среднего удельного веса (К), %
Вся посевная площадь, %	х	х
в том числе:		
— зерновые и зерно-бобовые культуры	0,8	1,3
— технические культуры	0,26	28,3
— картофель и овоще-бахчевые культуры	0,1	0,5
— кормовые культуры	0,92	2,5

Наибольшая среднегодовая абсолютная амплитуда структурных изменений наблюдается в посевной площади кормовых культур (0,92 процентных пункта), однако на удельную единицу площади (28,3%) наиболее подвержена погодичным колебаниям посевная площадь под технические культуры. Более стабилен в структуре посевных площадей удельный вес площадей под картофель и бахчевые (Р=0,1; К=0,5%).

Пример 3.

Имеется распределение капитальных вложений и ввода в действие основных фондов по отраслям экономики (в фактических ценах соответствующих лет, млн. руб.):

	1995 г.	1996 г.	
		в фактических ценах	в ценах 1995 г.
Капитальные вложения — всего	2819,3	26888,2	2688,8
в том числе:			
— промышленность	737,7	9283,6	928,4
— сельское хозяйство	754,5	4540,1	454,0
— лесное хозяйство	10,8	53,8	5,4
— строительство	160,9	669,4	66,9
— транспорт	282,2	4302,6	430,3

Продолжение табл.

	1995 г.	1996 г.	
		в фактических ценах	в ценах 1995 г.
— связь	55,4	429,1	42,9
— торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	82,7	344,4	34,4
— прочие отрасли	36,0	8,0	0,8
— жилищное строительство	699,1	7257,2	725,7
Ввод в действие основных фондов — всего	2200,3	15879,2	1587,9
в том числе:			
— промышленность	448,8	3785,0	378,5
— сельское хозяйство	636,4	3370,0	337,0
— лесное хозяйство	10,1	49,8	5,0
— строительство	135,1	416,6	41,7
— транспорт	215,1	2389,0	238,9
— связь	42,2	319,9	32,0
— торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	57,0	439,8	44,0
— прочие отрасли	217,8	2513,2	251,3
— жилищное строительство	437,8	2595,9	259,6

1. Рассчитайте для каждого года коэффициенты вводимости основных фондов по отраслям.

2. Постройте мультипликативную индексную модель зависимости объема ввода в действие основных фондов от объема капитальных вложений, коэффициента вводимости и структурных сдвигов. При расчете учтите, что индекс цен равен 10,0.

Сделайте выводы.

3. Определите изменение ввода в действие за счет структурных изменений в капитальных вложениях в абсолютном выражении для 1995—1996 годов.

Решение.

1. Коэффициент вводимости можно рассчитать по формуле:

$$K_{ввод} = \frac{B}{K},$$

где

V — ввод в действие основных фондов;

K — капитальные вложения.

Расчеты коэффициента вводимости и структуры капитальных вложений представим в таблице:

	Коэффициент вводимости ($K_{ввод}$)		Отраслевая структура (d)	
	1995 г.	1996 г.	1995 г.	1996 г.
Капитальные вложения — всего	0,780	0,591	1,0	1,0
в том числе:				
— промышленность	0,608	0,408	0,26	0,35
— сельское хозяйство	0,843	0,742	0,27	0,17
— лесное хозяйство	0,935	0,926	0,01	0,00
— строительство	0,840	0,622	0,06	0,02
— транспорт	0,762	0,555	0,10	0,16
— связь	0,762	0,746	0,02	0,02
— торговля и общественное питание, МТС, сбыт и заготовки	0,689	1,277	0,03	0,01
— прочие отрасли	6,05	314,15	0,01	0,00
— жилищное строительство	0,626	0,358	0,25	0,27

2. Зависимость объема ввода в действие основных фондов от объема капитальных вложений, коэффициента вводимости и структурных сдвигов по каждой отрасли экономики:

$$B_i = K_{ввод_i} \times d_i \times \Sigma K_i,$$

где $d_i = \frac{K_i}{\Sigma K_i}$.

Индексная модель выглядит следующим образом:

$$I_B = \frac{\sum B_1}{\sum B_0} = \frac{\sum K_{ввод.1} \times d_1 \times \Sigma K_1}{\sum K_{ввод.0} \times d_0 \times \Sigma K_0} = \frac{1587,9}{2200,3} = 0,722 \text{ или } 72,2\%.$$

$$I_{B(K_{ввод.})} = \frac{\sum K_{ввод.1} \times d_1 \times \Sigma K_1}{\sum K_{ввод.0} \times d_1 \times \Sigma K_1} = \frac{1587,9}{0,608 \times 928,4 + 0,843 \times 454,0 + 0,935 \times 5,4 + 0,840 \times 66,9 + 0,762 \times 430,3 + 0,762 \times 42,9 + 0,689 \times 34,4 + 6,05 \times 0,8 + 0,626 \times 725,7} = \frac{1587,9}{1851,8} = 0,857$$

или 85,7%.

$$I_{B(d)} = \frac{\sum K_{ввод.0} \times d_1 \times \Sigma K_1}{\sum K_{ввод.0} \times d_0 \times \Sigma K_1} = \frac{1851,8}{2688,8 \times (0,608 \times 0,26 + 0,843 \times 0,27 + 0,935 \times 0,01 + 0,840 \times 0,06 + 0,762 \times 0,1 + 0,762 \times 0,02 + 0,689 \times 0,03 + 6,05 \times 0,01 + 0,626 \times 0,25)} = \frac{1851,8}{2082,6} = 0,889$$

или 88,9%.

$$I_{B(K)} = \frac{\sum K_{ввод.0} \times d_0 \times \Sigma K_1}{\sum K_{ввод.0} \times d_0 \times \Sigma K_0} = \frac{2082,6}{2200,3} = 0,947$$

или 94,7%.

Снижение ввода в действие основных фондов на (100% — 72,2%) 27,8% сложилось за счет влияния следующих факторов:

а) за счет изменения коэффициента вводимости — на 14,3%;

б) за счет изменения структуры капитальных вложений — на 11,1%;

в) за счет изменения объема капитальных вложений — на 5,3%.

3. Абсолютное изменение ввода в действие основных фондов за счет структурных изменений в капитальных вложениях определяется:

$$\Delta B_{(d)} = \sum K_{\text{ввод},0} \times d_1 \times \Sigma K_1 - \sum K_{\text{ввод},0} \times d_0 \times \Sigma K_1 = \\ = 1851,8 - 2082,6 = -230,4 \text{ млн. руб. (соп. цены).}$$

Пример 4.

По одному из предприятий пищевой промышленности имеются данные о составе затрат на производство продукции (тыс. руб.):*

Статьи затрат	Фактический выпуск товарной продукции в оценке по себестоимости	
	квартального плана	фактической
Сырье и материалы	257 000	253 000
Топливо и энергия всех видов на технологические цели	5 200	4 800
Затраты на оплату труда	75 600	72 400
Потери от брака	x	6 200
Расходы по содержанию и эксплуатации оборудования	31 000	39 000
Общепроизводственные расходы	84 000	90 000
Общехозяйственные расходы	72 000	73 000
Производственная себестоимость	524 800	538 400

Оцените эффективность изменения структуры затрат.

* Методика решения задачи предложена В.Г. Иониним в учебном пособии Ионин В.Г., Вайнштейн С.Ю., Нехорошков С.Б. «Экономико-статистические методы анализа» — Новосибирск: Изд-во Новосибирского гос. университета, 1984.

Решение.

Сведения о фактической и плановой сумме затрат по статьям в расчете на фактический объем произведенной продукции обозначим через величины $C_{\text{ф},i}$ и $C_{\text{пл},i}$. По этим данным определяем:

1. Абсолютный прирост по данной (i -той) статье затрат:

$$\Delta z_i = C_{\text{ф},i} - C_{\text{пл},i}$$

$$\Delta z_{\text{сырья}} = 253000 - 257000 = -4000 \text{ (тыс. руб.)}$$

2. Процент изменения затрат по данной статье:

$$p_i = \frac{\Delta z_i}{C_{\text{пл},i}} \times 100$$

$$p_{\text{сырья}} = \frac{-4000}{257000} \times 100 \approx -1,6\%$$

3. Процент прироста по отношению к итоговой сумме затрат (по плановым калькуляциям):

$$p'_i = \frac{\Delta z_i}{\sum S_{\text{пл},j}} \times 100$$

$$p'_{\text{сырья}} = \frac{-4000}{524800} \times 100 \approx 0,8\%$$

4. Удельный вес данной статьи затрат в общей сумме при плановой структуре, %:

$$d_{\text{пл},i} = \frac{C_{\text{пл},i}}{\sum C_{\text{пл},j}} \times 100$$

$$d_{\text{пл,сырья}} = \frac{257000}{524800} \times 100 = 49,0\%$$

5. Фактический удельный вес в общей сумме в общих затратах:

$$d_{ii} = \frac{C_{\phi,i}}{\sum C_{\phi,j}} \times 100$$

$$d_{\text{сырья}} = \frac{253000}{538400} \times 100 = 47,0\%$$

6. Изменение удельного веса данной статьи затрат:

$$\Delta d_i = d_{ii} - d_{\text{пл},i}$$

$$\Delta d_{\text{сырья}} = 47,0 - 49,0 = -2,0 \text{ процентных пункта.}$$

7. Возможная сумма фактических затрат по данной статье при сохранении плановой структуры:

$$S_{\text{пл},i} = \frac{d_{\text{пл},i} \times \sum C_{\phi,j}}{100}$$

$$S_{\text{пл.сырья}} = \frac{49,0 \times 538400}{100} = 263816$$

8. Прирост затрат по данной статье в связи с общим снижением или повышением затрат на производство продукции:

$$\Delta S_i = S_{\text{пл},i} - C_{\text{пл},i}$$

$$\Delta S_{\text{сырья}} = 263816 - 257000 = 6816 \text{ (тыс. руб.)}$$

9. Прирост (уменьшение) затрат по данной статье в связи с изменением ее удельного веса в общей сумме по сравнению с затратами по данной статье при плановой структуре:

$$\Delta S_{\text{стр},i} = C_{\phi,i} - S_{\text{пл},i}$$

$$\Delta S_{\text{стр.сырья}} = 253000 - 263816 = -10816 \text{ (тыс. руб.)}$$

Очевидно, что изменение суммы затрат по данной статье состоит из изменения за счет общего снижения или увеличения

себестоимости продукции (п. 8) и из изменения за счет структурных сдвигов в составе затрат (п. 9), то есть:

$$\Delta z_i = \Delta S_i + \Delta S_{\text{стр},i}$$

$$\Delta z_{\text{сырья}} = 6816 + (-10816) = -4000 \text{ (тыс. руб.)}$$

Прирост за счет структурных сдвигов можно определить и иначе, когда возможная сумма затрат (п. 7) рассчитывается исходя из распространения на сумму затрат по плановым нормативам фактической структуры себестоимости, то есть:

$$S_{\text{пл},i} = \frac{d_{ii} \times \sum C_{\text{пл},j}}{100}$$

$$S_{\text{пл.сырья}} = \frac{47,0 \times 524800}{100} = 246656 \text{ (тыс. руб.)}$$

В этом случае получаем другие показатели распределения прироста.

Пример 5.

Имеются данные о смертности городского населения СССР* по основным классам причин смерти:

(число умерших на 100 тыс. чел. населения)

	1985		1987	
	Мужчины	Женщины	Мужчины	Женщины
Число умерших от всех причин, в том числе от болезней:	1690,8	957,6	1546,8	892,9
системы кровообращения	909,4	624,6	846,0	578,9
несчастных случаев, отравлений и травм	186,3	50,5	140,5	41,8
новообразований	301,5	150,5	310,2	153,3
органов дыхания	128,7	47,1	101,8	36,7

* Вестник статистики. — № 11, 1988, с.78.

1. Определите по каждому году для мужчин и женщин:
а) относительный уровень смертности вследствие заболеваемости;

б) основные причины смертности;

в) структуру смертности.

2. С помощью среднего линейного и среднего квадратического коэффициентов структурных сдвигов, интегрального коэффициента структурных различий, индекса Салаи сделайте оценку интенсивности структурных сдвигов в смертности городского населения (для мужчин и женщин). Сопоставьте полученные результаты.

Сделайте выводы.

Решение.

Проведем расчет необходимых показателей для мужчин:

1. а) относительный уровень смертности может быть охарактеризован долей «болезней» в общем уровне смертности. Так,

$$d_{1985}^{\text{болезни}} = \frac{909,4 + 186,3 + 301,5 + 128,7}{1690,8} = \frac{1525,9}{1690,8} = 0,902$$

$$d_{1987}^{\text{болезни}} = \frac{1398,5}{1546,8} = 0,904.$$

б) показатели структуры и динамики смертности мужчин представлены в таблице.

Таблица 1.7.3.

Структура и динамика смертности городского мужского населения в СССР

	1985 г.		1987 г.		1987 г. в % к 1985 г. (темп роста)
	Число умерших мужчин на 100 тыс.	%	Число умерших мужчин на 100 тыс.	%	
A	1	2	3	4	гр.5 = гр.3 : гр.1 × 100
Число умерших от всех причин	1690,8	100,0	1546,8	100,0	91,5

Продолжение табл. 1.7.3.

	1985 г.		1987 г.		1987 г. в % к 1985 г. (темп роста)
	Число умерших мужчин на 100 тыс.	%	Число умерших мужчин на 100 тыс.	%	
A	1	2	3	4	гр.5 = гр.3 : гр.1 × 100
в том числе от болезней из них:	1525,9	90,2	1398,5	90,4	91,7
системы кровообращения	909,4	53,8	846,0	54,7	93,0
несчастных случаев, отрав- лений, травм	186,3	11,0	140,5	9,1	75,4
новообразований	301,5	17,8	310,2	20,0	102,9
органов дыхания	128,7	7,6	101,8	6,6	79,1
прочие причины	164,9	9,8	148,3	9,6	89,9

Так, например,

$$d_{1985}^{\text{несч.сл.}} = \frac{186,3}{1690,8} \times 100 = 11,0\%$$

$$T_p = \frac{140,5}{186,3} \times 100 = 75,4\%.$$

2. Интенсивность структурных сдвигов измеряется с помощью следующих показателей:

$\bar{l} = \frac{\sum |d_1 - d_0|}{n}$ — линейный коэффициент абсолютных структурных сдвигов;

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (d_1 - d_0)^2}{n}}$ — квадратический коэффициент абсолютных структурных сдвигов;

$K_d = \sqrt{\frac{\sum (d_1 - d_0)^2}{\sum d_1^2 + \sum d_0^2}}$ — интегральный коэффициент структурных различий;

$$I_d = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{d_1 - d_0}{d_1 + d_0}\right)^2}{n}}$$
 — индекс Салаи.

Здесь:

d_1 — показатели структуры отчетного периода;

d_0 — показатели структуры базисного периода;

n — число градаций признака.

$$\bar{I} = \frac{|54,7 - 53,8| + |9,1 - 11,0| + |20,0 - 17,8| + |6,6 - 7,6| + |9,6 - 9,8|}{5} = \frac{0,9 + 1,9 + 2,2 + 1,0 + 0,2}{5} = 1,240$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(54,7 - 53,8)^2 + (9,1 - 11,0)^2 + \dots + (9,6 - 9,8)^2}{5}} = \sqrt{\frac{10,3}{5}} = 1,435$$

$$K_d = \sqrt{\frac{10,3}{3486,08 + 3610,62}} = 0,038$$

$$I_d = \sqrt{\frac{\left(\frac{0,9}{108,5}\right)^2 + \left(\frac{1,9}{20,1}\right)^2 + \left(\frac{2,2}{37,8}\right)^2 + \left(\frac{1}{14,2}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{19,4}\right)^2}{5}} = 0,059$$

Наилучшим образом интенсивность структурных сдвигов характеризуют показатели K_d , I_d , так как они принимают значения в интервале $[0; 1]$.

В данном случае интенсивность структурных сдвигов в причинах смертности мужчин слабая.

Пример 6.

Кожевенно-обувной комбинат реализует свою продукцию через сеть клиентов, обороты которых приводятся в таблице:

Группы клиентов	Объем реализации, млн. руб.	
	1996 г.	1997 г.
Оптовые	1020,0	2000,0
Мелкооптовые	650,0	800,0
Магазины	600,0	900,0
Итого:	2270,0	3700,0

Выполните прогнозную оценку структуры клиентов на 1998 год, используя матрицу вероятностей перехода (теорию цепей А.А. Маркова).

Решение.

Прежде рассчитаем структуру клиентов по годам и результаты представим в таблице:

Группы клиентов	Структура реализации, %	
	1996 г.	1997 г.
Оптовые	44,9	54,1
Мелкооптовые	28,6	21,6
Магазины	26,5	24,3
Итого:	100,0	100,0

Теперь строим матрицу перехода, используя сведения только об итогах перемещений из группы в группу.

Пусть S_0 и S_1 — векторы структуры совокупности в предыдущем и последующем периодах.

$$\sum_{i=1}^m S_i^0 = \sum_{i=1}^m S_i^1 = 100\%.$$

а) Составляем вспомогательную матрицу P' . Элементы главной диагонали матрицы P' рассчитываются как:

$$P'_{ii} = \min\{S_i^0, S_i^1\} \text{ при } i = \overline{1, m}$$

	Оптовые	Мелкооптовые	Магазины
Оптовые	44,9		
Мелкооптовые		21,6	
Магазины			24,3

б) В результате остаются «не использованными» элементы прошлой структуры. Определяем их:

$$\Delta_i = S_i^0 - P'_{ii} \text{ при } i = \overline{1, m}$$

$$\Delta_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 7,0 \\ 2,2 \\ 9,2 \end{pmatrix}$$

Не полностью заполнены и элементы последующей структуры. Они определяются по формуле:

$$\xi_j = S_j^1 - P'_{jj} \text{ при } j = \overline{1, m}$$

$$\xi_j = \begin{pmatrix} 9,2 \\ 0 \\ 0 \\ 9,2 \end{pmatrix}$$

в) Недоиспользованную структуру (по строкам) Δ_i распределяем пропорционально потребностям по столбцам ξ_j , т.е. рассчитываем:

$$P'_{ij} = \Delta_i \frac{\xi_j}{\sum_j \xi_j} \text{ при } i, j = \overline{1, m} \text{ и } i \neq j$$

$$P'_{12} = 0 \cdot \frac{0}{9,2} = 0 \quad P'_{13} = 0 \cdot \frac{0}{9,2} = 0$$

$$P'_{21} = 7,0 \cdot \frac{9,2}{9,2} = 7,0 \quad P'_{23} = 7,0 \cdot \frac{0}{9,2} = 0$$

$$P'_{31} = 2,2 \cdot \frac{9,2}{9,2} = 2,2 \quad P'_{32} = 2,2 \cdot \frac{0}{9,2} = 0$$

$$P'_{ij} = \begin{pmatrix} 44,9 & 0 & 0 \\ 7,0 & 21,6 & 0 \\ 2,2 & 0 & 24,3 \end{pmatrix}$$

Теперь можно рассчитать элементы матрицы вероятностей перехода и саму прогнозируемую структуру клиентов:

$$P_{ij} = \frac{P'_{ij}}{S_i^0} = \begin{pmatrix} 44,9 & 0 & 0 \\ 7,0 & 21,6 & 0 \\ 2,2 & 0 & 24,3 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 44,9 \\ 28,6 \\ 26,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,0 & 0 & 0 \\ 0,245 & 0,755 & 0 \\ 0,083 & 0 & 0,917 \end{pmatrix}$$

при $i, j = \overline{1, m}$

$$S_{98} = S_{97} \times P_{ij} = (54,1 \quad 21,6 \quad 24,3) \times \begin{pmatrix} 1,0 & 0 & 0 \\ 0,245 & 0,755 & 0 \\ 0,083 & 0 & 0,917 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 61,4 \\ 16,3 \\ 22,3 \end{pmatrix}$$

Результаты представим в таблице:

Группы клиентов	Прогноз структуры реализации на 1998 г., %
Оптовые	61,4
Мелкооптовые	16,3
Магазины	22,3
Итого:	100,0

Пример 7.

Имеется интервальный ряд распределения рабочих цеха по уровню заработной платы:

Уровень заработной платы	Численность рабочих
До 200	10
200—250	20
250—300	40
300—350	20
350 и более	10
Итого	100

С помощью критерия χ^2 определите, является ли данное распределение нормальным.

Решение.

Оценка соответствия фактического ряда распределения теоретическому осуществляется с помощью нескольких алгоритмов. Наиболее известный из них — применение критерия χ^2 .

Определяем $\chi^2_{\text{расч}} = \sum \frac{(f_{\text{факт}} - f_{\text{теор}})^2}{f_{\text{теор}}}$. Сравниваем $\chi^2_{\text{расч}}$ с

$\chi^2_{\text{табл}}$ при заданном уровне значимости и числе степеней свободы.

Если $\chi^2_{\text{расч}} < \chi^2_{\text{табл}}$, можно считать, что фактическое распределение адекватно теоретическому.

Нормальное распределение описывается следующей функцией:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}.$$

Найдем теоретические частоты нормального распределения, результаты представим в таблице:

Расчет теоретических частот распределения

Уровень з.п.	$f_{\text{расч}}$	$x' = \frac{x - A}{i}$	$x'f_{\text{расч}}$	$(x')^2 f_{\text{расч}}$	$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$	$f(t)^*$	$f_{\text{теор}} = f(t) \cdot K = f(t) \cdot 91,29$	Округленные теоретические частоты
До 200	10	-2	-20	40	-1,823	0,0761	6,947	7
200—250	20	-1	-20	20	-0,913	0,2637	24,073	24
250—300	40	0	0	0	0,0	0,3989	36,416	37
300—350	20	1	20	20	0,913	0,2637	24,073	24
350 и более	10	2	20	40	1,823	0,0761	6,947	7
Итого	100		0	120				99

* Здесь $f(t)$ — плотность нормального распределения (табулирована).

Рассчитаем $\bar{x}$ и σ методом моментов, где центральный момент $A = 275$, а величина интервала $i = 50$. Результаты расчетов в таблице. Отсюда:

$$\bar{x} = 275 + 50 \cdot 0 = 275$$

$$\sigma = 50 \sqrt{\frac{120}{100} - 0} = 54,77$$

$$K = \frac{i \sum f}{\sigma},$$

где K — поправочный коэффициент.

$$K = \frac{i \sum f}{\sigma} = \frac{50}{54,77} \cdot 100 = 91,29$$

$$\chi^2_{\text{расч}} = \frac{(10-7)^2}{7} + \frac{(20-24)^2}{24} + \frac{(40-37)^2}{37} + \frac{(20-24)^2}{24} + \frac{(10-7)^2}{7} = 2,571 + 1,333 + 0,243 = 4,147$$

$$\chi^2_{\text{табл}} (\alpha = 0,05; \nu = L - r - 1 = 5 - 2 - 1 = 2) = 5,99.$$

Здесь α — уровень значимости;
 ν — число степеней свободы;
 L — число групп;
 r — число параметров распределения.

$\chi^2_{\text{расч}} < \chi^2_{\text{табл}} \Rightarrow$ распределение является нормальным.

Пример 8.

Имеются данные о распределении массового общественно-экономического явления:

Группы признака	Частота
1	10
2	20
3	40
4	20
5	10
Итого	100

С помощью критерия χ^2 определите, является ли данное распределение равномерным.

Решение.

Равномерное распределение описывается следующей функцией:

$$f(x) = C,$$

где $f(x)$ — плотность распределения;

C — константа.

Найдем теоретические значения частоты распределения:

Так как число групп 5, то:

$$f_{\text{теор}} = \frac{\sum f_{\text{факт}}}{L} = \frac{100}{5} = 20$$

$$f_{\text{теор}} = C = 20.$$

$f_{\text{факт}}$	$f_{\text{теор}}$
10	20
20	20
40	20
20	20
10	20

$$\begin{aligned} \chi^2_{\text{расч}} &= \frac{(10-20)^2}{20} \cdot 2 + \frac{(20-20)^2}{20} \cdot 2 + \frac{(40-20)^2}{20} = \\ &= \frac{100}{20} \cdot 2 + \frac{400}{20} = 10 + 20 = 30 \\ \chi^2_{\text{табл.}} (\alpha = 0,05; \nu = 5 - 1 - 1 = 3) &= 7,81 \end{aligned}$$

$\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл.}} \Rightarrow$ распределение не является равномерным.

Пример 9.

По данным наблюдения отдела технического контроля сборочного цеха определите подчиняется ли распределение бракованных изделий закону Пуассона:

Количество бракованных изделий на 100 проверок	Число наблюдений
0	282
1	160
2	39
3	15
4	3
5	1
	500

Распределение Пуассона описывается следующей функцией:

$$f(x) = \frac{a^x e^{-a}}{x!},$$

где $f(x)$ — плотность распределения;
 a — параметр распределения.

В распределении Пуассона должно выполняться примерное равенство средней и дисперсии:

$$\sigma^2 = \bar{x}.$$

Проверим:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{300}{500} = 0,600$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = 0,688.$$

$\bar{x} \approx \sigma^2 \Rightarrow$ данное распределение может быть распределением Пуассона, и следовательно, в качестве параметра a можно взять $\bar{x}$. Найдем теоретические частоты:

$$f_{\text{теор.}} = \frac{(\bar{x})^x e^{(-\bar{x})}}{x!} \cdot N.$$

Здесь N — объем совокупности.

Количество бракованных изделий на 100 проверок	Число наблюдений (f)	$f_{\text{теор.}}$
0	282	275
1	160	164
2	39	49
3	15	10
4	3	2
5	1	0,18
Итого	500	500

$$e^{-0,6} = 0,5488$$

$$f_{\text{теор.}}^{(0)} = \frac{500 \cdot 0,6^0 \cdot 0,5488}{0!} = 274,4$$

$$f_{\text{теор.}}^{(1)} = \frac{500 \cdot 0,6^1 \cdot 0,5488}{1} = 164$$

$$f_{\text{теор.}}^{(2)} = \frac{500 \cdot 0,6^2 \cdot 0,5488}{2 \cdot 1} = 49$$

$$f_{\text{теор.}}^{(3)} = 10$$

$$f_{\text{теор.}}^{(4)} = 2$$

$$f_{\text{теор.}}^{(5)} = 0,18$$

Определим $\chi^2_{\text{расч}}$ и сравним его с $\chi^2_{\text{табл}}$

$$\chi^2_{\text{расч}} = \frac{(282 - 275)^2}{275} + \frac{(160 - 164)^2}{164} + \frac{(39 - 49)^2}{49} + \frac{(15 - 10)^2}{10} + \frac{(3 - 2)^2}{2} + \frac{(1 - 0,18)^2}{0,18} = 9,047$$

$$\chi^2_{\text{табл}} (\alpha = 0,05; \nu = 6 - 1 - 1 = 4) = 9,49.$$

$\chi^2_{\text{расч.}} < \chi^2_{\text{табл.}} \Rightarrow$ фактическое распределение является распределением Пуассона.

1.8. ИНДЕКСЫ

Задача 1.8.1.

Итоги торгов Сибирской межбанковской валютной биржи (СМББ) характеризуются следующими данными:

Валюта	Курс, руб.		Продано, млн. шт.	
	12.05	19.05	12.05	19.05
\$ USA	5749,0	5757,5	15,09	14,5
DEM	3418,0	3406,0	1,352	2713,0

Рассчитайте:

1. Индивидуальные и общие индексы курсов валют, физического объема проданных валют и оборота СМВБ за неделю.
2. Абсолютное изменение оборота всего и в том числе за счет изменений курсов валют и физического объема продаж.
3. Покажите взаимосвязь индексов.

Задача 1.8.2.

Итоги вторичных торгов КОДО АБ «Сибэкобанк»:

Код ценной бумаги	22.05.97			28.05.97		
	Средневзвешенная цена сделок, % от номинала	Средневзвешенная доходность к погашению, % годовых	Оборот, шт.	Средневзвешенная цена сделок, % от номинала	Средневзвешенная доходность к погашению, % годовых	Оборот, шт.
32003 ANOR	97,34	20,78	1350	98,29	15,12	100
32006 ANOR	93,93	31,04	300	95,25	26,0	100
32009 ANOR	90,89	31,00	100	92,55	26,23	1917

Рассчитайте:

1. Индивидуальные и общие индексы средневзвешенных цен, физического объема и стоимостного оборота размещения ценных бумаг.
2. Абсолютное изменение оборота по размещению КОДО всего и за счет изменения цены и физического объема.

Задача 1.8.3.

Имеются экономические показатели работы магазина «Детские товары» за два периода:

Отделы	Коэффициент оборачиваемости товарных запасов		Средние товарные запасы млн. руб.	
	баз.	отч.	баз.	отч.
Обувь	4,0	3,5	120,0	150,0
Одежда	5,2	3,0	200,0	260,0
Игрушки	4,0	6,0	130,0	300,0

Рассчитайте:

1. Общие индексы:
 - а) скорости оборота товарных запасов;
 - б) средних товарных запасов;
 - в) валового оборота магазина.
2. Абсолютную величину изменения валового оборота за счет отдельных факторов.

Задача 1.8.4.

По данным задачи 1.8.2. рассчитайте:

1. Индивидуальные и общие индексы средневзвешенных цен, физического объема и валового дохода от погашения размещенных КОДО.
2. Абсолютное изменение валового дохода от погашения КОДО всего и за счет изменения отдельных факторов (объема, структуры и доходности).

Задача 1.8.5.

Имеются данные о ценах и количестве проданных товаров:

Вид товара	Ед. изм.	Цена за единицу, руб.		Реализовано, тыс. ед.	
		Предыдущий период	Отчетный период	Предыдущий период	Отчетный период
Мясо	кг	16 000	20 000	600	500
Молоко	л	2000	2500	800	900

Определите:

1. Общий индекс цен.
 2. Общий индекс физического объема товарооборота.
 3. Общий индекс товарооборота.
- Сделайте выводы и покажите взаимосвязь индексов.

Задача 1.8.6.

Себестоимость и объем продукции завода характеризуются следующими данными:

Изделие	Себестоимость единицы изделия, тыс. руб.		Выработано продукции, тыс. шт.	
	январь	февраль	январь	февраль
1	25	20	80	90
2	10	8	150	200

Определите:

1. Общий индекс затрат на все изделия.
 2. Общий индекс себестоимости единицы изделия.
 3. Общий индекс физического объема продукции.
- Сделайте выводы и покажите взаимосвязь индексов.

Задача 1.8.7.

Известны следующие данные по фарфоро-фаянсовому заводу:

Вид изделия	Предыдущий год		Отчетный год	
	Затраты труда на единицу изделия (чел. час.)	Произведено продукции (шт.)	Затраты труда на единицу изделия (чел. час.)	Произведено продукции (шт.)
Сервизы	5,0	2200	5,5	2000
Вазы	3,0	1000	2,8	1300

Определите:

1. Общий индекс трудоемкости изделия.
2. Общий индекс физического объема продукции.
3. Общий индекс затрат на всю продукцию.
4. Абсолютное изменение общих затрат труда — всего и в том числе за счет изменений в трудоемкости изделий и объема производства.

Сделайте выводы об изменениях в работе завода в отчетном периоде по сравнению с предыдущим периодом.

Задача 1.8.8.

Реализация товаров в магазине характеризуется следующими данными:

Вид товара	Предыдущий период		Отчетный период	
	Кол-во, шт.	Цена за единицу, руб.	Кол-во, шт.	Цена за единицу, руб.
Утюги	60	40 000	70	55 000
Кастрюли	90	10 000	100	12 000
Замки	30	5 000	30	7 000

Определите:

- 1) Общие индексы:
 - а) цен,

- б) физического объема проданных товаров,
- в) товарооборота.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Какую роль в изменении товарооборота сыграли изменения цен и количества проданных товаров?

Сделайте вывод.

- 2) Абсолютную величину изменения расходов населения в связи с изменением цен.

Задача 1.8.9.

Имеются следующие данные по машиностроительному заводу:

Вид продукции	Предыдущий год		Отчетный год	
	Произведено, (шт.)	Затраты труда на изготовление единицы продукции, (чел. час.)	Произведено, (шт.)	Затраты труда на изготовление единицы продукции, (чел. час.)
Станки-автоматы	650	2400	700	2300
Станки-полуавтоматы	350	2000	300	1800

Определите:

1. Общие индексы:
 - а) трудоемкости;
 - б) физического объема продукции;
 - в) затрат труда на изготовление всей продукции.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Какую роль в изменении общих затрат труда сыграли изменения объема производства и трудоемкости?

Сделайте выводы.

2. Абсолютное изменение затрат труда — всего и в том числе за счет изменений трудоемкости продукции и объема производства.

Задача 1.8.10.

Имеются следующие данные о производстве мебели на мебельной фабрике:

Вид продукции	Затраты на производство, млн. руб.		Изменение себестоимости единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
	предыдущий период	отчетный период	
Диваны	120,0	118,0	-8
Кресла	83,0	87,0	+5
Стол	15,0	14,0	без изменения

Определите:

- 1) Общий индекс себестоимости единицы продукции.
- 2) Общий индекс затрат на производство продукции.
- 3) Общий индекс физического объема произведенной продукции.
- 4) Абсолютное изменение затрат в отчетном периоде по сравнению с предыдущим за счет изменения себестоимости и количества произведенной продукции.

Покажите взаимосвязь между вычисленными показателями. Сделайте выводы.

Задача 1.8.11.

Имеются данные Облкомстата об изменении цен в области в 1996 году по сравнению с 1995 годом:

— на платные услуги	+62,3%
— на продовольственные товары	+22,4%
— на непродовольственные товары	+20,1%

1. Рассчитайте индекс потребительских цен* в области за 1996 год, если структура потребительской корзины следующая:

— платные услуги	41,0%
— продовольственные товары	31,8%
— непродовольственные товары	27,2%

2. Определите величину перерасхода средств населения в 1996 году из-за роста цен, если известно, что в 1995 году реализовано продовольственных товаров на 4364,9 млрд. руб., непродовольственных товаров на 3728,1 млрд. руб., оказаны услуги на 5627,7 млрд. руб.

* ИПЦ рассчитывается по формуле Ласпейреса.

Задача 1.8.12.

Имеются данные фондовой биржи о рынке государственных краткосрочных облигаций (ГКО) за два периода:

	Оборот торгов ГКО, млрд. руб.		Доход от размещения ГКО в базисном периоде, млрд. руб.
	базисный год	отчетный год	
Краткосрочный	2100,0	1500,0	750,0
Среднесрочный	2900,0	3170,0	940,0

Рассчитайте общий индекс доходности от размещения ГКО за счет изменения оборота торгов.

Задача 1.8.13.

Швейная фабрика реализует свою продукцию через сеть клиентов, характеристики работы которых приводятся в таблице:

Группы клиентов	Коэффициент оборачиваемости дебиторской задолженности		Объем реализации в отчетном году, млн. руб.
	базисный год	отчетный год	
Оптовые	2,0	2,5	1020,0
Мелкооптовые	2,5	2,9	650,0
Магазины	2,5	1,0	650,0

Рассчитайте:

1. Общий индекс скорости оборота дебиторской задолженности.
2. Увеличение или сокращение объема реализации за счет изменения скорости платежей.

Задача 1.8.14.

Имеются следующие данные по универсаму:

Вид товара	Продано, тыс. руб.		Изменение цен в мае по сравнению с апрелем, %
	апрель	май	
Обувь	24	30	+5
Пальто	210	180	+2
Плащи	360	420	+1

Определите, как в среднем увеличились цены на проданные товары и сколько население переплатило за счет этого.

Рассчитайте общие индексы товарооборота и физического объема проданных товаров.

Сделайте выводы.

Задача 1.8.15.

Имеются следующие данные по промышленному торгу района:

Группы товаров	Товарооборот в отчетном году, тыс. руб.	Изменение цен на товары в отчетном году по сравнению с предыдущим, в %
Электротовары	1720	+9
Видеотехника	1580	+7
Бытовая техника	1800	+2

Определите общие индексы цен и физического объема товарооборота, если товарооборот в фактических ценах увеличился в отчетном году по сравнению с предыдущим годом на 2%.

Сделайте выводы.

Задача 1.8.16.

По обувной фирме имеются следующие данные о затратах на производство и об изменении себестоимости изделий:

Наименование изделия	Общие затраты на производство изделий во II квартале, тыс. руб.	Изменение себестоимости единицы изделия во II квартале по сравнению с I, %
Обувь женская	200	+5
Обувь мужская	350	+7
Обувь детская	100	-1

Определите:

1. Среднее изменение себестоимости изделий по фирме во II квартале по сравнению с I кварталом.

2. Абсолютную сумму экономии (перерасхода), полученную от изменения себестоимости.

3. Общее изменение затрат на производство продукции (в %), если количество произведенной продукции увеличилось в 1,15 раза.

Сделайте выводы.

Задача 1.8.17.

Имеются следующие данные по кондитерскому магазину «Орион»:

Наименование продуктов	Реализовано в предыдущем периоде, тыс. руб.	Увеличение объема продаж в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
Конфеты	800	+25
Печенье	700	+13

Определите:

1. Как изменилось количество реализуемых кондитерских изделий в целом по магазину (в % и в тыс. руб.).

2. Изменились ли цены на кондитерские изделия, если известно, что товарооборот в отчетном году увеличился на 28%.

Сделайте выводы.

Задача 1.8.18.

Имеются следующие данные о продаже картофеля по двум рынкам города:

Рынок	Цена за 1 кг, руб.		Продано картофеля, т	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
1	0,85	1,50	100	140
2	0,80	1,10	120	300

Определите:

1. Индивидуальные индексы цен.

2. Удельные веса рынков в общем объеме реализации за I и II кварталы.

3. Индекс цен переменного состава.

4. Индекс цен фиксированного состава.

5. Индекс влияния структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами. Сделайте выводы.

Задача 1.8.19.

По имеющимся данным о ссудной задолженности и оборотах по погашению кредитов, проанализируйте динамику среднего по коммерческому банку числа оборотов за период, рассчитав индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов:

Отрасли	(тыс. руб.)			
	Среднегодовая задолженность по ссудам		Обороты по погашению кредитов за год	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
1	22,0	20,0	44,0	36,0
2	38,0	30,0	152,0	117,0
3	40,0	50,0	400,0	485,0
Итого	100,0	100,0	596,0	638,0

Задача 1.8.20.

Имеются данные по отдельным предприятиям отрасли:

Предприятие	Стоимость производственных фондов, тыс. руб.		Прибыль, тыс. руб.	
	предыдущий год	отчетный год	предыдущий год	отчетный год
1	9000	10800	1800	2000
2	6400	6800	1520	1640
3	7000	7700	1580	1890

Определите:

1. Индивидуальные индексы уровня рентабельности.
2. Удельные веса стоимости производственных фондов каждого предприятия за предыдущий и отчетный годы.
3. Индексы среднего уровня рентабельности:
 - а) переменного состава;
 - б) фиксированного состава;
 - в) влияния структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

Задача 1.8.21.

Имеются данные о магазинах района:

Магазин	Издержки обращения, тыс. руб.		Издержки обращения в расчете на 1 руб. объема реализации, коп.	
	предыдущий год	отчетный год	предыдущий год	отчетный год
1	76	80	13,6	13,0
2	100	108	1,1	1,1
3	96	84	9,6	10,4

Определите:

1. Индивидуальные индексы издержек обращения.
2. Удельные веса магазинов в общем объеме реализации за предыдущий и отчетный годы.
3. Индексы среднего уровня издержек обращения:
 - а) переменного состава;
 - б) фиксированного состава;
 - в) влияния структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами и сделайте выводы.

Задача 1.8.22.

Имеются следующие данные об урожайности и посевных площадях района:

Культура	Урожайность, ц/га		Посевная площадь, га	
	предыдущий период	отчетный период	предыдущий период	отчетный период
Пшеница	21	24	10	12
Просо	11	12	10	8

Определите:

1. Индивидуальные индексы урожайности по каждой культуре.
2. Удельные веса посевных площадей по каждой культуре.

3. Индексы средней урожайности:

- а) переменного состава,
- б) фиксированного состава,
- в) влияния структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

4. Прирост валового сбора зерна всего и в том числе за счет факторов (объема и структуры площадей, средней урожайности).

Задача 1.8.23.

Имеются следующие данные по предприятию:

Участок	Трудоемкость одного изделия, час.		Выработано продукции, тыс. шт.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
1	3,5	2,7	4	8
2	2,8	2,5	10	9

Определите:

- 1. Индивидуальные индексы трудоемкости изделий.
- 2. Удельный вес количества произведенной продукции на каждом участке в I и во II квартале.
- 3. Индексы средней по цеху трудоемкости:
 - а) переменного состава,
 - б) фиксированного состава,
 - в) влияния структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами. Сделайте выводы.

Задача 1.8.24.

Рынок акций России за 1996 год характеризуется индексом АК&М:

Индексы АК&М	09.01.96	26.12.96	Изменение индексов, %
Промышленные предприятия	18,23	47,452	160,30
Банки	4,939	12,156	146,12
Сводный	12,832	33,93	164,42

Определите:

Изменение сводного индекса АК&М за счет влияния факторов:

- а) изменения структуры компаний,
- б) изменения курсовых индексов по отдельным группам компаний.

Задача 1.8.25.

Производительность труда рабочих на предприятии увеличилась в отчетном периоде на 1,2%, а численность рабочих сократилась на 5%. Как изменился объем произведенной продукции на предприятии?

Задача 1.8.26.

Как в среднем изменились цены на молочную продукцию, если известно, что объем реализации этих продуктов увеличился за этот период на 15%, а товарооборот по этой группе товаров увеличился на 21%?

Задача 1.8.27.

В отчетном периоде по сравнению с базисным стоимость основных производственных фондов увеличилась на 17%, а фондоотдача снизилась на 5%. Как изменился объем произведенной продукции?

Задача 1.8.28.

Трудоемкость одного изделия в отчетном периоде снизилась на 2,5%, а объем произведенной за этот период продукции увеличился на 3,2%. Как изменились при этом затраты времени на производство этой продукции?

Задача 1.8.29.

Затраты на одно изделие увеличились в отчетном году в среднем на 7,2%, а на все произведенные изделия — на 8%. Как изменилось количество изготовленных изделий?

Задача 1.8.30.

Основные показатели работы основных видов транспорта одной из областей России:

	1991 г.	1992 г.	1993 г.	1994 г.
Эксплуатационная длина путей сообщения общего пользования, км				
— железнодорожные	1 543	1 529	1 529	1 529
— автомобильные	10 009	10 029	11 402	11 483
Перевезено грузов транспортом общего пользования, тыс. т				
— железнодорожным	24 063	18 683	15 106	12 439
— автомобильным	39 223	25 699	14 855	8 094
Грузооборот транспорта общего пользования, млн. т/км				
— железнодорожного	116 090	102 811	74 672	57 956
— автомобильного	1 088	703	376	223

1. Рассчитайте индивидуальные индексы (цепные и базисные) длины путей и перевезенных грузов за каждый год и отдельно для железнодорожных и автомобильных дорог.

2. На цепной основе рассчитайте:

а) индекс грузооборота транспорта общего пользования за каждый год,

б) абсолютное изменение грузооборота всего за каждый год.

Задача 1.8.31.

По данным задачи 1.8.30:

1. Рассчитайте для каждого года среднюю длину перевозки грузов.

2. На цепной основе рассчитайте индекс средней длины перевозки грузов за каждый год.

3. Определите в абсолютном и относительном выражении изменение среднего расстояния перевозки:

а) за счет изменения длины перевозки,

б) за счет изменения видовой структуры перевозки.

Задача 1.8.32.

Имеются данные Облкомстата о реализации сельскохозяйственной продукции отдельными районами области:

Район	Вид продукции			
	Молоко		Яйцо	
	реализовано, т	средняя цена, руб. за кг	реализовано, тыс. шт.	средняя цена, руб. за шт.
Болотнинский	6 721	9 670	7 694	377
Татарский	29 416	1 105	2 740	375

Рассчитайте территориальные индексы: товарооборота, цен и физического объема.

Охарактеризуйте абсолютное различие товарооборотов рассматриваемых районов всего и в том числе за счет отдельных факторов.

Задача 1.8.33.

Имеются следующие данные по группе сельскохозяйственных предприятий района:

Хозяйство	Затраты на производство продукции в отчетном периоде, млн. руб.	Изменение затрат на единицу продукции по сравнению с базисным периодом, %
1	167,0	-2,3
2	220,0	+4,1
3	158,8	+1,8
4	250,0	-0,9

Определите:

1) индекс затрат на единицу продукции по совокупности сельскохозяйственных предприятий;

2) сводный индекс изменения затрат на производство, если физический объем производства по группе предприятий сократился на 4%;

3) сумму экономии (перерасхода) в связи с изменением затрат на производство сельскохозяйственной продукции.

Задача 1.8.34.

По одному из отделений банка имеются следующие данные о вкладах населения:

Виды вкладов	Базисный период		Отчетный период	
	количество счетов	остаток вкладов, млн. руб.	количество счетов	остаток вкладов, млн. руб.
Депозитный	10 980	10 244	10 480	11 118
Срочный	2 670	5 222	4 985	6 115
Выигрышный	560	185	496	200

Определите:

- 1) средний размер вклада в базисном и отчетном периодах;
- 2) индексы среднего размера вклада переменного, постоянного состава и структурных сдвигов;
- 3) абсолютный прирост суммы вкладов всего и в том числе за счет изменения числа вкладов, изменения среднего размера вклада и сдвигов в структуре вкладов по видам.

Задача 1.8.35.

Затраты на производство по промышленному предприятию за отчетный месяц выросли на 20%, себестоимость единицы продукции при неизменной структуре производства увеличилась на 3%, количество произведенных изделий возросло на 4%.

Определите, как повлияли на изменение общей суммы затрат структурные изменения в производстве изделий (в %).

Напишите систему взаимосвязанных индексов и сделайте выводы.

Задача 1.8.36.

Имеются данные по плательщикам налога на прибыль:

Предприятия отраслей	Число налогоплательщиков		Размер прибыли, млн. руб.		Ставка налога на прибыль, %	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	80	70	42 000	40 000	30	32
2	120	100	83 000	50 000	35	40

Проанализируйте динамику налога на прибыль (в абсолютном и относительном выражении), выявив:

- 1) общее изменение суммы налога на прибыль в отчетном периоде по сравнению с базисным;
- 2) влияние отдельных факторов.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

Имеются данные о продаже товаров на рынке города:

Товар	Продано товара, тыс. кг		Цена за 1 кг, руб.	
	Июнь	Июль	Июнь	Июль
Яблоки	90	100	9,50	12,00
Морковь	60	40	18,00	15,00

Определите:

- 1) индивидуальные индексы цен и объема проданного товара;
- 2) общий индекс товарооборота;
- 3) общий индекс физического объема товарооборота;
- 4) общий индекс цен;
- 5) прирост товарооборота — всего и в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами.

Решение.

1. Индивидуальные индексы равны:

- а) цен

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

- б) количества проданных товаров

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

Так, для яблок

$$i_p = \frac{12,00}{9,50} = 1,263 (126,3\%)$$

Следовательно, цена на яблоки увеличилась на 26,3%.

$$i_q = \frac{100}{90} = 1,111 (111,1\%),$$

т.е. количество проданных яблок увеличилось на 11,1%.

Соответствующие индексы для моркови будут:

$$i_p = 0,833(83,3\%) \text{ и } i_q = 0,667(66,7\%).$$

2. Общий индекс товарооборота исчисляется по формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum(p_1 q_1)}{\sum(p_0 q_0)} = \frac{12,00 \times 100 + 15,00 \times 40}{9,50 \times 90 + 18,0 \times 60} = \frac{1800}{1935} = 0,930(93\%).$$

Товарооборот в июле снизился на 7% по сравнению с июнем.

3. Общий индекс физического объема товарооборота (количества проданных товаров) исчисляется по формуле:

$$I_q = \frac{\sum(q_1 p_0)}{\sum(q_0 p_0)} = \frac{100 \times 9,50 + 40 \times 18,00}{90 \times 9,50 + 60 \times 18,00} = \frac{1670}{1935} = 0,863(86,3\%).$$

Это значит, что количество проданного товара в июле было меньше на 13,7%, чем в июне.

4. Общий индекс цен равен:

$$I_p = \frac{\sum(q_1 p_1)}{\sum(q_1 p_0)} = \frac{12,00 \times 100 + 15,00 \times 40}{9,50 \times 100 + 18,00 \times 40} = \frac{1800}{1670} = 1,078(107,8\%),$$

т.е. цены на оба товара в среднем выросли на 7,8%.

5. Прирост (снижение) товарооборота исчисляется как разница между числителем и знаменателем индекса товарооборота:

$$\sum(p_1 q_1) - \sum(p_0 q_0) = 1800 - 1935 = 135 \text{ тыс. руб.}$$

Этот прирост (снижение) обусловлен изменением цен на товары и изменением количества проданных товаров.

Прирост за счет изменения цен составил:

$$\sum(p_1 q_1) - \sum(p_0 q_1) = 1800 - 1670 = 130 \text{ тыс. руб.}$$

и снижение за счет изменения количества проданных товаров:

$$\sum(q_1 p_0) - \sum(q_0 p_0) = 1670 - 1935 = 265 \text{ тыс. руб.}$$

Следовательно, снижение товарооборота на 135 руб. произошло за счет сокращения количества проданных товаров на 265 тыс. руб. и за счет роста цен на 130 тыс. руб. $[(-265) + (+130) = -135 \text{ тыс. руб.}]$.

Между исчисленными индексами существует взаимосвязь:

$$I_{pq} = I_q \times I_p = 0,863 \times 1,078 = 0,93.$$

Пример 2.

Имеются следующие данные о продаже товаров в универсаме города:

Товарная группа	Продано в предыдущем периоде, тыс. руб.	Изменение количества проданных товаров в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
Видеотехника	300	+10
Бытовая техника	327	+12

Определите индекс физического объема товарооборота.

Решение.

Индекс физического объема товарооборота определяется как средний арифметический:

$$I_q = \frac{\sum(i_q q_0 p_0)}{\sum(q_0 p_0)},$$

где $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ — индивидуальный индекс физического объема.

$$i_{\text{видеотех}} = 1,1$$

$$i_{\text{быт.тех}} = 1,12, \text{ получаем:}$$

$$I_q = \frac{1,1 \times 300 + 1,12 \times 327}{300 + 327} = \frac{696}{627} = 1,110 \text{ или } 111,0\%.$$

Следовательно, количество проданных товаров увеличилось на 11%, что в денежном выражении составило 69 тыс. руб.

Если, например, известно, что цены на эти товары снизились на 5%, то можно определить, как изменился общий товарооборот:

$$I_{pq} = I_q \times I_p = 1,10 \times 0,95 = 1,045 \text{ или } 104,5\%,$$

т.е. товарооборот увеличился по этим товарам на 4,5%.

Пример 3.

Имеются следующие данные о продаже товаров в торговых предприятиях района:

Товар	Товарооборот в действующих ценах, тыс. руб.		Изменение средних цен во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Обувь	60	80	+12
Трикотаж	24	30	+5
Кожгалантерея	32	45	+2

Определите:

- 1) изменение цен на проданные товары (индекс цен);
- 2) общий индекс товарооборота;
- 3) общий индекс физического товарооборота.

Решение.

1) Общий индекс цен исчислим в форме среднего гармонического индекса:

$$I_p = \frac{\sum (p_1 q_1)}{\sum (p_0 q_1)}$$

Здесь $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ — индивидуальный индекс цен.

Для вычисления этого индекса определим предварительно индивидуальные индексы цен:

для обуви	100+12=112% или 1,12 в коэффициентах,
для трикотажа	100+5=105% или 1,05,
для кожгалантереи	100+2=102% или 1,02.

Следовательно,

$$I_p = \frac{80 + 30 + 45}{\frac{80}{1,12} + \frac{30}{1,05} + \frac{45}{1,02}} = \frac{155}{144} = 1,076$$

или 107,6%, т.е. цены в среднем увеличились на 7,6%. Сумма перерасхода, полученная населением от повышения цен, составила 155 — 144 = +11 тыс. руб.

2) Общий индекс товарооборота равен:

$$I_{pq} = \frac{\sum (p_1 q_1)}{\sum (p_0 q_0)} = \frac{80 + 30 + 45}{60 + 24 + 32} = \frac{155}{116} = 1,336 \text{ или } 133,6\%.$$

Товарооборот во II квартале вырос по сравнению с I кварталом на 33,6%, а в денежном выражении +39 млн. руб. (155 — 116).

3) Общий индекс физического товарооборота:

$$I_q = \frac{\sum (q_1 p_0)}{\sum (q_0 p_0)} = \frac{144}{116} = 1,241$$

или 124,1%, следовательно, количество проданных товаров увеличилось на 24,1%, что составляет 28 тыс. руб.

Между вычисленными индексами существует взаимосвязь:

$$I_{pq} = I_q \times I_p = 1,241 \times 1,076 = 1,336 \text{ или } 133,6\%.$$

$$\Delta_{pq} = \Delta_{pq}(p) + \Delta_{pq}(q) = 11 + 28 = 39 \text{ тыс. руб.}$$

Пример 4.

Имеются следующие данные о выпуске продукции «А» по двум заводам района:

Завод	Предыдущий период			Отчетный период		
	Произведено продукции, тыс. шт.	Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.	Удельный вес продукции завода	Произведено продукции, тыс. шт.	Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.	Удельный вес продукции завода
	q_0	z_0	d_0	q_1	z_1	d_1
1	120	48	0,50	160	40	0,40
2	120	40	0,50	240	44	0,60
Итого	240	-	1,00	400	-	1,00

Определите индексы себестоимости продукции:

- 1) переменного состава;
- 2) фиксированного состава;
- 3) влияния структурных сдвигов.

Решение.

1) Определим индекс себестоимости переменного состава, который равен соотношению средней себестоимости продукции по двум заводам:

$$I_{\text{пер.сост.}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} =$$

$$= \frac{40 \times 160 + 44 \times 240}{400} : \frac{48 \times 120 + 40 \times 120}{240} = \frac{42,4}{44,0} = 0,964$$

или 96,4%.

Индекс показывает, что средняя себестоимость изделия по двум заводам снизилась на 3,6%. Это снижение обусловлено изменением себестоимости продукции по каждому заводу и изменением структуры (удельного веса продукции заводов). Выявим влияние каждого из этих факторов на динамику средней себестоимости, исчислив индексы себестоимости фиксированного состава и влияния структурных сдвигов.

2) Индекс себестоимости фиксированного состава:

$$I_{\text{фикс.сост.}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} =$$

$$= \frac{40 \times 160 + 44 \times 240}{48 \times 160 + 40 \times 240} = \frac{16960}{17280} = 0,981$$

или 98,1%.

Себестоимость продукции по двум заводам в среднем снизилась на 1,9%.

3) Индекс влияния структурных сдвигов:

$$I_{\text{стр.сдв.}} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} =$$

$$= \frac{48 \times 160 + 40 \times 240}{400} : \frac{48 \times 120 + 40 \times 120}{240} =$$

$$= \frac{17280}{400} : \frac{10560}{240} = \frac{43,2}{44,0} = 0,982$$

или 98,2%.

Средняя себестоимость изделия в отчетном периоде снизилась дополнительно на 1,8% за счет изменения структуры, т.е. за счет роста удельного веса продукции завода 2 с 50 до 60%, на котором уровень себестоимости продукции был ниже по сравнению с заводом 1.

Исчисленные выше индексы можно вычислить по удельным весам продукции заводов, выраженных в коэффициентах:

$$a) I_{\text{пер.сост.}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_0} =$$

$$= \frac{40 \times 0,40 + 44 \times 0,60}{48 \times 0,50 + 40 \times 0,50} = \frac{42,4}{44,0} = 0,964$$

$$б) I_{\text{фикс.сост.}} = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_1} =$$

$$= \frac{40 \times 0,40 + 44 \times 0,60}{48 \times 0,40 + 40 \times 0,60} = \frac{42,4}{43,2} = 0,981$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } I_{\text{стр.сдв}} &= \frac{\sum z_0 d_1}{\sum z_0 d_0} = \\
 &= \frac{48 \times 0,40 + 40 \times 0,60}{48 \times 0,5 + 40 \times 0,50} = \frac{43,2}{44,0} = 0,982.
 \end{aligned}$$

Взаимосвязь между вычисленными индексами:

$$I_{\text{пер.сост}} = I_{\text{фикс.сост}} \times I_{\text{стр.сдв}} = 0,981 \times 0,982 = 0,964.$$

Пример 5.

Затраты на производство продукции по промышленному предприятию за отчетный месяц выросли на 22%, себестоимость единицы продукции при неизменной структуре производства увеличилась на 4%, количество произведенных изделий возросло на 6%.

1. Определите, как повлияли на изменение общей суммы затрат структурные изменения в производстве изделий (в %).

2. Напишите систему взаимосвязанных индексов и сделайте выводы.

Решение.

$$I_{zq} = I_z \times I_{\text{стр.сдв}} \times I_q,$$

где

I_z — индекс затрат;

$I_{\text{стр.сдв}}$ — индекс влияния структурных сдвигов в производстве изделий;

I_q — индекс количества произведенных изделий.

Отсюда,

$$I_{\text{стр.сдв}} = \frac{I_{zq}}{I_q \times I_z} = \frac{1,22}{1,04 \times 1,06} = \frac{1,22}{1,1024} = 1,107 \text{ или } 110,7\%.$$

Следовательно, в результате увеличения доли изделий с наиболее высокими затратами на их производство, общая сумма затрат увеличилась на 10,7%.

РАЗДЕЛ 2. СТАТИСТИКА В ПРИКЛАДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

2.1. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ СТРАНЫ

Задача 2.1.1.

Рассчитайте валовой внутренний продукт страны в рыночных ценах отчетного года (данные условные), если известно:

	млрд. усл. ед.
валовой внутренний выпуск продуктов и услуг в основных ценах	1886,3
промежуточное потребление в рыночных ценах	974,2
налоги на продукты, услуги	99,6
субсидии на продукты и импорт	50,4

Задача 2.1.2.

Постройте «Счет использования доходов» страны, если известно, что расходы домашних хозяйств на конечное потребление в отчетном году составили 906,3 млрд. усл. ед. Общественными организациями, обслуживающими домашние хозяйства, использовано за этот же период на конечное потребление 28,8 млрд. усл. ед., а государственными учреждениями 187,5 млрд. усл. ед.

Валовой национальный располагаемый доход страны за изучаемый период составил 1284,2 млрд. усл. ед.

Задача 2.1.3.

Определите на сколько процентов снизился объем производства валового внутреннего продукта за 1990—1995 годы, если известно, что в 1991 году по сравнению с 1990 годом он сократился на 5%, в 1992 году по сравнению с 1991 годом на 14%, а в 1995 году на 24% по сравнению с 1992 годом.

Задача 2.1.4.*

Имеются следующие данные по активам национального богатства (млн. руб.):

1) основные средства	180
2) материальные оборотные средства	91
3) ценности	385
4) затраты на разработку месторождений	24
5) средства программного обеспечения	44
6) произведения искусства	1524
7) земля	2110
8) полезные ископаемые	3720
9) договора об аренде	173
10) лицензии, патенты	164
11) денежная наличность	724
12) монетарное золото	2643
13) депозиты	285
14) акции	780
15) специальные права заимствования	520

Определите общий объем активов национального богатства и их структуру по следующим компонентам:

- 1) финансовые активы;
- 2) нефинансовые активы:
 - а) произведенные активы и непроизведенные активы;
 - б) материальные активы и нематериальные активы.

Задача 2.1.5.

Имеются данные по акционерному хозяйству за отчетный год (руб.):

1. Основные средства по первоначальной стоимости за вычетом износа на начало года	70 600
2. Введено в эксплуатацию новых основных фондов за отчетный год	2900
3. Списано из-за ветхости и износа основных средств по первоначальной стоимости за вычетом износа	800

* Задача 2.1.4, составлена Т.Н. Миназевой.

4. Сумма износа основных средств на начало года	17 880
5. Износ списанных основных средств	710
6. Сумма износа, начисленного за отчетный год	4270
7. Стоимость выполненного за год капитального ремонта	90

Определите:

- 1) стоимость основных средств на конец года:
 - а) полную первоначальную;
 - б) первоначальную за вычетом износа;
- 2) износ основных средств на конец года;
- 3) коэффициенты состояния основных средств на начало и конец года;
- 4) коэффициенты движения основных средств.

Задача 2.1.6.

Имеются данные об основных фондах предприятия за отчетный год (тыс. руб.):

1) полная первоначальная стоимость основных фондов на начало года	17 200
2) сумма износа основных фондов на начало года	4520
3) стоимость капитального ремонта основных фондов за год	1650
4) за год введены в эксплуатацию новые основные производственные фонды	4420
5) выбыли из-за ветхости и износа основные фонды по стоимости за вычетом износа	80
6) полная первоначальная стоимость выбывших основных фондов	4330
7) сумма начисленного за год износа	1810

Определите:

1. Стоимость основных фондов на конец года:
 - а) полную первоначальную;
 - б) первоначальную стоимость за вычетом износа.
2. Сумму износа основных фондов на конец года.
3. Коэффициенты состояния основных фондов на начало и конец года.
4. Коэффициенты движения основных фондов.

Задача 2.1.7.

Имеются данные об основных фондах предприятия за отчетный год:

- 1) сумма износа основных фондов на начало года, тыс. руб. 3020
- 2) коэффициент износа на начало года, % 28,0
- 3) стоимость проведенного за год капитального ремонта основных фондов, тыс. руб. 450
- 4) выбыло основных фондов за год по полной первоначальной стоимости, тыс. руб. 630
- 5) процент износа выбывших основных фондов 92,0
- 6) среднегодовая норма износа, % 11,0
- 7) введено в эксплуатацию новых основных фондов, тыс. руб. 5050

Определите:

1. Стоимость основных фондов на начало года:
 - а) полную первоначальную;
 - б) первоначальную за вычетом износа.
2. Полную первоначальную стоимость основных фондов на конец года.
3. Среднюю годовую стоимость основных фондов.
4. Первоначальную стоимость основных фондов за вычетом износа на конец года.
5. Сумму износа на конец года.

Задача 2.1.8.

Известны следующие данные об основных средствах предприятия за отчетный год:

1. Полная первоначальная стоимость основных средств на начало года, руб. 30 200
2. Полная первоначальная стоимость введенных в эксплуатацию основных средств, руб. 9180
3. Коэффициент обновления основных средств, % 22,0
4. Коэффициент выбытия основных средств, % 11,3

Определите:

1. Стоимость выбывших основных средств.
2. Полную первоначальную стоимость на конец года.
3. Среднюю годовую стоимость основных средств.

Задача 2.1.9.

Известны следующие данные об основных средствах фирмы за год:

1. Коэффициент обновления основных средств, % 15,0
2. Коэффициент выбытия основных средств, % 16,0
3. Полная первоначальная стоимость основных средств на начало года, тыс. руб. 30,0
4. Полная первоначальная стоимость введенных в эксплуатацию основных средств, млн. руб. 10,5

Определите:

1. Стоимость выбывших основных средств.
2. Полную первоначальную стоимость основных средств на конец года.
3. Среднюю годовую стоимость основных средств.

Задача 2.1.10.

Имеются данные по предприятию «СНТК» (руб.):

Показатели	Базисный год	Отчетный год
Средняя годовая стоимость основных производственных фондов	23 350	26 000
в том числе: активной части	15 600	18 326
Объем выполненных работ (в сопоставимых ценах)	46 600	40 310

Определите:

1. Индекс динамики фондоотдачи основных производственных фондов.
2. Индекс динамики объема выполненных работ.
3. Индекс динамики стоимости основных производственных фондов.
4. Взаимосвязь между исчисленными индексами.
5. Фондоотдачу активной части основных производственных фондов за каждый год.
6. Долю активной части основных фондов в общей стоимости за каждый год.
7. Влияние изменения стоимости основных фондов, доли активной части основных фондов на прирост объема выполненных работ в абсолютном выражении.

Задача 2.1.11.

Известны данные по фирме «Лотос» (млн. руб.):

Показатели	Базисный год	Отчетный год
Объем выполненных работ (в сопоставимых ценах)	24,0	27,5
Средняя годовая стоимость основных производственных фондов	20,0	25,0
в том числе: активной части	14,0	18,75

Определите:

1. Индекс динамики фондоотдачи основных средств производственного назначения.
2. Индекс динамики объема выполненных работ.
3. Индекс динамики стоимости основных средств производственного назначения.
4. Взаимосвязь исчисленных индексов.
5. Фондоотдачу активной части основных средств.
6. Долю активной части основных средств в их общей стоимости.
7. Влияние изменения стоимости основных средств, доли активной части основных средств и фондоотдачи активной части на прирост объема выполненных работ в абсолютном выражении.

Задача 2.1.12.

Для оценки стоимости основных средств региона проведен 5% механический отбор, в результате чего установлено:

Группы предприятий по стоимости основных средств, тыс. руб.	Число предприятий
До 10,0	131
10,0—20,0	227
20,0—30,0	294
30,0—40,0	146
40,0—50,0	128
50,0 и выше	74

Определите:

- 1) по включенным в выборку предприятиям:
 - а) среднюю стоимость основных средств на одно предприятие;
 - б) долю предприятий со стоимостью основных средств более 50,0 тыс. руб.;
- 2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю стоимость основных средств на одно предприятие и долю предприятий со стоимостью свыше 50,0 тыс. руб. в целом по региону;

3) ожидаемую сумму налога на имущество (2%) со стоимости основных средств по обследованной группе предприятий и по региону в целом.

Задача 2.1.13.

Известны данные по предприятию «Артекс» за II квартал:

1. Число полуавтоматов (штук)	280
2. Режим работы (смен)	2
3. Продолжительность смены (час.)	8
4. Плановый ремонт (станко-час.)	1464
5. Выходные и праздничные дни	28
6. Фактически отработано станко-часов	260 000

Определите календарный, режимный, располагаемый фонды станочного времени и коэффициенты использования станочного времени за II квартал.

Задача 2.1.14.

Максимально длительная мощность электрогенератора 2100 квт., за апрель он проработал 620 часов и выработал 766 тыс. квт. часов энергии.

Определите коэффициенты нагрузки электрогенератора:

- 1) по времени работы (экстенсивной нагрузки);
- 2) по мощности (интенсивной нагрузки);
- 3) по объему работы (интегральной нагрузки).

Задача 2.1.15.

Определите коэффициент оборачиваемости в днях и число оборотов материальных оборотных средств в базисном и отчетном периодах, если в базисном периоде реализованная продукция предприятия составила 180 тыс. руб., а средний остаток материальных оборотных средств — 18 тыс. руб.

В отчетном периоде при тех же оборотных средствах выручка от реализации продукции составила 216 тыс. руб. Число календарных дней в отчетном и базисном периодах — 30.

Задача 2.1.16.

Имеются следующие данные о запасах сахара в одной из торговых организаций области (г):

на 1. 01. 96	32
1. 02. 96	35
1. 03. 96	37
1. 04. 96	38
1. 05. 96	40
1. 06. 96	48
1. 07. 96	46
1. 08. 96	45
1. 09. 96	40
1. 10. 96	35
1. 11. 96	34
1. 12. 96	33
1. 01. 97	30

Определите:

- 1) среднеквартальные и среднегодовые запасы сахара в торговой организации;
- 2) индексы сезонности запасов сахара;
- 3) среднюю обеспеченность предприятия запасами сахара в днях, если среднесуточный расход составляет 5,5 тонн.

Задача 2.1.17.

Имеются следующие данные по четырем участкам цеха:

Участок	Фактический расход материалов, кг		Процент выполнения норм расхода материалов на единицу продукции	Доля отходов в % к общему расходу материала
	на весь выпуск продукции	на единицу продукции		
1	100	0,5	97,1	15
2	120	0,8	90,9	10
3	300	1,0	93,3	13
4	240	1,2	100,0	12

Определите по всем участкам средние значения:

- 1) расхода материалов на единицу продукции;
 - 2) процента выполнения норм расхода материалов на единицу продукции;
 - 3) доли отходов в общем расходе материалов.
- Сделайте выводы.

Задача 2.1.18.

Имеются данные по плательщикам налога на прибыль:

Предприятия отраслей	Число налогоплательщиков		Размер прибыли, тыс. руб.		Ставка налога на прибыль, %	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	80	70	42 000	40 000	30	32
2	120	100	83 000	50 000	35	40

Проанализируйте динамику налога на прибыль (в абсолютном и относительном выражении), выявив:

- 1) общее изменение суммы налога на прибыль в отчетном периоде по сравнению с базисным;
- 2) влияние отдельных факторов.

Задача 2.1.19.

По имеющимся данным о ссудной задолженности и оборотах по погашению кредитов, проанализируйте динамику среднего по коммерческому банку числа оборотов за период, рассчитав индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов:

Отрасли	Среднегодовая задолженность по ссудам		Обороты по погашению кредитов за год	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
1	22,0	20,0	44,0	36,0
2	38,0	30,0	152,0	117,0
3	40,0	50,0	400,0	485,0
Итого	100,0	100,0	596,0	638,0

Задача 2.1.20.

Известно распределение вкладчиков районного отделения Сбербанка по размеру вкладов:

Группы вкладчиков по размеру вклада, руб.	Число вкладчиков, тысяч
До 50	168
50—100	29
100—500	13
500—1000	3,0

Продолжение табл.

Группы вкладчиков по размеру вклада, руб.	Число вкладчиков, тысяч
1000—5000	1,0
5000—10000	0,093
10000 и более	0,016
Итого	214,109

Рассчитайте структурные средние: медиану, первый и третий квартили, первый и девятый децили.

Задача 2.1.21.

Известны следующие данные о доходах государственного бюджета РСФСР и расходах на социальное обеспечение за период с 1960—1983 гг.:

(млн. руб.)

Годы	1960	1970	1975	1980	1981	1982	1983
Доходы гос-бюджета	26 554	41 146	58 068	78 243	78 856	88 045	95 339
Расходы на социальное обеспечение	3 156	7 496	10 645	13 941	14 831	15 737	16 088

Для выявления зависимости между доходами государственного бюджета и расходами на социальное обеспечение рассчитайте:

- 1) линейный коэффициент корреляции;
- 2) коэффициент регрессии.

Задача 2.1.22.

По нижеследующим данным рассчитать среднюю купюрность денег, выпущенных в обращение:

	Достоинство купюр										
	1 коп.	5 коп.	10 коп.	50 коп.	1 руб.	2 руб.	5 руб.	10 руб.	50 руб.	100 руб.	500 руб.
Выпущено в обращение, млн.	130	100	80	70	40	540	500	710	620	600	500

Задача 2.1.23.

Имеются следующие данные о доходах и расходах бюджета области по кварталам в 1996 году:

	Кварталы			
	I	II	III	IV
Доходы — всего, млрд. руб.	1217,9	1553,1	1439,1	2142,8
в том числе:				
налог на прибыль	294,4	470,3	315,5	487,5
НДС	417,5	336,6	401,8	668,7
подходный налог	183,6	213,8	228,6	214,1
Расходы — всего, млрд. руб.	1376,5	1606,5	1630,4	2370,1
в том числе:				
на народное хозяйство	333,7	518,8	394,7	451,5
на социально-культурные мероприятия	695,9	750,3	717,2	1012,5

Определите:

- 1) относительные показатели структуры доходов и расходов бюджета;
 - 2) динамику доходной и расходной части бюджета.
- Сделайте сопоставления и выводы.

Задача 2.1.24.

По данным темпам роста курсов ценных бумаг на 09. 01. 97г., входящих в листинг, рассчитайте сводный индекс по методике «Financial Times» FT:

$$I_{FT} = \sqrt[n]{\prod I_{\text{котировки}}}$$

Эмитент	Изменение котировки, %
ТД «ГУМ»	257,1
«ГАЗ»	43,7
РАО «ЕЭС России»	226,9
«Красный Октябрь» (конд. фабрика)	318,6
«Московская ГТС»	355,3
«Кировский завод» (машиностроительный)	17,8
«ЛУКОЙЛ нефтяная компания»	163,3

Задача 2.1.25.

Рынок акций России за 1996 год характеризуется индексом АК&М:

Индексы АК&М	26.01.96	26.12.96	Изменение индексов, %
Промышленные предприятия	18,23	47,452	160,30
Банки	4,939	12,156	146,12
Сводный	12,832	33,93	164,42

Определите:

Изменение сводного индекса АК&М за счет влияния факторов:

- изменения структуры компаний,
- изменения курсовых индексов по отдельным группам компаний.

Задача 2.1.26.

Имеются следующие данные об объемах торгов акциями, входящих в индекс РТС за два смежных периода:

	Объем торгов базисного периода		Объем торгов отчетного периода	
	тыс. шт.	тыс. \$	тыс. шт.	тыс. \$
Иркутскэнерго	10680,0	2983,465	7810,0	2138,2
Камаз	114,0	341,8	308,0	834,45
Коминнефть	8,533	41,052	37,0	184,85
Красноярскэнерго	600,0	250,0	550,0	248,0
Лукойл-холдинг	3867,602	84724,33	4554,089	95634,44
Ленэнерго	1794,4	1733,351	95,0	81,45
Мегионнефтегаз	85,0	601,35	81,0	559,05
Мосэнерго	22326,21	32288,819	15534,0	21707,679
Нижневартовск-нефтегаз	49,243	2352,05	1,0	31,0
Норильский никель	270,1	2546,98	291,0	2775,95

Продолжение табл.

	Объем торгов базисного периода		Объем торгов отчетного периода	
	тыс. шт.	тыс. \$	тыс. шт.	тыс. \$
Ноябрьскнефтегаз	18,0	220,0	47,0	537,1
Оренбургнефть	98,0	702,8	142,2	1171,01
Пурнефтегаз	299,156	3182,087	211,0	2319,480
РАО «ЕЭС России»	339000,0	111429,79	270352,0	82001,862
Ростелеком	4471,0	14749,84	3261,7	10235,695
Сургутнефтегаз	109820,0	21592,055	100929,5	18948,315
ТД «ГУМ»	250,0	1111,35	97,48	417,612
Томскнефть	197,18	3546,94	14,0	255,0
Черногорнефть	22,3	326,373	12,0	175,648
Юганскнефтегаз	193,0	3795,065	33,0	609,55
СПБ телефон	547,3	1272,345	146,0	273,0

Определите:

1. Общий объем торгов на РТС в базисном и отчетном периодах.

2. Среднюю цену акций каждого эмитента в базисном и отчетном периодах.

3. Изменение фондового индекса РТС в отчетном периоде по сравнению с базисным, если листинг акций не менялся и соответствует следующей структуре:

Эмитент	Количество простых акций в обращении
Черногорнефть	26 771 420
КОНДнефтепродукт	37 881 990
РАО «ЕЭС России»	41 041 753 984
Торговый дом ГУМ	6 000 000
Иркутскэнерго	4 766 808 000
Камаз	125 000 000
Коминнефть	42 675 000

Продолжение табл.

Эмитент	Количество простых акций в обращении
Красноярскэнерго	585 539 544
Лукойл холдинг	649 551 391
Ленэнерго	766 035 008
Мегионнефтегаз	99 474 705
Мосэнерго	2 560 000 000
Норильский никель	94 499 936
Ноябрьскнефтегаз	58 908 750
Нижневартовск-нефтегаз	13 662 962
Оренбургнефть	66 060 625
Пурнефтегаз	83 524 525
Ростелеком	700 312 800
Сургутнефтегаз	4123 198 841
Петербургская телефонная сеть	376 690 980
Томскнефть	33 774 080
Юганскнефтегаз	40 025 205
Дальневосточное речное пароходство	1 643 593 000
Варьганнефтегаз	172 669 600

Задача 2.1.27.

Определите фондовый индекс РТС в отчетном периоде, если в базисном периоде он составил 427,197 пунктов, а изменения капитализированной стоимости акций соответствуют условию задачи 2.1.26.

Задача 2.1.28.

По данным задачи 2.1.26. определите:

1. Объем торгов (в тыс. шт. и тыс. \$) акциями компаний в отчетном и базисном периодах.
2. Изменение капитализированной стоимости акций этих компаний.

3. Влияние динамики объема торгов нефтяных компаний на изменение фондового индекса РТС.

Задача 2.1.29.

Имеются следующие данные о капитализированной стоимости акций в 1997 г., входящих в фондовый индекс РТС*:

Дата	млрд. руб.
на 23 октября	59,876
на 30 октября	48,399
на 6 ноября	49,661
на 13 ноября	39,063
на 20 ноября	40,868
на 27 ноября	38,523
на 4 декабря	40,989
на 11 декабря	38,434

Определите:

1. Цепные темпы роста капитализированной стоимости акций.
2. Фондовые индексы РТС на указанные даты, если на 23 октября он составил 528,500.
3. Отрадите динамику фондового индекса РТС на графике. Сделайте выводы.

Задача 2.1.30.

Имеются данные по четырем крупнейшим акционерным обществам области (данные условные):

Акционерное общество	Цена (усл. ед.)			Кол-во выпущенных акций (млн. шт.)		
	1991	1992	1993	1991	1992	1993
Сибторгбанк	100	100	60	2	2	4
НГТС	25	32	36	10	10	10
Оловокомбинат	18	25	25	20	20	20
Элсиб	80	100	60	5	5	10

Рассчитайте среднюю цену акций крупнейших акционерных компаний области (аналог индекса Доу-Джонса) с учетом и без учета деления акций за каждый год.

Сделайте выводы.

* Журнал «Деньги», 1997 г., № 41—47.

Задача 2.1.31.

В отчетном периоде на предприятии было произведено:

готовых изделий	тыс. руб.
— из своего сырья	1520
— из сырья заказчика	312
в том числе стоимость сырья заказчика	207
полуфабрикатов	1017
из которых — потреблено в своем производстве	718
— реализовано на сторону	402
Кроме того за отчетный период осуществлен капитальный ремонт	
— своего оборудования	19
— оборудования других предприятий	61
Остатки незавершенного производства	
— на начало периода составили	185
— на конец периода	203
Остатки полуфабрикатов на начало периода	322
на конец периода	139

Определите выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота) в действующих ценах за отчетный период.

Задача 2.1.32.

Известны следующие данные о производстве и реализации продукции по предприятию за отчетный период (тыс. руб.):

1. Произведено готовых изделий в основных цехах	3600
в том числе:	
— из материалов заказчика	917
— стоимость материала	502
2. Произведено готовых изделий цехом ширпотреба	627
3. Выработано электроэнергии на заводской электростанции	438
из которой:	
— отпущено своим промышленным подразделениям	22
— отпущено на сторону	56
— остальная электроэнергия потреблена на производственные нужды предприятия	
4. Выработано полуфабрикатов	360
из них:	2547
— потреблено на производственные нужды	
— отпущено на сторону	1930
5. Выполнен капитальный ремонт оборудования	411
— своего предприятия	
— других предприятий	49
	106

6. Остатки незавершенного производства	
— на начало года	86
— на конец года	99
7. Остатки готовых изделий на складе готовой продукции	
— на начало года	205
— на конец года	173
8. В отчетном периоде поступила оплата за продукцию, отгруженную в предыдущие периоды	917
9. Осталась неоплаченной на конец периода продукция, отгруженная в отчетном периоде	774
10. Реализовано в отчетном периоде:	
— отходы производства	3
— окончательный брак	0,2
11. Остатки полуфабрикатов на конец периода	220

Определите выпуск товаров и услуг предприятия (без внутрипроизводственного оборота) в действующих ценах, отгруженную и оплаченную продукцию.

Задача 2.1.33.

Выпуск товаров и услуг предприятия в действующих ценах в отчетном периоде составил 716 тыс. руб.

Определите внутрипроизводственный оборот предприятия, если известно, что в отчетном периоде выработано полуфабрикатов на 243 тыс. руб., из которых потреблено в своем производстве на 155 тыс. руб., реализовано на сторону на 95 тыс. руб., остатки полуфабрикатов на начало периода 20 тыс. руб., на конец периода 30 тыс. руб., остатки незавершенного производства на начало периода составляли 61 тыс. руб., на конец периода 41 тыс. руб.

Задача 2.1.34.

Готовая продукция за отчетный период по предприятию составила 1896 тыс. руб.

Определите выпуск товаров и услуг предприятия и оплаченную продукцию, если известно, что остатки полуфабрикатов за период снизились на 235 тыс. руб., остатки незавершенного производства возросли на 17 тыс. руб., остатки готовых изделий на складе готовой продукции остались без изменения, а остатки средств в расчетах за отгруженную и неоплаченную продукцию увеличились на 418 тыс. руб.

Задача 2.1.35.

* Имеются данные по предприятию за два периода (тыс. руб.):

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Выпуск товаров и услуг в действующих ценах (без внутрипроизводственного оборота)	562	526
Изменение остатков полуфабрикатов	-17	+23
Изменение остатков незавершенного производства	-59	+111
Изменение остатков готовых изделий на складе	-170	-414
Изменение остатков средств в расчетах за отгруженную и неоплаченную продукцию	+8	+99

Определите изменение стоимости оплаченной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным (в абсолютном и относительном выражении): общее и под влиянием отдельных факторов.

Задача 2.1.36.

Имеются данные о стоимостных показателях продукции промышленного предприятия (тыс. руб.):

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Выпуск товаров и услуг в действующих ценах	2000	1800
Товарная продукция	2100	2120
Отгруженная продукция	2190	2300
Оплаченная продукция	2400	2380

Определите абсолютное и относительное изменение оплаченной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным: общее и под влиянием отдельных факторов.

Задача 2.1.37.

Известны данные по предприятию за два года (тыс. руб.):

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Выпуск готовых изделий	38	35
Выработано полуфабрикатов	30	26
Потреблено полуфабрикатов в собственном производстве	14	14

Продолжение табл.

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Реализовано полуфабрикатов на сторону	19	15
Остатки полуфабрикатов на складах цехов предприятия	8	6
Выполнено ремонтных работ:		
— капитальный ремонт офиса	17	-
— капитальный ремонт своего оборудования	11	3
— капитальный ремонт оборудования других заводов	16	8
Остатки незавершенного производства:		
— на начало года	9	6
— на конец года	6	11
Остатки средств в расчетах за отгруженную и неоплаченную продукцию:		
— на начало года	2	12
— на конец года	12	18
Отгруженная продукция	70	70

Определите изменение оплаченной продукции в отчетном году по сравнению с базисным (в абсолютном и относительном выражении): общее и под влиянием отдельных факторов.

Задача 2.1.38.

Имеются следующие данные о товарообороте области (млн. руб.):

Продавец	Покупатель	
	Торговые организации	Потребители товаров
Производители товаров	12 000	1500
Торговые организации	5000	1000

Определите:

1. Оптовый, розничный и валовой товарооборот.
2. Товарооборот производителей товаров, торгово-посреднический товарооборот и валовой товарооборот.
3. Сальдо товарных запасов в обращении.
4. Коэффициент звенности товародвижения.

Задача 2.1.39.

Имеются следующие данные о выпуске водонагревателей и затратах на их производство:

За предыдущий год		По плану на отчетный год		Фактически за отчетный год	
Выпуск, штук	Общая сумма затрат, руб.	Выпуск, штук	Общая сумма затрат, руб.	Выпуск, штук	Общая сумма затрат, руб.
2160	345 600	2400	379 200	2640	411 840

Определите:

- Процент изменения себестоимости единицы изделия:
 - по плановым расчетам;
 - фактический;
 - выполнения планового задания.
- Процент отклонения фактической себестоимости изделия от плановых расчетов.
- Экономии (перерасход) от изменения себестоимости водонагревателей:
 - установленную плановыми расчетами;
 - фактическую.

Задача 2.1.40.

Имеются следующие данные о выпуске хлопчатобумажной ткани и ее себестоимости на фабрике:

Выработано, тыс. м			Себестоимость 1 м в руб.		
за предыдущий год	по плану на отчетный год	фактически за отчетный год	за предыдущий год	по плану на отчетный год	фактически за отчетный год
234	240	247	6,5	6,2	6,0

Определите:

- Изменение себестоимости 1 м ткани (в %):
 - по плановым расчетам;
 - фактическое.

2. Отклонение фактической себестоимости 1 м ткани от плановой себестоимости (в %).

3. Экономии (перерасход) от изменения себестоимости всего выпуска ткани:

- по плановым расчетам;
- фактическую.

4. Изменение общей суммы затрат на производство ткани в отчетном году по сравнению с предыдущим годом:

- вследствие изменения себестоимости 1 м ткани;
- вследствие изменения объема произведенной ткани.

Задача 2.1.41.

По приведенным ниже данным определите:

- структуру затрат на производство;
- себестоимость продукции (работ, услуг).

Дайте общую оценку изменения структуры затрат на производство.

(руб.)

Элементы затрат	Предыдущий год	Отчетный год
Затраты на производство и реализацию продукции (работ, услуг)	679 960	713 870
в том числе:		
— материальные затраты	477 000	479 506
— затраты на оплату труда	96 000	121 358
— отчисления на социальные нужды	36 960	47 330
— амортизация основных фондов	49 000	46 401
— прочие затраты	21 000	19 275
Из общей суммы затрат на производство:		
— относится на непроизводственные счета	2500	3700
— прирост (+) или уменьшение (—) остатка по счету «Расходы будущих периодов»	—150	—200
— уменьшение (—), увеличение (+) остатка по счету «Резервы предстоящих расходов и платежей»	—300	—450
— прирост (+), уменьшение (—) остатка НЗП, полуфабрикатов, инструментов, приспособлений собственной выработки, не включаемых в стоимость продукции	—180	+75

Задача 2.1.42.

По приведенным ниже данным определите:

- 1) структуру затрат на производство;
- 2) себестоимость продукции (работ, услуг).

Дайте характеристику затрат на производство по отдельным элементам.

(руб.)

Элементы затрат	Предыдущий год	Отчетный год
Затраты на производство и реализацию продукции (работ, услуг)	55 260	50 750
в том числе:		
— материальные затраты	22 720	18 190
— затраты на оплату труда	20 716	20 840
— отчисления на социальные нужды	8 079	8 232
— амортизация основных фондов	1 542	1 522
— прочие затраты	2 203	1 966
Из общей суммы затрат на производство:		
— относится на производственные счета	500	420
— прирост (+) или уменьшение (—) остатка по счету «Расходы будущих периодов»	—30	—
— уменьшение (—), увеличение (+) остатка по счету «Резервы предстоящих расходов и платежей»	+20	+25
— прирост (+), уменьшение (—) остатка НЗП, полуфабрикатов, инструментов, приспособлений собственной выработки, не включаемых в стоимость продукции	+25	—14

Задача 2.1.43.

По приведенным ниже данным определите:

1. Производственную и полную себестоимость продукции (работ, услуг) по плановым расчетам и фактически.
2. Удельный вес каждой отдельной статьи затрат в полной себестоимости продукции.
3. Экономии или перерасход затрат по сравнению с плановыми расчетами:
 - а) по каждой статье;
 - б) в целом по всем затратам.

4. Влияние изменения затрат по отдельным статьям на общий процент отклонения фактической себестоимости от плановых расчетов.

Укажите резервы, использование которых обеспечит дальнейшее снижение себестоимости продукции.

(руб.)

Статьи затрат	Фактический выпуск товарной продукции в оценке по себестоимости			
	предприятие 1		предприятие 2	
	квартальный план	фактической	квартальный план	фактической
Сырье и материалы	458 000	446 000	257 000	253 000
Топливо и энергия всех видов на технологические цели	6 800	7 600	5 200	4 800
Затраты на оплату труда	107 600	109 000	75 600	72 400
Расходы по освоению производства	40 000	41 000	—	—
Потери от брака	X	4 800	X	6 200
Расходы по содержанию и эксплуатации оборудования	67 000	65 000	31 000	39 000
Общепроизводственные расходы	110 000	101 600	84 000	90 000
Общехозяйственные расходы	86 000	72 800	72 000	73 000
Коммерческие расходы	22 000	28 000	14 000	16 800

Задача 2.1.44.

Имеются следующие данные:

(тыс. руб.)

	По плановым расчетам	Фактически
Производственная себестоимость товарной продукции	3780	3672
Внепроизводственные расходы	171	187
Выручка от реализации продукции	6300	6480

Продолжение табл.

	По плановым расчетам	Фактически
НДС	158	184
Среднегодовая стоимость производственных фондов	25 530	26 640

Определите по плановым расчетам и фактически:

1. Прибыль от реализации продукции.
2. Уровень рентабельности (тремя способами).

Задача 2.1.45.

Имеются следующие сведения по электромеханическому заводу за два смежных года (тыс. руб.):

	Предыдущий год	Отчетный год
Прибыль от реализации товарной продукции	3120	3536
Прибыль от прочей реализации	104	78
Внереализационные расходы	26	-26
Полная себестоимость реализо- ванной продукции	39 000	41 600
Средняя годовая стоимость производственных фондов	5200	4420

Определите:

1. Выручку от реализации товарной продукции.
2. Валовую прибыль предприятия.
3. Уровень рентабельности предприятия (тремя способами).

Задача 2.1.46.

Имеются следующие сведения о реализованной продукции станкостроительным заводом за квартал:

Станок	Реализовано, шт.	Отпускная цена 1 шт., руб.	Полная себестоимость 1 шт., руб.	
			всего	в т.ч. материальные затраты
НС-2	50	12 500	11 560	6936

Продолжение табл.

Станок	Реализовано, шт.	Отпускная цена 1 шт., руб.	Полная себестоимость 1 шт., руб.	
			всего	в т.ч. материальные затраты
К-5	105	8400	7500	4874
РТ-16	40	14 920	14 220	9954

Кроме того, завод реализовал деталей станков по отпускным ценам на 256 тыс. руб. Полная себестоимость этих деталей 210 тыс. руб., в том числе материальные затраты 132 тыс. руб.

Определите:

1. Рентабельность каждого вида реализованной продукции.
 2. Рентабельность общую по всей реализованной продукции и по каждому ее виду, исключив из полной себестоимости материальные затраты.
 3. Общую сумму прибыли от реализации.
- Сделайте выводы.

Задача 2.1.47.

На промышленном предприятии за отчетный год валовая прибыль была увеличена в 1,75 раза, а стоимость производственных фондов была увеличена на 32%.

Определите, как изменился общий уровень рентабельности предприятия за год.

Задача 2.1.48.

Общая рентабельность предприятия составила в предыдущем году 14%, а в отчетном — 18%. Средняя годовая стоимость производственных фондов увеличена в отчетном году по сравнению с предыдущим годом на 5,7%.

Определите, как изменилась валовая прибыль предприятия в отчетном году по сравнению с предыдущим.

Задача 2.1.49.

По приведенным ниже данным определите:

1. Прибыль от реализации продукции.
2. Общее изменение прибыли от реализации продукции и в том числе вследствие изменения:
 - а) цен и тарифов;

- б) себестоимости реализованной продукции;
в) объема реализованной продукции;
г) ассортимента реализованной продукции.

(руб.)

Показатель	Предыдущий год	Фактически реализованная продукция по ценам и себестоимости предыдущего года	Фактически за отчетный год
ПРЕДПРИЯТИЕ № 1			
1. Выручка от реализации продукции	20 500	21 400	21580
2. Полная себестоимость продукции	17 940	18 900	18780
ПРЕДПРИЯТИЕ № 2			
1. Выручка от реализации продукции	90 000	91 200	92 280
2. Полная себестоимость продукции	85 320	86 640	87 720
ПРЕДПРИЯТИЕ № 3			
1. Выручка от реализации продукции	880 380	916 384	992 224
2. Производственная себестоимость продукции	75 400	76 356	77 476
3. Коммерческие расходы	1424	1452	1512

Задача 2.1.50.

Имеются следующие данные по предприятию:

(руб.)

	Предыдущий год	Отчетный год
1. Валовая прибыль	49 062	52 956
2. Реализация продукции в ценах предыдущего года	398 500	418 937
3. Среднегодовая стоимость основных фондов	351 437	354 062
4. Среднегодовая стоимость материальных оборотных средств	54 400	55 275

Определите:

1. Фондоёмкость продукции и фондоотдачу.
 2. Коэффициент закрепления оборотных средств и коэффициент оборачиваемости.
 3. Рентабельность реализованной продукции.
 4. Рентабельность производства.
 5. Темпы роста (в %) всех перечисленных показателей.
- Дайте характеристику вычисленным показателям и оценку работы предприятия в целом.

Задача 2.1.51.

По данным задачи 2.1.50 определите:

Общее изменение рентабельности производства в отчетном году по сравнению с предыдущим и в том числе вследствие изменения:

- а) рентабельности реализованной продукции;
- б) фондоёмкости продукции (фондоотдачи);
- в) коэффициента закрепления материальных оборотных средств (коэффициента оборачиваемости).

Дайте оценку влияния отдельных факторов на рентабельность производства.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

Рассчитайте валовой внутренний продукт страны в рыночных ценах отчетного года, если известно:

	млн. усл. ед.
валовой выпуск продуктов и услуг в основных ценах	1783,7
промежуточное потребление в рыночных ценах	953,4
налоги на продукты, услуги и импорт	89,6
субсидии на продукты и импорт	40,1

Решение.

$$\text{ВВП} = \text{ВВ} + \text{ЧН} - \text{ПП}.$$

Здесь ВВП — валовой внутренний продукт в рыночных ценах;
ВВ — валовой выпуск продуктов и услуг в основных ценах;

ЧН — чистые налоги на продукты и импорт определяются как:

$$\text{ЧН} = \text{Налоги} - \text{Субсидии}.$$

ПП — промежуточное потребление.

$$\text{ВВП} = 1783,7 + (89,6 - 40,1) - 953,4 = 879,8 \text{ (млн. усл. ед.)}.$$

Пример 2.

Постройте «Счет использования доходов» страны, если известно, что расходы домашних хозяйств на конечное потребление в отчетном году составили 704,7 млн. усл. ед. Общественными организациями, обслуживающими домашние хозяйства, использовано за этот же период на конечное потребление — 27,4 млн. усл. ед., а государственными учреждениями — 172,8 млн. усл. ед.

Валовой национальный располагаемый доход страны за изучаемый период составил 1024,1 млн. усл. ед.

Решение.

Счет использования доходов

Использование	Сумма, млн. усл. ед.	Ресурсы	Сумма, млн. усл. ед.
2. Конечное потребление		1. Валовой национальный располагаемый доход	1024,1
— домашних хозяйств	704,7		
— общественных организаций, обслуживающих домашние хозяйства	27,4		
— государственных учреждений	172,8		
3. Валовое национальное сбережение	119,2		
Итого:	1024,1	Итого:	1024,1

$$\text{ВНС} = \text{ВНРД} - \text{КП},$$

где ВНС — валовое национальное сбережение;

ВНРД — валовой национальный располагаемый доход;

КП — конечное потребление.

$$\begin{aligned} \text{ВНС} &= 1024,1 - (704,7 + 27,4 + 172,8) = \\ &= 1024,1 - 904,9 = 119,2 \text{ млн. усл. ед.} \end{aligned}$$

Пример 3.*

Имеется следующая классификация активов национального богатства, принятая в новой системе национального счетоводства (млн. руб.):

1. Основные фонды	280
2. Материальные оборотные средства	110
3. Ценности	810
4. Затраты на геологоразведку	40
5. Средства программного обеспечения	45
6. Оригиналы художественных и литературных произведений	1250
7. Земля	1900
8. Полезные ископаемые	2600
9. Лицензии, патенты и т.п.	140
10. Монетарное золото	2600
11. Специальное право заимствования	600
12. Денежная наличность	800
13. Депозиты	300
14. Акции	800
15. Займы	300

1. Определите общий объем активов национального богатства и рассчитайте объемы и удельные веса следующих компонентов:

- нефинансовых активов;
 - финансовых активов.
2. Определите структуру нефинансовых активов, выделив:
- произведенные активы и непроеизведенные активы;
 - материальные активы и нематериальные активы;
 - материальные непроеизведенные активы.

Решение.

В соответствии с принятой классификацией национальное богатство состоит из следующих активов (см. Рис. 7, стр. 252).

Из этой схемы вытекает простое решение:

Нефинансовые активы:

$$280 + 110 + 810 + 40 + 45 + 1250 + 1900 + 2600 + 140 = 7175 \text{ млн. руб.}$$

* Решение задачи 3 предоставлено Т.Н. Миназевой.

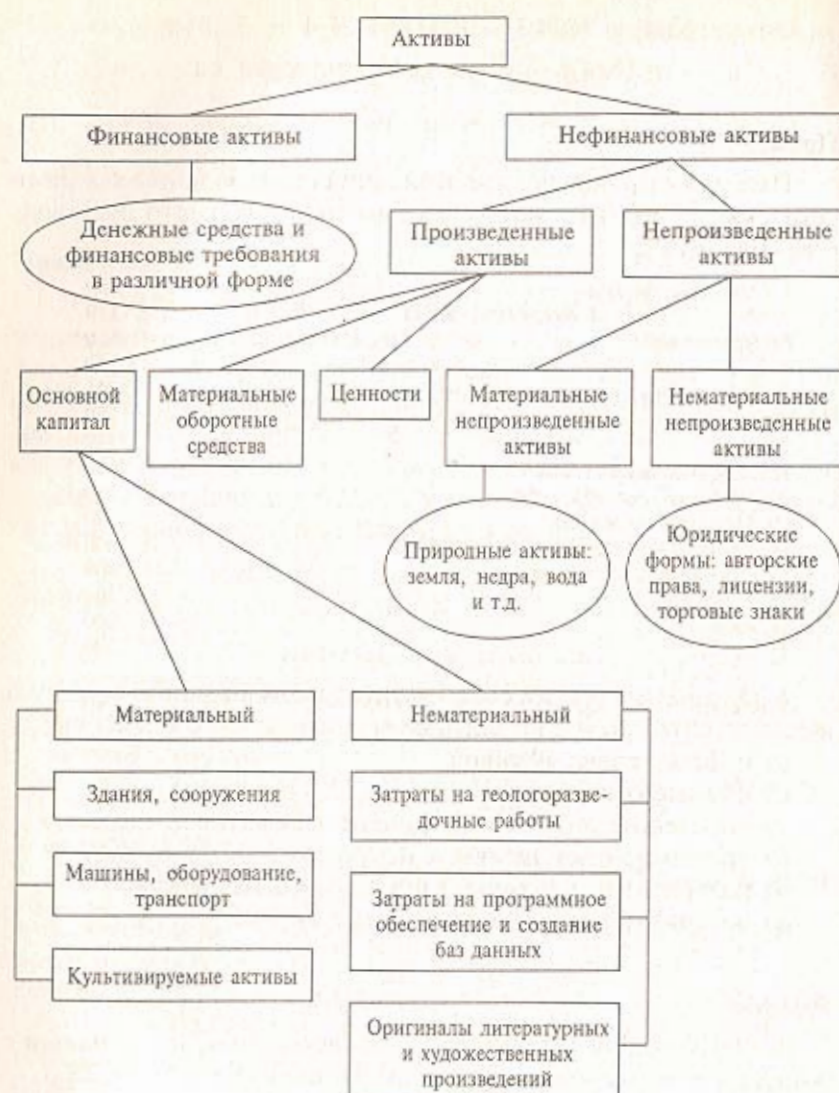


Рис. 7. Классификация активов

Финансовые активы:

$$2600 + 600 + 800 + 300 + 800 + 300 = 5400 \text{ млн. руб.}$$

Общий объем активов: $7175 + 5400 = 12575 \text{ млн. руб.}$

Произведенные активы:

$$280 + 110 + 810 + 40 + 45 + 1250 = 2535 \text{ млн. руб.}$$

Непроизведенные активы:

$$1900 + 2600 + 140 = 4640 \text{ млн. руб.}$$

В структуре нефинансовых активов произведенные составляют 35,3% ($\frac{2535}{7175} \times 100 = 35,3\%$), непроизведенные — 64,7% ($\frac{4640}{7175} \times 100 = 64,7\%$).

Из условия задачи к нематериальным нефинансовым активам относятся лишь лицензии, патенты на сумму 140 млн. руб. Следовательно, материальные активы в сумме составят: $280 + 110 + 810 + 40 + 45 + 1250 + 1900 + 2600 = 7035 \text{ млн. руб.}$ или $7175 - 140 = 7035 \text{ млн. руб.}$

Удельный вес нематериальных активов составит:

$$\frac{140}{7175} \times 100 = 2\%$$

$$\text{материальных активов } \frac{7035}{7175} \times 100 = 98\%$$

В состав материальных непроизведенных активов войдут: земля — 1900 млн. руб., полезные ископаемые — 2600 млн. руб., что в сумме составит 4500 млн. руб. или 62,7% от общего объема нефинансовых активов национального богатства.

Пример 4.

Имеются данные по акционерному обществу за отчетный год (тыс. руб.):

1. Основные средства по первоначальной стоимости за вычетом износа на начало года	70 400
2. Введено в эксплуатацию новых основных фондов за отчетный год	2880

3. Списано из-за ветхости и износа за отчетный год основных средств по первоначальной стоимости за вычетом износа	790
4. Сумма износа основных средств на начало года	17 860
5. Износ списанных основных средств	700
6. Сумма износа, начисленного за отчетный год	4250
7. Стоимость выполненного за год капремонта	180

Определите:

1. Стоимость основных средств на конец года:
 - а) полную первоначальную;
 - б) первоначальную за вычетом износа;
2. Износ основных средств на конец года.
3. Коэффициенты состояния основных средств на начало и конец года.
4. Коэффициенты движения основных средств.

Решение.

Основные средства (основные фонды в старой терминологии) — это совокупность средств труда*, которые используются в нескольких производственных циклах, постепенно изнашиваются и переносят свою стоимость на продукт по частям в течение срока службы, не теряя при этом своей натуральной формы.

Существует несколько видов оценки основных средств:

- полная первоначальная стоимость (Φ);
 - первоначальная с учетом износа ($O = \Phi - И$) (остаточная первоначальная).
- Здесь $И$ — стоимость износа основных средств;
- полная восстановительная (Φ');
 - восстановительная с учетом износа ($O' = \Phi' - И'$) (остаточная восстановительная).

Необходимость в двух последних видах оценки возникает в момент переоценки основных средств.

Полная первоначальная стоимость основных средств на конец периода определяется балансовым методом:

$$\Phi_K = \Phi_n + П - В,$$

где Φ_n, Φ_K — полная первоначальная стоимость основных средств на начало и конец года, соответственно;

* Для целей учета с 01.01.97 г. для основных средств установлен лимит стоимости в 100 минимальных заработных плат и срок службы 1 год.

$П$ — полная первоначальная стоимость поступивших из разных источников основных средств за год;

$В$ — полная первоначальная стоимость основных средств, выбывших в течение года по любым причинам.

Остаточная первоначальная стоимость основных средств на конец периода:

$$O_K = O_n + П^* - В^* - А,$$

где O_n, O_K — стоимость основных средств с учетом износа на начало и конец года, соответственно;

$П^*$ — остаточная стоимость поступивших из разных источников основных средств;

$В^*$ — остаточная стоимость выбывших по разным причинам за год основных средств;

$А$ — годовой износ основных средств:

$$A = \sum H_i \cdot \Phi_i,$$

здесь H_i — норма амортизации по группе (отдельным видам) основных средств;

Φ_i — полная первоначальная стоимость отдельных видов основных средств.

В некоторых случаях оценку износа можно получить по формуле:

$$A = \bar{H} \cdot \bar{\Phi},$$

где $\bar{H}$ — среднегодовая норма амортизационных отчислений;

$\bar{\Phi}$ — среднегодовая стоимость основных средств по полной оценке.

Рассчитаем указанные показатели по исходным данным:

1. Стоимость основных средств на конец года:

а) полная первоначальная: -

$$\Phi_K = 70\,400 + 17\,860 + 2880 - (790 + 700) = 89\,650 \text{ тыс. руб.};$$

б) первоначальная стоимость за вычетом износа:

$$O_K = 70\,400 + 2880 + 180 - 790 - 4250 = 68\,420 \text{ тыс. руб.}$$

2. Для проверки правильности расчетов исчислим износ основных средств на конец года двумя способами:

$$а) И = \Phi - О = 89\,650 - 68\,420 = 21\,230 \text{ тыс. руб.}$$

$$б) 17\,860 + 4250 - 180 - 700 = 21\,230 \text{ тыс. руб.}$$

3. Состояние основных средств характеризуют коэффициенты годности и износа, рассчитываемые на начало и конец периода. Коэффициент износа определяется:

$$K_{\text{износа}}^{\text{н.г.}} = \frac{И_n}{\Phi_n} \cdot 100,$$

где $K_{\text{износа}}^{\text{н.г.}}$ — коэффициент износа на начало года;

Φ_n — полная первоначальная стоимость основных средств на начало года;

$И_n$ — величина износа на начало года.

Аналогично рассчитывается износ на конец года.

Коэффициенты износа основных средств на начало года:

$$K_{\text{износа}}^{\text{н.г.}} = \frac{17860}{17860 + 70400} \times 100\% = 20,24\% ;$$

на конец года:

$$K_{\text{износа}}^{\text{к.г.}} = \frac{21230}{89650} \times 100\% = 23,68\% .$$

Коэффициенты годности основных средств определяются двумя способами:

$$K_{\text{годности}}^{\text{н.г.}} = \frac{О_n}{\Phi_n} \cdot 100$$

$$K_{\text{годности}}^{\text{н.г.}} = 1 - K_{\text{износа}}^{\text{н.г.}}$$

На конец года коэффициент годности определяется аналогично.

Коэффициенты годности основных средств на начало года:

$$K_{\text{годности}}^{\text{н.г.}} = \frac{70400}{17860 + 70400} \times 100\% = 79,76\% ,$$

на конец года:

$$K_{\text{годности}}^{\text{к.г.}} = \frac{68420}{89650} \times 100\% = 76,32\% .$$

Величина коэффициентов износа и годности свидетельствуют об ухудшении состояния основных средств в отчетном году.

4. Характеристику движения основных средств дают уровни

и коэффициенты поступления ($K_{\text{поступления}} = \frac{\Pi}{\Phi_k} \cdot 100$),

обновления ($K_{\text{обновл.}} = \frac{\Pi_{\text{новые}}}{\Phi_k} \cdot 100$)

и выбытия основных средств по отдельным причинам

($K_{\text{выбытия}} = \frac{В}{\Phi_n} \cdot 100$).

В нашем примере коэффициент обновления основных средств равен:

$$K_{\text{обновл.}} = \frac{2880}{89650} \times 100\% = 3,2\% ,$$

коэффициент выбытия:

$$K_{\text{выбытия}} = \frac{790 + 700}{70400 + 17860} \times 100\% = 1,7\% ,$$

т.е. выбывшие изношенные основные средства полностью заменены новыми.

Пример 5.

Имеются данные об основных средствах предприятия за отчетный год:

1. Сумма износа основных средств на начало года, тыс. руб.	3000,0
2. Коэффициент износа на начало года, %	28,0
3. Стоимость проведенного за год капитального ремонта основных средств, тыс. руб.	430,0
4. Выбыло основных средств за год по полной первоначальной стоимости, тыс. руб.	610,0
5. Процент износа выбывших основных средств	92,0
6. Среднегодовая норма износа, %	11,0
7. Введено в эксплуатацию новых основных средств, тыс. руб.	5000,0

Определите:

1. Стоимость основных средств на начало года:
 - а) полную первоначальную;
 - б) первоначальную за вычетом износа.
2. Полную первоначальную стоимость основных средств на конец года.
3. Среднюю годовую стоимость основных средств.
4. Первоначальную стоимость основных средств за вычетом износа на конец года.
5. Сумму износа на конец года.

Решение.

Расчет показателей см. в примере 4.

1. Стоимость основных средств на начало года:
 - а) полная первоначальная:

$$\Phi_n = \frac{3000}{0,28} = 10714,3 \text{ (тыс. руб.)}$$

- б) первоначальная за вычетом износа:

$$O_n = 10714,3 - 3000 = 7714,3 \text{ (тыс. руб.)}$$

2. Полная первоначальная стоимость основных средств на конец года:

$$\Phi_k = 10714,3 + 5000 - 610 = 15104,3 \text{ (тыс. руб.)}$$

3. Средняя годовая стоимость основных фондов:

$$\bar{\Phi} = \frac{10714,3 + 15104,3}{2} = 12909,3 \text{ (тыс. руб.)}$$

4. Прежде чем определять первоначальную стоимость основных средств за вычетом износа на конец года, вычислим сумму износа за год:

$$A = \frac{12909,3 \times 11}{100} = 1420 \text{ (тыс. руб.)}$$

Тогда первоначальная стоимость основных средств за вычетом износа:

$$O_k = 7714,3 + 5000 + 430 - (610 - 610 \times 0,92) - 1420 = 11675,5 \text{ (тыс. руб.)}$$

5. Сумма износа на конец года

$$I_k = 15104,3 - 11675,5 = 3428,8 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$\text{или } I_k = 3000 + 1420 - 430 - 561,2 = 3428,8 \text{ (тыс. руб.)}$$

Пример 6.

Известны следующие данные об основных средствах предприятия за отчетный год:

1. Полная первоначальная стоимость основных средств на начало года, руб.	30100
2. Полная первоначальная стоимость введенных в эксплуатацию основных фондов, руб.	9160
3. Коэффициент обновления основных средств, %	22,0
4. Коэффициент выбытия основных средств, %	11,3

Определите:

1. Стоимость выбывших основных средств.
2. Полную первоначальную стоимость на конец года.
3. Среднюю годовую стоимость основных средств.

Решение.

1. Стоимость выбывших основных средств:

$$B = \frac{30100 \times 11,3}{100} = 3401,3 \text{ руб.}$$

2. Полная первоначальная стоимость основных средств на конец года:

$$\Phi_k = \frac{9160}{22} \times 100 = 41636,4 \text{ руб.}$$

3. Средняя годовая стоимость основных фондов:

$$\bar{\Phi} = \frac{30100 + 41636,4}{2} = 35868,2 \text{ руб.}$$

Определите:

1. Стоимость основных средств на начало года:
 - а) полную первоначальную;
 - б) первоначальную за вычетом износа.
2. Полную первоначальную стоимость основных средств на конец года.
3. Среднюю годовую стоимость основных средств.
4. Первоначальную стоимость основных средств за вычетом износа на конец года.
5. Сумму износа на конец года.

Решение.

Расчет показателей см. в примере 4.

1. Стоимость основных средств на начало года:
 - а) полная первоначальная:

$$\Phi_n = \frac{3000}{0,28} = 10714,3 \text{ (тыс. руб.)}$$

- б) первоначальная за вычетом износа:

$$O_n = 10714,3 - 3000 = 7714,3 \text{ (тыс. руб.)}$$

2. Полная первоначальная стоимость основных средств на конец года:

$$\Phi_k = 10714,3 + 5000 - 610 = 15104,3 \text{ (тыс. руб.)}$$

3. Средняя годовая стоимость основных фондов:

$$\bar{\Phi} = \frac{10714,3 + 15104,3}{2} = 12909,3 \text{ (тыс. руб.)}$$

4. Прежде чем определять первоначальную стоимость основных средств за вычетом износа на конец года, вычислим сумму износа за год:

$$A = \frac{12909,3 \times 11}{100} = 1420 \text{ (тыс. руб.)}$$

Тогда первоначальная стоимость основных средств за вычетом износа:

$$O_k = 7714,3 + 5000 + 430 - (610 - 610 \times 0,92) - 1420 = 11675,5 \text{ (тыс. руб.)}$$

5. Сумма износа на конец года

$$I_k = 15104,3 - 11675,5 = 3428,8 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$\text{или } I_k = 3000 + 1420 - 430 - 561,2 = 3428,8 \text{ (тыс. руб.)}$$

Пример 6.

Известны следующие данные об основных средствах предприятия за отчетный год:

1. Полная первоначальная стоимость основных средств на начало года, руб.	30100
2. Полная первоначальная стоимость введенных в эксплуатацию основных фондов, руб.	9160
3. Коэффициент обновления основных средств, %	22,0
4. Коэффициент выбытия основных средств, %	11,3

Определите:

1. Стоимость выбывших основных средств.
2. Полную первоначальную стоимость на конец года.
3. Среднюю годовую стоимость основных средств.

Решение.

1. Стоимость выбывших основных средств:

$$B = \frac{30100 \times 11,3}{100} = 3401,3 \text{ руб.}$$

2. Полная первоначальная стоимость основных средств на конец года:

$$\Phi_k = \frac{9160}{22} \times 100 = 41636,4 \text{ руб.}$$

3. Средняя годовая стоимость основных фондов:

$$\bar{\Phi} = \frac{30100 + 41636,4}{2} = 35868,2 \text{ руб.}$$

Пример 7.

Имеются данные по предприятию (тыс. руб.):

Показатели	Базисный год	Отчетный год
Средняя годовая стоимость основных средств производственного назначения	23 250	25 900
в том числе активной части	15 500	18 226
Объем выполненных работ (в сопоставимых ценах)	46 500	49 210

Определите:

1. Индекс динамики фондоотдачи основных средств производственного назначения.
2. Индекс динамики объема выполненных работ.
3. Индекс динамики стоимости основных средств производственного назначения.
4. Взаимосвязь между исчисленными индексами.
5. Фондоотдачу активной части основных средств производственного назначения за каждый год.
6. Долю активной части основных средств в общей их стоимости за каждый год.
7. Влияние изменения стоимости основных средств, доли активной части основных средств на прирост объема выполненных работ в абсолютном выражении.

Решение.

Фондоотдача (Φ_o) — отношение объема произведенной в данном периоде продукции (О) к средней за этот период стоимости основных средств производственного назначения $\bar{\Phi}$:

$$\Phi_o = \frac{O}{\bar{\Phi}}$$

1. Индекс фондоотдачи основных средств производственного назначения:

$$i_{\Phi_o} = \frac{\Phi_{o1}}{\Phi_{o0}},$$

где Φ_{o0}, Φ_{o1} — фондоотдача основных средств производственного назначения в базисном и отчетном периодах соответственно.

$$i_{\Phi_o} = \frac{49210}{25900} : \frac{46500}{23250} = \frac{1,9}{2} = 0,95 \text{ или } 95,0\%.$$

2. Индекс динамики объема выполненных работ:

$$i_O = \frac{49210}{46500} = 1,058 \text{ или } 105,8\%.$$

3. Индекс динамики стоимости основных производственных фондов:

$$i_{\bar{\Phi}} = \frac{25900}{23250} = 1,114 \text{ или } 111,4\%.$$

4. Взаимосвязь индексов:

$$i_{\Phi_o} = \frac{i_O}{i_{\bar{\Phi}}} = \frac{1,058}{1,114} = 0,95.$$

5. Фондоотдача активной части основных средств:

$$\Phi_o^a = \frac{O}{\Phi^a},$$

где $\bar{\Phi}^a$ — средняя за период стоимость активной части основных средств производственного назначения.

$$\Phi_{o0}^a = \frac{46500}{15500} = 3,0 \text{ руб. с 1 руб. средств}$$

$$\Phi_{o1}^a = \frac{49210}{18226} = 2,7 \text{ руб. с 1 руб. основных средств.}$$

6. Доля активной части основных средств в их общей стоимости:

$$d_0^a = \frac{15500}{23250} = 0,667$$

$$d_1^a = \frac{18226}{25900} = 0,704.$$

7. Влияние изменения факторов на прирост объема выполненных работ.

Общий прирост объема выполненных работ:

$$\Delta O = 49210 - 46500 = +2710 \text{ тыс. руб.}$$

Прирост объема выполненных работ под влиянием:

а) изменения стоимости основных средств:

$$\Delta O(\bar{\Phi}) = (25900 - 23250) \times 0,667 \times 3,0 = 5300,0 \text{ тыс. руб.}$$

б) изменения доли активной части основных средств:

$$\Delta O(d^a) = 25900 \times (0,704 - 0,667) \times 3,0 = 2878,0 \text{ тыс. руб.}$$

в) уменьшения фондоотдачи активной части основных средств:

$$\Delta O(\Phi_o^a) = 25900 \times 0,704 \times (2,7 - 3,0) = 5467,7 \text{ тыс. руб.}$$

$$\Delta O = 5300 + 2878 - 5467,7 = +2710 \text{ тыс. руб.}$$

Пример 8.

По следующим данным определите календарный, режимный и располагаемый (плановый) фонды станочного времени по цеху и коэффициенты использования станочного времени за апрель:

1. Количество установленных станков (штук)	200
2. Число рабочих дней в апреле	22
3. Режим работы цеха (смены)	2
4. Установленная продолжительность смены (часы)	8
5. Запланированное время на ремонт станков (станко-часы)	280
6. Фактически отработано (станко-часы)	63097

Решение.

Календарный фонд времени ($K\Phi$) использования оборудования рассчитывается путем перемножения численности станков на число календарных дней в периоде и на 24 часа.

$$K\Phi = 200 \text{ ст.} \times 30 \text{ дней} \times 24 \text{ часа} = 144\,000 \text{ станко-часов.}$$

Режимный фонд ($Р\text{еж}\Phi$) станочного времени равен произведению числа станков на число рабочих дней, на количество рабочих смен и на продолжительность смены. Режимный фонд может быть найден и как разность календарного фонда станочного времени и величины внережимного времени (выходные, праздничные и т.д.)

$$\begin{aligned} Р\text{еж}\Phi &= 200 \text{ ст.} \times 22 \text{ дня} \times 2 \text{ смены} \times 8 \text{ часов} = \\ &= 70\,400 \text{ станко-часов} \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} Р\text{еж}\Phi &= 144\,000 - 8 \text{ дн.} \times 24 \text{ часа} \times 200 \text{ ст.} - 200 \text{ ст.} \times 22 \text{ дня} \\ &\times 8 \text{ час} = 144\,000 - 38\,400 - 35\,200 = 70\,400 \text{ станко-часов.} \end{aligned}$$

Располагаемый фонд ($P\Phi$) станочного времени меньше режимного на величину времени планового ремонта и резервного времени.

$$P\Phi = 70\,400 - 280 = 70\,120 \text{ станко-часов.}$$

Коэффициенты использования станочного времени определяются как отношение фактически отработанного времени (ΦB) к фонду времени принятому за базу сравнения (календарному, режимному, располагаемому):

$$K_{\text{исп.}}^{K\Phi} = \frac{\Phi B}{K\Phi} \cdot 100$$

$$K_{\text{исп.}}^{Р\text{еж}\Phi} = \frac{\Phi B}{Р\text{еж}\Phi} \cdot 100$$

$$K_{\text{исп.}}^{P\Phi} = \frac{\Phi B}{P\Phi} \cdot 100.$$

Итак,

$$K_{\text{исп.}}^{K\Phi} = \frac{63097}{144000} \cdot 100\% = 43,8\%$$

$$K_{\text{исп. РезФ}} = \frac{63097}{70400} \cdot 100 \% = 89,6\%$$

$$K_{\text{исп. РФ}} = \frac{63097}{70120} \cdot 100 \% = 89,9\%$$

Пример 9.

Максимально длительная мощность электрогенератора 2000 квт., за апрель он проработал 620 часов и выработал 756 тыс. квт. часов энергии.

Определите коэффициенты нагрузки электрогенератора:

- 1) по времени работы (экстенсивной нагрузки);
- 2) по мощности (интенсивной нагрузки);
- 3) по объему работы (интегральной нагрузки).

Решение.

1. Коэффициент экстенсивной нагрузки определяется как коэффициент использования календарного времени:

$$K_{\text{экст.}} = \frac{\Phi B}{K\Phi} \cdot 100$$

$$K_{\text{экст.}} = \frac{620}{30 \text{ дней} \cdot 24 \text{ часа}} = \frac{620}{720} = 0,861 \text{ или } 86,1\%.$$

2. Коэффициент интенсивной нагрузки или коэффициент использования оборудования по мощности рассчитывается как отношение фактической мощности оборудования (M_{ϕ}) к максимально длительной мощности ($M_{\text{мах}}$):

$$K_{\text{интенс.}} = \frac{M_{\phi}}{M_{\text{мах}}}$$

Средняя фактическая мощность равна:

$$M_{\phi} = \frac{756000}{620} = 1219,4 \text{ квт.}$$

$$K_{\text{интенс.}} = \frac{1219,4}{2000} = 0,610 \text{ или } 61,0\%.$$

3. Коэффициент интегральной нагрузки определяется как отношение фактически выработанной энергии ($\mathcal{E}_{\phi}$) к максимально возможному объему энергии ($\mathcal{E}_{\text{мах}}$), которую может выработать оборудование:

$$K_{\text{интегр.}} = \frac{756000}{720 \times 2000} = \frac{756000}{1440000} = 0,525$$

или 52,5%.

Проверка правильности расчетов: $0,861 \times 0,610 = 0,525$.

Пример 10.

Определите коэффициент оборачиваемости в днях и число оборотов материальных оборотных средств в базисном и отчетном периодах, если в базисном периоде реализованная продукция предприятия составила 200 тыс. руб., а средний остаток материальных оборотных средств 20 тыс. руб.

В отчетном периоде при тех же оборотных средствах выручка от реализации продукции составила 280 тыс. руб. Число календарных дней в отчетном и базисном периодах — 30.

Решение.

1. Коэффициент оборачиваемости:

$$K_{\text{обор.}} = \frac{\text{РП}}{\bar{O}},$$

где

РП — реализованная в данном периоде продукция;

$\bar{O}$ — средний остаток оборотных средств в данном периоде.

$$K_{\text{обор0}} = \frac{200}{20} = 10 \text{ оборотов}$$

$$K_{\text{обор1}} = \frac{280}{20} = 14 \text{ оборотов.}$$

2. Продолжительность одного оборота в днях рассчитывается по формуле:

$$\Pi = \frac{D_{\text{календ.}}}{K_{\text{обор.}}},$$

где $D_{\text{календ.}}$ — календарное число дней в данном периоде. Для удобства расчетов месяц принимается равным 30, квартал — 90, год — 360 дней.

$$\Pi_0 = \frac{30}{10} = 3,0 \text{ дня}$$

$$\Pi_1 = \frac{30}{14} = 2,1 \text{ дня.}$$

Продолжительность одного оборота сократилась на 0,9 дня или на 30%.

Пример 11.

Известны данные о доходах местного бюджета и расходах на социально-культурные мероприятия (млн. руб., в сопоставимых ценах):

Год	Доходы местного бюджета	Расходы на социально- культурные меропри- ятия	Год	Доходы местного бюджета	Расходы на социально- культурные меропри- ятия
1	30,26	9,96	7	41,98	12,86
2	32,06	10,42	8	43,74	13,44
3	35,48	11,14	9	47,08	14,18
4	36,24	11,56	10	49,42	14,94
5	36,68	11,74	11	50,26	15,22
6	39,22	12,42			

Выявите зависимость между приростом доходов местного бюджета и приростом расходов на социально-культурные мероприятия, для этого рассчитайте:

- линейный коэффициент корреляции;
- коэффициент регрессии.

Решение.

Так как необходимо выявить зависимость между приростами исходных показателей, то прежде рассчитаем цепные приросты доходов и расходов местного бюджета.

Если доходы местного бюджета — фактор X , а расходы на социально-культурные мероприятия — Y , то абсолютные цепные приросты доходов местного бюджета — « ΔX », а абсолютные цепные приросты расходов на социально-культурные мероприятия — « ΔY ».

Необходимые данные для вычисления линейного коэффициента корреляции оформляем в нижеследующей таблице:

Год	ΔX	ΔY	$\Delta X \Delta Y$	ΔX^2	ΔY^2
1	1,8	0,46	0,828	3,2400	0,2116
2	3,42	0,72	2,448	11,6964	0,5184
3	0,76	0,42	0,336	0,5776	0,1764
4	0,44	0,18	0,072	0,1936	0,0324
5	2,54	0,68	1,7	6,4516	0,4624
6	2,76	0,44	1,144	7,6176	0,1936
7	1,76	0,58	1,102	3,0976	0,3364
8	3,34	0,74	2,516	11,1556	0,5476
9	2,34	0,76	1,748	5,4756	0,5776
10	0,84	0,28	0,252	0,7056	0,0784
Итого	20,0	5,26	12,136	50,2112	3,1348

Линейный коэффициент корреляции вычисляем по формуле:

$$r = \frac{\overline{\Delta x \Delta y} - \overline{\Delta x} \cdot \overline{\Delta y}}{\sigma_{\Delta x} \sigma_{\Delta y}}$$

$$\overline{\Delta x \Delta y} = \frac{12,136}{10} = 1,214$$

$$\overline{\Delta x} = \frac{20}{10} = 2,0$$

$$\overline{\Delta y} = \frac{5,26}{10} = 0,526$$

$$\overline{\Delta x^2} = \frac{50,211}{10} = 5,021$$

$$\overline{\Delta y^2} = \frac{3,135}{10} = 0,313$$

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\overline{\Delta x^2} - (\overline{\Delta x})^2} = \sqrt{5,021 - (2,0)^2} = 1,011$$

$$\sigma_{\Delta y} = \sqrt{\overline{\Delta y^2} - (\overline{\Delta y})^2} = \sqrt{0,3138 - (0,526)^2} = 0,193$$

$$r = \frac{1,214 - 2,0 \cdot 0,526}{1,011 \cdot 0,193} = \frac{0,162}{0,195} = 0,828.$$

Таким образом, величина линейного коэффициента корреляции, равная 0,828, свидетельствует о тесной связи между приростами доходов бюджета и расходами на социально-культурные мероприятия; 68,6% ($0,828^2$) колеблемости расходов на эти мероприятия обусловлены приростом доходов бюджета.

Пользуясь выполненными ранее расчетами, определим зависимость расходов на социально-культурные мероприятия от доходов местного бюджета, предполагая наличие между ними прямолинейной формы связи, выражаемой уравнением:

$$\hat{\Delta y}_x = a_0 + a_1 \Delta x.$$

Для определения коэффициента регрессии нужно решить систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \Delta x = \sum \Delta y \\ a_0 \sum \Delta x + a_1 \sum \Delta x^2 = \sum \Delta y x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10a_0 + 20a_1 = 5,26 \\ 20a_0 + 50,211a_1 = 12,1364 \end{cases}, \text{ получим:}$$

$$a_1 = 0,1585,$$

$$a_0 = 0,209.$$

Уравнение регрессии примет следующий вид:

$$\hat{\Delta y}_x = 0,209 + 0,1585 \Delta x.$$

Пример 12.

Имеются данные по местным налогам в бюджет города.

Целевые сборы на содержание	Число налогоплательщиков		Фонд оплаты труда, исчисленный исходя из минимальной зарплаты, тыс. руб.		Ставка целевого сбора, %	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Территории города	150	200	1950,0	2900,0	2,5	3,7
Милиции и пожарной охраны	170	210	2295,0	2940,0	0,8	1,0

Проанализируйте динамику общей суммы местных налогов, выявив их изменение в отчетном периоде по сравнению с базисным в абсолютном и относительном выражении:

- а) общее;
- б) под влиянием отдельных факторов.

Решение.

Изменение суммы вносимых в бюджет налогов происходит под влиянием:

- 1) числа налогоплательщиков (фактор «а»);
- 2) размера налогооблагаемого показателя, приходящегося на одного налогоплательщика (фактор «б»);
- 3) ставки налога (фактор «с»).

Произведение этих трех показателей дает общую сумму налогов ($a \times b \times c$).

Общее изменение местных налогов:

$$I_{abc} = \frac{\sum a_1 b_1 c_1}{\sum a_0 b_0 c_0} = \frac{2900 \times 0,037 + 2940 \times 0,01}{1950 \times 0,025 + 2295 \times 0,008} = \frac{136,7}{67,1} = 2,037$$

или 203,7 %, т.е. сумма местных налогов в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась в 2,037 раза (на 103,7%) или на 69,6 тыс. руб. ($136,7 - 67,1$).

Влияние первого фактора — числа налогоплательщиков — определяем как:

$$I_a = \frac{\sum a_1 b_0 c_0}{\sum a_0 b_0 c_0} = \frac{200 \times \frac{1950}{150} \times 0,025 + 210 \times \frac{2295}{170} \times 0,008}{67,1} = \frac{200 \times 13 \times 0,025 + 210 \times 13,5 \times 0,008}{67,1} = \frac{78,5}{67,1} = 1,170$$

или 117,0%, т.е. за счет роста числа налогоплательщиков общая сумма местных налогов увеличилась на 17,0% или на 11,4 тыс. руб. ($78,5 - 67,1$).

Влияние фактора «b» — фонда оплаты труда, исчисленного исходя из минимальной зарплаты, в среднем на одного налогоплательщика — определяем с помощью индекса:

$$I_b = \frac{\sum a_1 b_1 c_0}{\sum a_1 b_0 c_0} = \frac{2900 \times 0,025 + 2940 \times 0,008}{78,5} = \frac{96,0}{78,5} = 1,223$$

или 122,3%, т.е. из-за увеличения налогооблагаемого показателя сумма местных налогов возросла на 22,3% или на 17,5 тыс. руб.

Влияние изменения ставки налога (фактора «с») индексом:

$$I_c = \frac{\sum a_1 b_1 c_1}{\sum a_1 b_1 c_0} = \frac{136,7}{96,0} = 1,424 \text{ или } 142,4\%.$$

Значит, из-за роста налоговых ставок сумма местных налогов увеличилась на 42,4% или на 40,7 тыс. руб. ($136,7 - 96,0$).

Проверка правильности расчетов:

$$I_{abc} = I_a \times I_b \times I_c = 1,170 \times 1,223 \times 1,424 = 2,037$$

или $11,4 + 17,5 + 40,7 = 69,6$ тыс. руб.

Пример 13.

Имеются данные о кредитовании двух отраслей по коммерческому банку (тыс. руб.)

Отрасли	Средняя годовая задолженность по ссудам		Сумма погашенных за год кредитов	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	20,0	32,0	144	240
2	10,0	6,0	96	58,2
Итого	30,0	38,0	240	298,2

Рассчитайте среднее число оборотов ссуд за 2 года по банку и проанализируйте его динамику.

Решение.

Расчет числа оборотов (k) ссуд за год определяем как отношение суммы погашенных за год ссуд к среднегодовой ссудной задолженности.

Результаты представим в таблице, в которую одновременно занесем расчеты структуры ссудной задолженности (d):

Отрасли	Среднее число оборотов ссуд за год		Удельный вес ссудной задолженности отдельных отраслей в % к итогу	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	7,2	7,5	66,7	84,2
2	9,6	9,7	33,3	15,8
Итого	x	x	100,0	100,0

Рассчитаем среднее число оборотов ссуд за год:

$$\bar{k}_0 = \frac{240}{30} = 8,0$$

$$\bar{k}_1 = \frac{298,2}{38} = 7,85.$$

Динамику числа оборотов ссуд по банку исследуем с помощью индексов средних величин:

$$I_{\text{пер.сост.}} = \frac{\bar{k}_1}{\bar{k}_0}$$

$$I_{\text{пер.сост.}} = \frac{7,85}{8,0} = 0,981 \text{ или } 98,1\%,$$

т.е. среднее число оборотов ссуд за год по банку снизилось на 1,875%.

Изменение средней по банку оборачиваемости кредитов произошло под влиянием изменения двух факторов:

1) скорости оборота ссуд по отдельным кредитваемым отраслям (измеряемой с помощью индекса постоянного состава);

2) структуры кредитных вложений (измеряемой с помощью индекса структурных сдвигов).

Влияние скорости оборота ссуд по отдельным кредитваемым отраслям покажет индекс фиксированного состава:

$$I_{\text{фикс.сост.}} = \frac{\sum k_1 d_1}{\sum k_0 d_1} = \frac{7,85}{7,2 \times 0,842 + 9,6 \times 0,158} = \frac{7,85}{7,579} = 1,036$$

или 103,6%, т.е. прирост средней по банку оборачиваемости кредитов за счет роста ее по отдельным отраслям составил 3,6%.

$$I_{\text{стр.сдв.}} = \frac{\sum k_0 d_1}{\sum k_0 d_0} = \frac{7,579}{8,0} = 0,947$$

или 94,7%, т.е. за счет неблагоприятных структурных сдвигов в кредитных вложениях (увеличение доли кредитов по первой отрасли с 66,7% до 84,2%, где оборачиваемость выше, чем во второй отрасли) среднее число оборотов ссуд за год по банку уменьшилось на 5,3%.

Проверка правильности расчетов.

$$I_{\text{пер.сост.}} = I_{\text{фикс.сост.}} \times I_{\text{стр.сдв.}} = 1,036 \times 0,947 = 0,981.$$

Пример 14.

Имеются данные о распределении вкладчиков по размеру вклада районному отделению Сбербанка города.

Исходные данные		Рассчитанные данные
Группы вкладчиков по размеру вклада, руб.	Число вкладчиков, тыс. ед.	Накопленные частоты
до 50	20,0	20
50—100	35,0	55
100—500	98,0	153
500—1000	116,0	269
1000—5000	29,0	298
5000—10000	1,5	299,5
10000—25000	0,5	300,0
Итого:	300,0	X

Рассчитайте структурные средние: медиану, первый и третий квартили, первый и девятый децили.

Решение.

Вначале определяем порядковые номера:

$$a) \text{ медианы } = \frac{300+1}{2} = 150,5;$$

$$b) \text{ 1-го квартиля } = 300/4 = 75;$$

$$в) \text{ 3-го квартиля } = 3/4 \text{ от } 300 = 225;$$

$$г) \text{ 1-го дециля } = 1/10 \text{ от } 300 = 30;$$

д) 9-го дециля = $9/10$ от $300 = 270$.

В расчете показателей используем следующие формулы:
Медиана (см. раздел 1.3.):

$$Me = x_0 + h \frac{\sum f}{2} - S_{Me-1} / f_{Me}$$

1-й квартиль (Q_1):

$$Q_1 = x_{Q_1} + h \frac{\sum f}{4} - S_{Q_1-1} / f_{Q_1}$$

3-й квартиль (Q_3):

$$Q_3 = x_{Q_3} + h \frac{3 \cdot \sum f}{4} - S_{Q_3-1} / f_{Q_3}$$

где

x_{Q_1}, x_{Q_3} — нижние границы квартильных интервалов, соответственно первого и третьего;

h — величина квартильных интервалов;

S_{Q_1-1}, S_{Q_3-1} — накопленные частоты интервала, предшествующего квартильному;

f_{Q_1}, f_{Q_3} — частота квартильного интервала.

1-й дециль (D_1):

$$D_1 = x_{D_1} + h \frac{\sum f}{10} - S_{D_1-1} / f_{D_1}$$

9-й дециль (D_9):

$$D_9 = x_{D_9} + h \frac{9 \cdot \sum f}{10} - S_{D_9-1} / f_{D_9}$$

где

x_{D_1}, x_{D_9} — нижние границы децильных интервалов, соответственно первого и девятого;

h — величина децильных интервалов;

S_{D_1-1}, S_{D_9-1} — накопленные частоты интервала, предшествующего децильному;

f_{D_1}, f_{D_9} — частота децильного интервала.

Для нашего примера:

$$Me = 100 + 400 \frac{150 - 55}{98} = 100 + 400 \frac{95}{98} = 100 + 387,8 = 487,8 \text{ руб.}$$

т.е. половина всех вкладчиков имеет вклад менее 487,8 руб.

$$D_1 = 50 + 50 \frac{30 - 20}{35} = 50 + 50 \frac{10}{35} = 64,3 \text{ руб.}$$

Следовательно, 10% всех вкладов менее 64,3 руб., а 90% больше этой суммы.

$$Q_1 = 100 + 400 \frac{75 - 55}{98} = 100 + 400 \frac{20}{98} = 181,6 \text{ руб.}$$

У 25% вкладчиков размер вклада не превышает этой суммы.

$$Q_3 = 500 + 500 \frac{225 - 153}{116} = 500 + 500 \frac{72}{116} = 810,3 \text{ руб.,}$$

т.е. лишь у 25% вкладчиков размер вклада превышает сумму 810,3 руб.

$$D_9 = 1000 + 4000 \frac{270 - 269}{29} = 1000 + 4000 \frac{1}{29} = 1137,9 \text{ руб.}$$

И лишь у 10% вкладчиков размер вклада превышает 1137,9 руб.

Пример 15.

Имеются данные о распределении выпущенных в обращение денежных знаков по достоинству купюр (данные условные).

	Достоинство купюр										
	1 коп.	5 коп.	10 коп.	50 коп.	1 руб.	2 руб.	5 руб.	10 руб.	50 руб.	100 руб.	500 руб.
Выпущено в обращение, млн.	240	190	156	124	80	130	160	120	150	180	200

Рассчитайте среднюю купюрность денег, выпущенных в обращение.

Решение.

Расчет производим по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i},$$

где

x_i — достоинство купюр;

f_i — число выпущенных в обращение купюр.

$$\bar{x} = \frac{0,01 \times 240 + 0,05 \times 190 + 0,10 \times 156 + 0,50 \times 124 + 1 \times 80 + 2 \times 130 + 5 \times 160 + 10 \times 120 + 50 \times 150 + 100 \times 180 + 500 \times 200}{240 + 190 + 156 + 124 + 80 + 130 + 160 + 120 + 150 + 180 + 200} = 73,3 \text{ руб.}$$

Пример 16.

Индекс РТС рассчитывается в России с 1 сентября 1995 года. Индекс рассчитывается как отношение суммарной рыночной капитализации акций, включенных в листинг (список) для расчета индекса, к суммарной рыночной капитализации этих же акций на начальную дату, умноженной на значение индекса на начальную дату:

$$I_n = I_i \cdot \frac{KC_t}{KC_i}, \text{ при } KC_j = \sum_{j=1}^N (K_j \times P_j)$$

KC_i и KC_t — сумма рыночных капитализаций акций на начальную (i) дату (начало периода — например, начало дня) и текущую* конечную дату (t).

I_i — значение индекса РТС на начальную дату.

K_j — количество обыкновенных акций, выпущенных j -тым эмитентом на текущую дату.

N — число акций в списке, по которому рассчитывается индекс.
 P_j — цена акции j -того эмитента на расчетное время, которое определяется:

$$P_j = \frac{W_j}{Q_j},$$

где W_j — суммарный объем сделок в денежном выражении (в долларах по курсу ММВБ) за расчетный период.

Q_j — количество проданных акций за этот период.

Если за расчетный период сделок по данной акции в системе не совершалось, цена акции определяется как средняя арифметическая лучшей цены предложения на покупку (P_{bid}) и лучшей цены на продажу (P_{ask}):

$$P_j = \frac{P_{bid} + P_{ask}}{2},$$

а в случае отсутствия твердых котировок на продажу (покупку) в качестве цены акции берется:

* Официальным индексом РТС на текущую дату является его значение на 18⁰⁰.

$P_j = P_{aski}$, если (P_{bidi}) отсутствует,

$P_j = P_{bidi}$, если (P_{aski}) отсутствует.

Например, количество акций в обращении и объем товаров по акциям, включенным в листинг индекса РТС, составил:

Эмитент	Количество простых акций в обращении	Объем торгов	
		тыс. шт.	тыс. \$
Черногорнефть	26 771 420	46,5	567,478
КОНдпетролиум	37 881 990	-	-
РАО «ЕЭС России»	41 041 753 984	2703 13,38	62 108,225
Торговый дом ГУМ	6 000 000	10,00	36,00
Иркутскэнерго	4 766 808 000	15 390,00	3025,838
Камаз	125 000 000	213,0	349,250
Коминнефть	42 675 000	23,5	105,275
Красноярскэнерго	585 539 544	900,0	229,400
Лукойл холдинг	649 551 391	4005,142	77 976,780
Ленэнерго	766 035 008	260,0	130,600
Мегионнефтегаз	99 474 705	82,0	375,460
Мосэнерго	2 560 000 000	24598,43	27029,630
Норильский никель	94 499 936	135,00	824,6
Ноябрьскнефтегаз	58 908 750	19,695	172,503
Нижневартовскнефтегаз	13 662 962	-	-
Оренбургнефть	66 060 625	40,0	223,375
Пурнефтегаз	83 524 525	103,0	715,500
Ростелеком	700 312 800	3342,0	8513,835
Сургутнефтегаз	4 123 198 841	73578,25	12526,658
Петербургская телефонная сеть	376 690 980	120,0	154,500

Продолжение табл.

Эмитент	Количество простых акций в обращении	Объем торгов	
		тыс. шт.	тыс. \$
Томскнефть	33 774 080	8,8	110,420
Юганскнефтегаз	40 025 205	16,0	221,750

Кроме того, известно, что котировка по акциям Ноябрьскнефтегаз на покупку составила 10,1\$, а на продажу 10,94\$, КОНдпетролиум соответственно 11,1 и 14,9\$, а значение фондового индекса РТС на начало расчетного периода 335,030 при капитализированной стоимости акций 32,478 млрд. \$.

Для расчета фондового индекса РТС на конечную дату определим среднюю цену акции каждого эмитента и сумму рыночной капитализации акций. По результатам расчета составим таблицу:

Эмитент	K_j , тыс. шт.	P_j , \$	KC_j , тыс. \$
Черногорнефть	26771,420	12,2038	326713,0
КОНдпетролиум	37881,990	13,0000	492465,9
РАО «ЕЭС России»	41041753,984	0,2300	9429753,4
Торговый дом ГУМ	6000,000	3,6000	21600,0
Иркутскэнерго	4766808,000	0,1966	937154,5
Камаз	125000,000	1,6397	204962,5
Коминнефть	42675,000	4,4798	191175,5
Красноярскэнерго	585539,544	0,2549	149254,0
Лукойл холдинг	649551,391	19,4692	12646245,9
Ленэнерго	766035,008	0,5023	384779,4
Мегионнефтегаз	99474,705	4,5788	455474,8
Мосэнерго	2560000,0	1,0988	2812928,0
Норильский никель	94499,936	6,1081	57721,2
Ноябрьскнефтегаз	58908,75	8,7587	515964,1
Нижневартовскнефтегаз	13662,962	10,52	143734,4

Продолжение табл.

Эмитент	K _p , тыс. шт.	P _p , \$	KC _p , тыс. \$
Оренбургнефть	66060,625	5,5844	368909,0
Пурнефтегаз	83524,525	6,9466	580211,5
Ростелеком	700312,8	2,5475	1784046,9
Сургутнефтегаз	4123198,841	0,1702	701768,4
Петербургская телефонная сеть	376690,98	1,2875	484989,6
Томскнефть	33774,080	12,5477	423787,0
Юганскнефтегаз	40025,205	13,8594	554725,3
Итого	X	X	33668364,3

Таким образом, фондовый индекс РТС составит:

$$I_n = 335,030 \cdot \frac{33,668}{32,478} = 347,305.$$

По сравнению с началом периода индекс увеличился на 12,275 пункта (347,305 – 335,030) или на 3,66% (347,305/335,030).

Пример 17.

Известны данные о производстве и реализации в отчетном периоде (тыс. руб.):

1. Произведено готовых изделий основными цехами в том числе:	26000
— из материалов заказчиков	4200
— стоимость материала заказчика	2400
2. Реализовано готовых изделий	24000
3. Выработано полуфабрикатов	7000
из них:	
— потреблено в своем производстве	4800
— фактически реализовано на сторону	3000
4. Остатки полуфабрикатов на складах цехов:	
— на начало периода	1200
— на конец периода	400
5. На заводской электростанции выработано электроэнергии	1800
из них:	
— потреблено на промышленно-производственные нужды предприятия	1400
— отпущено на освещение ведомственного жилья (полностью оплачено)	400

6. Ремонтными цехами отремонтировано:	
а) капитально — своего оборудования	500
— своих зданий и сооружений	950
— оборудования по заказам со стороны	720
б) также произведен капитальный ремонт оборудования:	
— собственного	125
— чужого	196
7. Остатки незавершенного производства:	
— на начало года	860
— на конец года	1024
8. Реализовано окончательно забракованных изделий	12
9. Остатки готовых изделий на складе предприятия:	
— на начало периода	763
— на конец периода	2013
10. Продукция отгруженная и неоплаченная покупателями:	
— на начало периода	9550
— на конец периода	2904

Рассчитайте валовой выпуск продуктов и услуг, выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота), отгруженную и оплаченную продукцию предприятия за отчетный период.

Решение.

1. Валовой выпуск продуктов и услуг (ВВ) представляет собой суммарный итог результатов деятельности за отчетный период всех промышленно-производственных подразделений предприятия, независимо от их дальнейшего использования:

$$ВВ = 26\ 000 + 7000 + 1800 + 500 + 720 + 196 + (1024 - 860) = 36\ 380 \text{ тыс. руб.}$$

2. Выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота (ВТ)), являясь конечным результатом производственной деятельности предприятия, не включает в себя те элементы, которые использованы на собственные внутренние нужды:

$$ВТ = 26\ 000 + (7000 - 4800) + (1800 - 1400) + 500 + 720 + 196 + (1024 - 860) = 30\ 180 \text{ тыс. руб.}$$

Выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота) можно рассчитать, вычитая из валового выпуска продуктов и услуг внутрипроизводственный оборот (ВЗО):

$$ВТ = ВВ - ВЗО = 36\ 380 - 4800 - 1400 = 30\ 180 \text{ тыс. руб.}$$

Товарная продукция (ТП) — это продукция, предназначенная к отпуску на сторону, поэтому в ее состав не включаются те внутризаводские элементы, которые не могут быть отгружены (отпущены) заказчику (изменение полуфабрикатов ($\Delta ПФ$) и незавершенного производства ($\Delta НЗП$)). Кроме того, из состава товарной продукции исключают стоимость сырья заказчика, т.к. предприятие-изготовитель не несло затрат по его приобретению.

3. Отгруженную продукцию* (РП) определяем, вычитая из так называемой товарной продукции прирост остатков готовых изделий ($\Delta ГИ$) на складе предприятия.

$$ТП = 30\,180 - (400 - 1200) - (1024 - 860) - 2400 = 30\,180 - (-800) - 164 - 400 - 2400 = 28\,016 \text{ тыс. руб.}$$

Или:

$$ТП = 26\,000 + 3000 + 500 + 720 + 196 - 2400 = 28\,016 \text{ тыс. руб.}$$

$$РП = 28\,016 - (2013 - 769) = 28\,016 - 1250 = 26\,766 \text{ тыс. руб.}$$

4. Оплаченная продукция (ОП) представляет собой сумму выручки, поступившей на расчетный счет предприятия в отчетном периоде за продукцию, отгруженную (отпущенную) покупателям в отчетном и предшествующем периодах:

$$ОП = 26\,766 - (2904 - 9550) = 26\,766 - (-6646) = 20\,120 \text{ тыс. руб.}$$

Пример 18.

Имеются данные по предприятию за два года (тыс. руб.):

Показатели	Базисный период	Отчетный период
1. Выпуск готовых изделий	40 000	52 800
2. Выработано полуфабрикатов	36 800	32 623
3. Потреблено полуфабрикатов в своем производстве	32 000	42 000
4. Остатки полуфабрикатов в цехах:		
— на начало года	26 002	20 422
— на конец года	20 422	20 000

* С 1997 года в бухгалтерском и статистическом учете реализованной продукцией считается отгруженная.

Продолжение табл.

Показатели	Базисный период	Отчетный период
5. Реализовано полуфабрикатов на сторону	391	45
6. Остатки незавершенного производства:		
— на начало года	17 000	9 400
— на конец года	9 400	10 716
7. Остатки готовой продукции на складе предприятия:		
— на начало года	11 750	10 400
— на конец года	10 400	12 530
8. Продукция отгруженная и неоплаченная покупателями:		
— на начало года	13 190	12 750
— на конец года	12 750	14 900

Определите:

прирост оплаченной продукции в отчетном году по сравнению с базисным:

- общий;
- под влиянием отдельных факторов.

Решение.

Оплаченная продукция может быть определена как разница между выпуском товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота (ВТ)) и изменением остатков полуфабрикатов ($\Delta ПФ$), незавершенного производства ($\Delta НЗП$), готовых изделий ($\Delta ГИ$) и остатков средств в расчетах за отгруженную и неоплаченную продукцию ($\Delta СР$).

Представим оплаченную продукцию в виде аддитивной модели:

$$ОП = ВТ - \Delta ПФ - \Delta НЗП - \Delta ГИ - \Delta СР.$$

Прежде рассчитаем выпуск товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота):

а) за базисный год:

$$ВТ_0 = 40\,000 + (36\,800 - 32\,000) + (9400 - 17\,000) = 37\,200 \text{ тыс. руб.};$$

б) за отчетный год:

$$ВТ_1 = 52\,800 + (32\,623 - 42\,000) + (10\,716 - 9400) = 44\,739 \text{ тыс. руб.}$$

Тогда оплаченная продукция:

а) за базисный год:

$$\begin{aligned} ОП_0 &= 37\,200 - (20\,422 - 26\,002) - (9\,400 - 17\,000) - \\ &- (10\,400 - 11\,750) - (12\,750 - 13\,190) = 37\,200 - (-5580) - \\ &- (-7600) - (-1350) - (-440) = 52\,170 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

б) за отчетный год:

$$\begin{aligned} ОП_1 &= 44\,739 - (20\,000 - 20\,422) - (10\,716 - 9\,400) - \\ &- (12\,530 - 10\,400) - (14\,900 - 12\,750) = 44\,739 - (-422) - \\ &- 1316 - 2130 - 2150 = 39\,565 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

Уменьшение оплаченной продукции в отчетном году по сравнению с базисным годом:

а) абсолютное:

$$\Delta ОП = 39\,565 - 52\,170 = -12\,605 \text{ тыс. руб.}$$

б) относительное:

$$d_{\Delta ОП} = \frac{\Delta ОП}{ОП_0}$$

$$d_{\Delta ОП} = \frac{-12605}{52170} \times 100\% = -24,2\%$$

в том числе под влиянием отдельных факторов аддитивной модели:

1) Изменения остатков полуфабрикатов:

$$d_{\Delta ОП}^{ПФ} = \frac{\Delta ОП(ПФ)}{ОП_0} = \frac{\Delta ПФ_0 - \Delta ПФ_1}{ОП_0}$$

$$d_{\Delta ОП}^{ПФ} = \frac{(20422 - 26002) - (20000 - 20422)}{52170} \times 100\% = -9,9\%$$

или -5158 тыс. руб. (-9,9% от 52 170 тыс. руб.).

2) Изменения незавершенного производства:

$$d_{\Delta ОП}^{НЗП} = \frac{\Delta ОП(НЗП)}{ОП_0} = \frac{\Delta НЗП_0 - \Delta НЗП_1}{ОП_0}$$

$$d_{\Delta ОП}^{НЗП} = \frac{(9400 - 17000) - (10716 - 9400)}{52170} \times 100\% = -17,1\%$$

или -8916 тыс. руб.

3) Изменение остатков готовых изделий:

$$d_{\Delta ОП}^{ГИ} = \frac{\Delta ОП(ГИ)}{ОП_0} = \frac{\Delta ГИ_0 - \Delta ГИ_1}{ОП_0}$$

$$d_{\Delta ОП}^{ГИ} = \frac{(10400 - 11750) - (12530 - 10400)}{52170} \times 100\% = -6,7\%$$

или -3480 тыс. руб.

4) Изменение остатков средств в расчетах за отгруженную и неоплаченную продукцию:

$$d_{\Delta ОП}^{СР} = \frac{\Delta ОП(СР)}{ОП_0} = \frac{\Delta СР_0 - \Delta СР_1}{ОП_0}$$

$$d_{\Delta ОП}^{СР} = \frac{(12750 - 13190) - (14900 - 12750)}{52170} \times 100\% = -5\%$$

или -2590 тыс. руб.

5) Изменение выпуска товаров и услуг (без внутрипроизводственного оборота):

$$d_{\Delta ОП}^{ВТ} = \frac{\Delta ОП(ВТ)}{ОП_0} = \frac{ВТ_1 - ВТ_0}{ОП_0}$$

$$d_{\Delta ОП}^{ВТ} = \frac{44739 - 37200}{52170} \times 100\% = +14,5\%$$

или +7539 тыс. руб.

Проверим правильность расчетов, суммируя пофакторные приросты:

$$\Delta ОП = \Delta ОП(ВТ) + \Delta ОП(ПФ) + \Delta ОП(НЗП) + \Delta ОП(ГИ) + \Delta ОП(СР).$$

$$\begin{aligned} \Delta ОП &= 7539 + (-5158) + (-8916) + (-3480) + (-2590) = \\ &= -12\,605 \text{ тыс. руб.,} \end{aligned}$$

т.е. полученный результат равен общему снижению реализованной продукции, что свидетельствует о правильности произведенных расчетов. Аналогичную проверку можно осуществить, используя результаты расчетов в относительном выражении:

$$d_{\Delta ОП} = d_{\Delta ОП}^{ВТ} + d_{\Delta ОП}^{ПФ} + d_{\Delta ОП}^{НЗП} + d_{\Delta ОП}^{ГН} + d_{\Delta ОП}^{СР}$$

$$(-9,9) + (-17,1) + (-6,7) + (-5) + 14,5 = -24,2\%.$$

Пример 19.

Имеются следующие данные о товарообороте области (млн. руб.):

Продавец	Покупатель	
	Торговые организации	Потребители товаров
Производители товаров	13 000	1700
Торговые организации	7000	2000

Определите:

- 1) оптовый, розничный и валовой товарооборот;
- 2) торгово-посреднический товарооборот;
- 3) сальдо товарных запасов в обращении;
- 4) товарооборот производителей товаров;
- 5) коэффициент звенности товародвижения.

Решение.

1. Оптовый товарооборот $13\ 000 + 7000 = 20\ 000$ млн. руб.
2. Розничный товарооборот $1700 + 2000 = 3700$ млн. руб. (чистый товарооборот).
3. Валовой товарооборот $20\ 000 + 3700 = 23\ 700$ млн. руб.
4. Торгово-посреднический товарооборот $7000 + 2000 = 9000$ млн. руб.
5. Товарооборот производителей $13\ 000 + 1700 = 14\ 700$ млн. руб.
6. Сальдо товарных запасов $13\ 000 - 3700 = 9300$ млн. руб. (поступившая товарная масса — $13\ 000$ млн. руб.).
7. $K_{\text{звенности}} = \text{валовой товарооборот} / \text{чистый товарооборот} = 23700 / 3700 = 6,4$ звена

Пример 20.

Предыдущий год		По плановым расчетам на отчетный год		Фактически за отчетный период	
произведено продукции, тыс. шт.	общая сумма затрат, руб.	произведено продукции, тыс. шт.	общая сумма затрат, руб.	произведено продукции, тыс. шт.	общая сумма затрат, руб.
10	750 000	12	840 000	14	1 008 000

По данным задачи рассчитайте:

1. Процент изменения себестоимости единицы продукции.
2. Экономия (перерасход) затрат от изменения себестоимости.

1. Предварительно определим себестоимость единицы продукции в предыдущем и отчетном периодах:

$$z = \frac{3}{Q},$$

где

z — затраты на производство продукции;

Q — объем произведенной продукции.

Тогда:

фактически за базисный период:

$$z_0 = \frac{750000}{10} = 75 \text{ руб.};$$

по плановым расчетам:

$$z_{\text{пл.}} = \frac{840000}{12} = 70 \text{ руб.};$$

фактически за отчетный период:

$$z_1 = \frac{1008000}{14} = 72 \text{ руб.}$$

Далее рассчитаем индексы себестоимости единицы изделия:

а) по плановым расчетам:

$$i_{\text{пл.}} = \frac{z_{\text{пл.}}}{z_0} = \frac{70}{75} = 0,933 \text{ или } 93,3\%,$$

т.е. по плановым расчетам снижение себестоимости единицы изделия на 6,7%.

б) фактическая динамика себестоимости:

$$i_1 = \frac{z_1}{z_0} = \frac{72}{75} = 0,96 \text{ или } 96\%,$$

следовательно, фактически себестоимость единицы продукции снизилась на 4%, плановое задание не выполнено.

в) выполнение планового задания:

$$i_{\text{вып.пл.}} = \frac{z_1}{z_{\text{пл.}}} = \frac{72}{70} = 1,029 \text{ или } 102,9\%,$$

т.е. фактическая себестоимость единицы продукции выше на 2,9% плановых расчетов.

Между исчисленными индексами существует взаимосвязь:

$$i_{\text{пл.}} = i_{\text{вып.пл.}} \times i_1 = 0,933 \times 1,029 = 0,96 \text{ или } 96\%.$$

2. Экономия (перерасход) затрат от изменения себестоимости можно найти путем вычитания из числителя значение знаменателя в каждом рассчитанном индексе:

а) установленную плановыми расчетами:

$$\Delta_{\text{пл.}} = Z_{\text{пл.}} - Z_0 = 70 - 75 = -5 \text{ руб.};$$

б) фактическую:

$$\Delta_{\text{факт.}} = Z_1 - Z_0 = 72 - 75 = -3 \text{ руб.};$$

в) сверхплановую:

$$\Delta_{\text{св. пл.}} = Z_1 - Z_{\text{пл.}} = 72 - 70 = 2 \text{ руб.};$$

$$\Delta_{\text{пл.}} + \Delta_{\text{св. пл.}} = \Delta_{\text{факт.}}$$

$$(-5) + (+2) = -3 \text{ руб.}$$

Пример 21.

По заводу «Коминтерн» имеются следующие данные о затратах на производство.

	(руб.)
— Затраты на производство	169 150
— Относится на непроизводственные счета	860
— Изменение остатка по счету «Расходы будущих периодов»	+1140
— Изменение остатка по счету «Резерв предстоящих расходов и платежей»	+1480
— Изменение остатка НЗП, полуфабрикатов, инструментов и приспособлений собственной выработки, не включаемых в стоимость продукции	-3750

Рассчитайте себестоимость товарной продукции.

Решение.

По данным о затратах на производство можно определить себестоимость товарной продукции. Для этого необходимо из общей суммы затрат на производство исключить затраты на непроизводственные счета, вычесть изменение остатка незавершенного производства, инструментов и приспособлений собственной выработки, а также изменение остатка на счете «Расходы будущих периодов» добавить прирост или вычесть уменьшение остатка по счету «Резерв предстоящих расходов и платежей».

$$\text{Себестоимость товарной продукции} = 169\,150 - 1140 + 1480 + 3750 = 172\,380 \text{ руб.}$$

Пример 22.

По приведенным ниже данным определите:

1. Производственную и полную себестоимость продукции (работ, услуг) по плановым расчетам и фактически.
2. Удельный вес каждой отдельной статьи затрат в полной себестоимости продукции.
3. Экономия или перерасход затрат по сравнению с плановыми расчетами:
 - а) по каждой статье;
 - б) в целом по всем затратам.
4. Влияние изменения затрат по отдельным статьям на общий процент отклонения фактической себестоимости от плановых расчетов.

Укажите резервы, использование которых обеспечит дальнейшее снижение себестоимости продукции.

(руб.)

Статьи затрат	Фактический выпуск товарной продукции в оценке по себестоимости			
	предприятие 1		предприятие 2	
	кварталь-ного плана	факти-ческой	кварталь-ного плана	факти-ческой
Сырье и материалы	458 000	446 000	257 000	253 000
Топливо и энергия всех видов на технологические цели	6 800	7 600	5 200	4 800
Затраты на оплату труда	107 600	109 000	75 600	72 400
Расходы по освоению производства	40 000	41 000	-	-
Потери от брака	X	4 800	X	6 200
Расходы по содержанию и эксплуатации оборудования	67 000	65 000	31 000	39 000
Общепроизводственные расходы	110 000	101 600	84 000	90 000
Общехозяйственные расходы	86 000	72 800	72 000	73 000
Производственная себестоимость	?	?	?	?
Коммерческие расходы	22 000	28 000	14 000	16 800

Решение примера можно выполнить по нижеприведенной схеме:

Статьи затрат	Фактический выпуск продукции в оценке по себестоимости, руб.		Структура затрат, %		Экономия (+), перерасход (-) против плана		Процент отклонения фактической себестоимости от плановой
	кварталь-ного плана	факти-ческой	кварталь-ного плана	факти-ческой	тыс. руб. (гр. 1 - гр. 2)	% (гр. 5 / гр. 1) × 100	(гр. 5 / итог гр. 1) × 100
А	1	2	3	4	5	6	7
Сырье и материалы	458 000	446 000	строка 1 / полная себестоимость		-12 000	-2,62	(-12000 / итог гр. 1) × 100
и т.д.							

Пример 23.

На машиностроительном заводе имеются следующие сведения о реализации товарной продукции:

(тыс. руб.)

Показатель	Предыдущий год	Фактически реализованная продукция по ценам и себестоимости предыдущего года	Фактически за отчетный год
Полная себестоимость товарной продукции	380 ($\sum q_0 Z_0$)	400 ($\sum q_1 Z_0$)	464 ($\sum q_1 Z_1$)
Выручка от реализации товарной продукции	470 ($\sum q_0 P_0$)	500 ($\sum q_1 P_0$)	590 ($\sum q_1 P_1$)

Определите:

- Прибыль от реализации продукции.
- Общее изменение прибыли от реализации продукции и в том числе вследствие изменения:
 - цен и тарифов;
 - себестоимости реализованной продукции;
 - объема реализованной продукции;
 - ассортимента реализованной продукции.

Решение.

- Прибыль от реализации продукции (ПР):

$$ПР = РП \text{ (без НДС)} - Z_{пр},$$

где РП — выручка от реализации продукции;
 $Z_{пр}$ — полная себестоимость товарной продукции (производственные затраты).

Прибыль от реализации продукции составит:

- за предыдущий год:

$$\sum q_0 P_0 - \sum q_0 Z_0 = 470 - 380 = 90 \text{ тыс. руб.}$$

- фактически за отчетный год по ценам и себестоимости за предыдущий год:

$$\sum q_1 P_0 - \sum q_1 Z_1 = 500 - 400 = 100 \text{ тыс. руб.}$$

в) фактически за отчетный год:

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_1 Z_1 = 590 - 464 = 126 \text{ тыс. руб.}$$

2. Общее изменение прибыли от реализации продукции:

$$\Delta \text{ПР} = \text{ПР}_1 - \text{ПР}_0 = 126 - 90 = +36 \text{ тыс. руб.,}$$

в том числе:

а) вследствие изменения цен и тарифов:

$$\Delta \text{ПР}(P) = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 590 - 500 = +90 \text{ тыс. руб.}$$

б) вследствие изменения себестоимости реализованной продукции:

$$\Delta \text{ПР}(Z) = \sum q_1 z_1 - \sum q_1 z_0 = 464 - 400 = +64 \text{ тыс. руб.}$$

Вследствие увеличения себестоимости прибыль уменьшилась на 64 тыс. руб.

в) вследствие изменения объема реализации:

$$\Delta \text{ПР}(q) = \text{ПР}_0 \cdot (I_q - 1),$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{500}{470} = 1,064$$

или 106,4%, следовательно, прибыль увеличилась тоже на 6,4%, а именно:

$$\Delta \text{ПР}(q) = 90 \cdot (1,064 - 1) = +5,7 \text{ тыс. руб.}$$

г) вследствие изменения ассортимента реализованной продукции:

$$\Delta \text{ПР}(\text{асс}) = \left(\frac{\text{ПР}_1}{\sum q_1 p_0} - \frac{\text{ПР}_0}{\sum q_0 p_0} \right) \cdot \sum q_1 p_0 = \left(\frac{100}{500} - \frac{90}{470} \right) \cdot 500 = 4,3 \text{ тыс. руб.}$$

Итак, общее изменение прибыли равно:

$$\Delta \text{ПР} = \text{ПР}(P) + \Delta \text{ПР}(Z) + \text{ПР}(q) + \Delta \text{ПР}(\text{асс}) = (+90) + (-64) + (+5,7) + (+4,3) = +36 \text{ тыс. руб.,}$$

следовательно, сумма прибыли от реализации продукции увеличена за счет повышения цен и тарифов.

Пример 24.

По ниже приведенным данным рассчитайте показатели рентабельности за два смежных года и определите общее изменение рентабельности предприятия в отчетном году по сравнению с предыдущим, а также под влиянием отдельных факторов.

Показатель	Усл. обозн.	Предыдущий год	Отчетный год
1. Выручка от реализации продукции, без НДС, руб.	РП	212 352	223 430
2. Балансовая прибыль	ПБ	26 164	28 238
3. Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, руб.	$\bar{\Phi}$	187 428	188 836
4. Среднегодовая стоимость материальных оборотных средств, руб.	$\bar{O}$	29 014	29 480
Расчетные показатели			
5. Среднегодовая стоимость ОПФ и МОС, руб.	$\bar{\Phi} + \bar{O}$	216 442	218 316
6. Фондоёмкость продукции (с.3/с.1) в коп./руб.	$\frac{1}{H}$	88,26	84,52
7. Коэффициент закрепления (с.4/с.1) в коп./руб.	$\frac{1}{K}$	13,66	13,19
8. Рентабельность продукции (с.2/с.1) в коп./руб.	R	12,32	12,64
9. Рентабельность производства (с.2/с.5) или (с.8/ (с.6 + с.7)), в коп./руб.	$R_{\text{пр}}$	12,09	12,93

Решение.

Общее изменение рентабельности составило:

$$\Delta R_{\text{пр}} = \Delta R_{\text{пр}1} - \Delta R_{\text{пр}0} = 12,93 - 12,09 = +0,84 \text{ коп./руб.,}$$

в том числе:

1) вследствие увеличения рентабельности продукции:

$$\Delta R_{\text{пр}}(R) = \frac{R_1}{\frac{1}{H_0} + \frac{1}{K_0}} - \frac{R_0}{\frac{1}{H_0} + \frac{1}{K_0}} = \frac{R_1}{\frac{1}{H_0} + \frac{1}{K_0}} - R_{\text{пр}0} = \frac{12,64}{88,26 + 13,66} - 12,09 = 12,40 - 12,09 = +0,31 \text{ коп./руб.,}$$

т.е. увеличение рентабельности продукции повлекло за собой увеличение рентабельности производства на 0,31 коп./руб.

2) вследствие снижения фондоемкости продукции (увеличения фондоотдачи):

$$\Delta R_{\text{пр}}(H) = \frac{R_1}{\frac{1}{H_1} + \frac{1}{K_0}} - \frac{R_1}{\frac{1}{H_0} + \frac{1}{K_0}} = \frac{12,64}{84,52 + 13,66} - \frac{12,64}{88,26 + 13,66} = 12,87 - 12,40 = 0,47 \text{ коп./руб.}$$

Следовательно, рентабельность производства увеличилась в результате улучшения использования основных производственных фондов на 0,47 коп./руб.

3) вследствие снижения коэффициента закрепления (увеличения коэффициента оборачиваемости):

$$\Delta R_{\text{пр}}(K) = \frac{R_1}{\frac{1}{H_1} + \frac{1}{K_1}} - \frac{R_1}{\frac{1}{H_1} + \frac{1}{K_0}} = R_{\text{пр1}} - \frac{R_1}{\frac{1}{H_1} + \frac{1}{K_0}} = 12,93 - \frac{12,64}{84,52 + 13,66} = 12,93 - 12,87 = 0,06 \text{ коп./руб.},$$

т.е. вследствие ускорения оборачиваемости оборотных средств рентабельность производства увеличилась на 0,06 коп./руб.

Итак,

$$\Delta R_{\text{пр}} = R_{\text{пр}}(R) + \Delta R_{\text{пр}}(H) + \Delta R_{\text{пр}}(K) = (+0,31) + (0,47) + (0,06) = +0,84 \text{ коп./руб.}$$

2.2. СТАТИСТИКА ЧИСЛЕННОСТИ, СОСТАВА И ЗАНЯТОСТИ НАСЕЛЕНИЯ

Задача 2.2.1.

Имеются следующие данные о численности и естественном движении населения двух областей региона в 1992—1997 годах:

Годы	Область М			Область Н		
	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.
1992	2412	67 536	19 296	2382	61 932	19 056
1993	2645	71 415	21 160	2380	59 500	19 040
1994	2665	66 625	22 386	2394	55 062	21 546
1995	2713	65 112	23 603	2396	43 128	23 960
1996	2732	57 372	24 588	2408	36 120	26 488
1997	2694	43 104	24 246	2415	28 980	26 565
1998	2716	-	-	2420	-	-

1. Постройте годовые балансы динамики численности населения по двум областям, определите влияние естественного движения и миграции населения на формирование населения в 1992—1997 годах.

2. Проведите анализ динамики численности населения двух областей путем расчета показателей анализа ряда динамики: абсолютного прироста, темпов роста и прироста, среднегодовых темпов роста и прироста, коэффициента опережения роста населения в одной из областей по сравнению с другой областью.

3. Рассчитайте общие коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста, «оборота» населения, коэффициенты жизненности населения и экономичности воспроизводства

в каждой из областей, сравните их значения между собой, дайте оценку.

4. Определите тип динамики численности населения в каждой из областей.

Задача 2.2.2.

По статистическим данным одной из областей региона миграция населения за 1992—1997 годы характеризуется следующими данными:

(тыс. чел.)

Год	Среднегодовая численность населения			Прибывшие			Убывшие		
	всего	в том числе		всего	в том числе		всего	в том числе	
		муж.	жен.		муж.	жен.		муж.	жен.
1992	2528	1235	1293	31,0	19,2	11,8	25,2	15,8	9,4
1993	2655	1275	1380	39,2	23,8	15,4	21,6	13,4	8,2
1994	2689	1318	1371	26,2	15,6	10,6	22,6	15,0	7,6
1995	2722	1334	1388	28,6	18,6	10,0	24,0	16,0	8,0
1996	2713	1329	1384	23,8	15,4	8,4	22,8	15,4	7,4
1997	2705	1325	1380	24,2	15,8	8,4	20,8	14,2	6,6

Определите:

1. Показатели соотношения численности мужчин и женщин в области и среди мигрантов.

2. Абсолютные и относительные показатели миграции населения в области, отдельно для мужчин и женщин.

Выявите особенности миграции населения отдельных полов. Покажите тенденции развития миграционных процессов в области за 1992—1997 годы.

Задача 2.2.3.

Имеются данные о возрастно-половом составе населения региона по материалам переписи 1979 и 1989 годов:

(в %)

Возрастные группы	Все население региона			
	на 17.01.1979 года		на 12.01.1989 года	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины
0—9	25,1	19,8	20,0	18,0
10—19	17,1	13,7	16,5	16,0
20—29	18,1	13,5	16,4	17,0
30—39	13,9	15,2	14,9	15,0
40—49	9,2	12,2	12,2	12,4
50—59	7,4	10,6	9,4	10,0
60—69	6,5	10,3	7,7	8,0
70—79	2,1	3,6	2,2	2,6
80—89	0,5	1,0	0,6	0,9
90 и ст.	0,1	0,1	0,1	0,1
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0

Постройте возрастные пирамиды, определите тип возрастной структуры населения, коэффициенты старости и долголетия за 1979 и 1989 годы.

Проведите сравнительный анализ изменений в возрастной структуре населения за 1979—1989 годы.

Задача 2.2.4.

На основе следующих данных найдите недостающие показатели таблиц смертности городского населения области М за 1996—1997 годы:

X возраст	Мужской пол				Женский пол			
	l_x	q_x	L_x	e_x	l_x	q_x	L_x	e_x
16	93 251	0,00152		51,04	94 607		94 569	
17		0,00167				0,00091	94 437	58,42

Продолжение табл.

X воз- раст	Мужской пол				Женский пол			
	l_x	q_x	L_x	e_x	l_x	q_x	L_x	e_x
18	92 954		92 869	49,20	94 444	0,00102		57,48
19		0,00203	92 690	48,29		0,00112	94 295	
20	92 596	0,00230		47,39	94 242		94 186	55,60
21		0,00261	92 262	46,50	94 130		94 071	
22	92 142	0,00291				0,00131		53,73

При расчетах учтите, что T_{23} для мужского пола — 4 111 362, для женского — 4 957 339.

Дайте пояснения к вашим расчетам.

Для возрастных групп мужчин и женщин от 16 до 21 года определите коэффициенты дожития.

Задача 2.2.5.

На основе следующих данных определите численность женского населения, вступающего в рабочий возраст и выходящих из него в районах А и В в 1996—2000 годах.

X возраст	Район А		Район В	
	Среднее число живущих — L_0	Численность женщин на 01.01.96	Среднее число живущих — L_0	Численность женщин на 01.01.96
12	96 612	18 920	96 711	19 132
13	96 584	19 230	96 574	19 275
14	96 498	19 780	96 508	19 797
15	96 399	19 510	96 402	19 901
16	96 340	19 530	96 343	20 236
...	...	...	...	...
51	88 948	23 930	88 954	18 944
52	88 562	23 083	88 583	19 011
53	87 984	22 074	87 992	19 315
54	87 412	21 592	87 422	19 427
55	86 872	20 384	86 913	19 850

Сравните полученные данные по годам и на конец изучаемого периода по районам.

Задача 2.2.6.

Имеются следующие данные о возрастных показателях смертности мужчин и женщин в России на конец 1993 года:

Возрастная группа	Число умерших на 1000 человек соответствующей возрастной группы, %		Стандарт возрастной структуры населения, %
	мужчин	женщин	
Все население	16,1	13,0	100,0
0—4	4,5	3,5	6,0
5—9	0,7	0,4	8,2
10—14	0,7	0,4	7,7
15—19	2,1	0,8	7,2
20—24	3,8	1,0	6,7
25—29	5,1	1,2	6,5
30—34	7,0	1,6	8,4
35—39	9,3	2,4	8,6
40—44	13,3	3,7	7,8
45—49	17,8	5,4	5,0
50—54	25,3	7,9	5,3
55—59	31,3	10,9	6,0
60—64	45,3	16,7	5,2
65—69	59,4	25,6	4,9
70 и старше	118,8	87,8	6,5

Рассчитайте стандартизованные коэффициенты смертности мужчин и женщин России, сравните полученные показатели.

Задача 2.2.7.

На начало года численность наличного населения района составила 19 705 человек, временно проживающих было 510

человек, из числа постоянно проживающих временно отсутствовало 430 человек. Из общего числа постоянно проживающих лиц моложе трудоспособного возраста было 5880 человек, трудоспособного — 10 200 человек.

В течение года: родилось 329 человек, умерло — 161 человек, переехало на постоянное жительство в район из других местностей 760 человек, из числа постоянно проживающих выехало в другие районы на постоянное жительство 744 человека.

Определите:

- 1) численность постоянного населения района на начало и конец года;
- 2) среднегодовую численность постоянного населения района;
- 3) показатели естественного движения: коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста, жизненности, оборота населения, экономичности воспроизводства;
- 4) показатели миграции: коэффициенты прибытия, убытия, миграции;
- 5) относительные величины координации и возрастной структуры населения.

Проанализируйте полученные показатели.

Сделайте выводы о динамике и источниках роста (снижения) численности постоянного населения района.

Назовите виды рассчитанных относительных и средних величин.

Задача 2.2.8.

На начало года численность наличного населения одного из районов области составляла 28 143 человека, из них 304 человека проживало временно. Из постоянно проживающих 258 человек временно отсутствовало. Из общего числа постоянно проживающих в трудоспособном возрасте было 15 620 человек, старше трудоспособного — 5457 человек.

В течение года: у постоянного населения района родилось 378 человек, умерло — 401 человек, из числа постоянно проживающих выехало в другие населенные пункты 1614 человек, переехало на постоянное жительство из других местностей 2191 человек.

Определите:

- 1) численность постоянного населения района на начало и конец года;

2) среднегодовую численность постоянного населения района;

3) показатели естественного движения: коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста, жизненности, оборота населения, экономичности воспроизводства;

4) показатели миграции: коэффициенты прибытия, убытия, миграции;

5) относительные величины координации и возрастной структуры населения.

Проанализируйте полученные показатели.

Сделайте выводы о динамике и источниках роста (снижения) численности постоянного населения района.

Назовите виды рассчитанных относительных и средних величин.

Задача 2.2.9.

Имеются следующие данные о численности населения, числе родившихся и умерших в России в 1990—1995 годы:

Год	Население на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.
1990	148 041	1 988 856	1 655 993
1991	148 543	1 794 626	1 690 657
1992	148 704	1 587 644	1 807 441
1993	148 673	1 378 983	2 129 339
1994	148 366	1 408 159	2 301 366
1995	148 306	1 363 806	2 203 811
1996	147 976		

Определите:

- 1) среднюю численность населения за каждый год;
- 2) коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста населения по годам;
- 3) коэффициенты миграционного прироста населения;

4) коэффициенты жизненности, экономичности воспроизводства населения.

Задача 2.2.10.

За отчетный год по области исчислены следующие показатели:

коэффициент брачной плодовитости	122,0‰
коэффициент внебрачной плодовитости	25,0‰
доля женщин, состоящих в браке	0,54

Определите коэффициент общей плодовитости для населения области за отчетный год.

Задача 2.2.11.

Численность постоянного населения района на начало года составляла 220 тыс. человек, на конец года — 226 тыс. человек. За год в районе родилось 6,2 тыс. детей, умерло 2 тыс. человек.

Исчислите:

- 1) коэффициенты естественного движения населения, оборота и экономичности воспроизводства;
- 2) коэффициент жизненности населения;
- 3) коэффициент миграции.

Покажите роль естественного прироста и миграции в формировании населения района.

Задача 2.2.12.

Рынок труда в Российской Федерации характеризуется следующими данными:

	Численность экономически активного населения на конец года (тыс. чел.)		Численность населения на начало года (тыс. чел.)		
	1992	1993	1992	1993	1994
Российская Федерация	75626,1	74971,7	148 704	148 673	148 366
Западно-Сибирский район	92,3	96,3	15 167	15 163	5138
Новосибирская область	1112,5	1089,2	2803	2803	2792

Для анализа рынка труда рассчитайте по общей численности населения и по экономически активному населению в разрезе указанных территорий:

- 1) абсолютные приросты,
- 2) темпы динамики.

Найдите долю экономически активного населения в общей численности населения.

Сделайте выводы.

Задача 2.2.13.

Имеются следующие данные по отдельным регионам страны на конец 1993 года (тыс. чел.):

	Численность экономически активного населения	Общая численность безработных	Численность безработных, зарегистрированных в службе занятости	Удельный вес женщин	
				в общей численности безработных	в численности зарегистрированных безработных
Российская Федерация	74971,7	4120,2	835,5	48,2	67,9
Западно-Сибирский район	96,3	8,3	0,8	56,7	49,5
Новосибирская область	1089,2	92,1	13,3	48,8	81,7

По этим данным в разрезе территорий определите:

1. Удельный вес безработных в экономически активном населении.
 2. Удельный вес безработных, зарегистрированных в службе занятости в численности экономически активного населения.
 3. Охарактеризуйте женскую безработицу.
- Сделайте выводы.

Задача 2.2.14.

Имеется распределение безработных по возрасту (по данным выборочного обследования по проблемам занятости, проведенного в октябре 1995 года), в % к итогу.

	Численность безработных, всего	в том числе в возрасте, лет						
		15—19	20—24	25—29	30—49	50—54	55—59	60—72
Российская Федерация	100	13,6	16,8	11,9	43,4	5,6	5,1	3,6
Западно-Сибирский район	100	23,8	23,8	11,9	38,1	0,0	0,0	2,4
Новосибирская область	100	15,3	18,8	13,3	43,2	4,7	3,1	1,6

Определите по каждой территории:

1. Средний возраст безработных.
2. Регион с демографически старым населением.
3. Секторной диаграммой охарактеризуйте распределение безработных по возрасту.

Задача 2.2.15.

Имеются следующие сведения о высвобождении работников Новосибирской области за 1993—1995 годы:

1993 г.

	Среднесписочная численность, чел.	Намечено к высвобождению, чел.		
		всего	женщин	лиц в предпенсионном возрасте
Всего — из них по формам собственности:	162 441	2553	1904	322
а. Государственная и муниципальная	124 736	1656	1236	215
б. Общественных объединений и организаций	960	18	14	3
в. Частная	1007	143	1266	8
г. Смешанная	2001	43	27	7
Из стр. 1 по отраслям народного хозяйства:				
а. Промышленность	88 117	1010	724	114

	Среднесписочная численность, чел.	Намечено к высвобождению, чел.		
		всего	женщин	лиц в предпенсионном возрасте
б. Сельскохозяйственное производство	13 368	209	141	49
в. Транспорт и связь	17 554	212	112	31
г. Строительство	6830	185	129	22
д. Торговля и общественное питание	13 352	471	436	45
е. Жилищно-коммунальное хозяйство	1258	30	14	3
ж. Бытовое обслуживание	583	17	14	2
з. Управление	365	14	10	2
и. Наука	10 318	72	51	11
к. Другие отрасли	10 696	333	273	43

1994 г.

	Среднесписочная численность, чел.	Намечено к высвобождению, чел.		
		всего	женщин	лиц в предпенсионном возрасте
Всего — из них по формам собственности:	54 968	1613	1081	40
а. Государственная и муниципальная	33 735	918	546	87
б. Общественных объединений и организаций	2252	56	32	5
в. Частная	3382	185	153	7
г. Смешанная	19 899	454	360	41
Из стр. 1 по отраслям народного хозяйства:				
а. Промышленность	24 701	485	399	23
б. Сельскохозяйственное производство	15 604	224	164	30

	Среднесписочная численность, чел.	Намечено к высвобождению, чел.		
		всего	женщин	лиц в предпенсионном возрасте
в. Транспорт и связь	4826	425	140	43
г. Строительство	630	16	5	1
д. Торговля и общественное питание	7182	294	259	25
е. Жилищно-коммунальное хозяйство	933	8	8	0
ж. Бытовое обслуживание	339	42	31	3
з. Управление	7	2	2	1
и. Наука	148	6	5	0
к. Другие отрасли	4897	111	78	14

1995 г.

	Среднесписочная численность, чел.	Намечено к высвобождению, чел.		
		всего	женщин	лиц в предпенсионном возрасте
Всего — из них по формам собственности:	145 268	2835	1961	256
а. Государственная и муниципальная	88 014	1326	920	143
б. Общественных объединений и организаций	2231	98	60	5
в. Частная	25 667	405	312	28
г. Смешанная	29 356	1006	669	80
Из стр. 1 по отраслям народного хозяйства:				
а. Промышленность	87 441	1193	841	106
б. Сельскохозяйственное производство	7819	354	199	28
в. Транспорт и связь	11 918	185	107	14
г. Строительство	3311	127	53	19

	Среднесписочная численность, чел.	Намечено к высвобождению, чел.		
		всего	женщин	лиц в предпенсионном возрасте
д. Торговля и общественное питание	5662	244	209	8
е. Жилищно-коммунальное хозяйство	3959	90	83	7
ж. Бытовое обслуживание	836	37	24	2
з. Управление	448	6	6	-
и. Наука	5581	62	32	13
к. Другие отрасли	18 293	535	407	57

Определите по формам собственности и отраслям народного хозяйства:

1. Тенденцию в численности лиц, намеченных к высвобождению, для чего рассчитайте для всей численности высвобождаемых и в т.ч. женщин и лиц предпенсионного возраста:

а) среднегодовой уровень;

б) темпы роста цепной, базисный и средний.

2. Показатели структуры высвобождаемых.

3. Долю высвобождаемых в средней списочной численности.

4. Расчеты представьте в таблице.

Сделайте выводы.

5. Спрогнозируйте ситуацию на ближайшие 2 года, используя метод экстраполяции.

Задача 2.2.16.

Распределение безработных области по продолжительности безработицы по состоянию на конец отчетного периода за 1993—1995 годы выглядит следующим образом:

1993 г.

	Всего, чел.	из них	
		молодежь в возрасте 16—29 лет	женщины
Продолжительность безработицы: до 1 месяца	1623	643	1310

Продолжение табл.

	Всего, чел.	из них	
		молодежь в возрасте 16—29 лет	женщины
от 1 до 4 месяцев	5828	1679	4554
от 4 до 8 месяцев	4043	1222	3385
от 8 до 1 года	1024	302	871
более 1 года	122	33	102

1994 г.

	Всего, чел.	из них	
		молодежь в возрасте 16—29 лет	женщины
Продолжительность безработицы:			
до 1 месяца	2747	930	1851
от 1 до 4 месяцев	7407	2388	5356
от 4 до 8 месяцев	6218	2052	4677
от 8 до 1 года	4643	1249	3477
более 1 года	2234	531	1836

1995 г.

	Всего, чел.	из них	
		молодежь в возрасте 16—29 лет	женщины
Продолжительность безработицы:			
до 1 месяца	2525	834	1625
от 1 до 4 месяцев	8340	2931	5879
от 4 до 8 месяцев	6517	2183	4738
от 8 до 1 года	5181	1479	3692
более 1 года	4060	801	3248

Охарактеризуйте динамику безработицы, рассчитав за каждый год для всех безработных, молодежи, женщин:

- 1) среднюю продолжительность безработицы;
- 2) структуру продолжительности безработицы;
- 3) изобразите динамику рассчитанных показателей графически.

Сделайте выводы.

Задача 2.2.17.

Имеются следующие данные за два периода:

(%)

Показатели	Базисный период	Отчетный период
1. Коэффициент занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста	95,0	95,5
2. Доля трудоспособного населения трудоспособного возраста	59,0	61,0
3. Доля населения трудоспособного возраста	97,0	98,0
4. Доля трудовых ресурсов	60,0	61,0

Рассчитайте индекс занятости, оцените степень влияния факторов, составляющих индексную модель.

Задача 2.2.18.

Для изучения безработицы в регионе была проведена 5% механическая выборка, которая дала следующие результаты:

Группы безработных по продолжительности отсутствия работы, мес.	Число безработных
До 3	6
3—6	21
6—9	70
9—12	115
12—15	60
15—18	21
18 и более	7

Определите:

- 1) среднюю продолжительность отсутствия работы у опрошенных;
- 2) долю лиц, не имеющих работу более 1 года;
- 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность безработицы и долю безработных более 1 года в генеральной совокупности;

4) необходимую численность выборки при определении средней продолжительности отсутствия работы, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки не превысила 3 месяцев.

Задача 2.2.19.

Имеются следующие данные по группе районов одной из областей:

Район	Численность занятого населения, человек	Коэффициент занятости населения, %	Доля населения в трудоспособном возрасте, %
1	20 500	54	72
2	18 900	52	68
3	22 700	57	71
4	23 600	58	69

Определите по группе районов области средние значения:

- 1) численности занятого населения в среднем на один район;
- 2) коэффициента занятости населения;
- 3) доли населения в трудоспособном возрасте.

Укажите виды рассчитанных средних величин.

Сделайте выводы.

Задача 2.2.20.

Имеются следующие данные о численности и движении безработных по одному из отделений службы занятости (человек):

Численность безработных на 1. 01. 97 года	1608
В течение 1 квартала:	
— принято на учет	149
— снято с учета	132
в том числе в связи с:	
оформлением на досрочную пенсию	24
направлением на профессиональное обучение	28
трудоустройством	80
из них:	
после завершения профессионального обучения	29

Определите:

- 1) численность безработных по отделению фонда занятости на 1. 04. 97 года;
- 2) относительный уровень безработицы, если известно, что среднемесячная численность занятых в регионе 60 тыс. человек;
- 3) относительный коэффициент пополнения безработных;

- 4) относительный коэффициент снятия с учета безработных;
- 5) структуру снятых с учета безработных.

Задача 2.2.21.

По одному из регионов Западной Сибири имеются следующие данные о численности официально зарегистрированных в службе занятости безработных (на конец отчетного периода):

		тыс. человек
1995	декабрь	26,6
1996	январь	26,8
	февраль	27,9
	март	27,8
	апрель	28,5
	май	26,8
	июнь	25,1
	июль	24,0
	август	23,9
	сентябрь	23,4
	октябрь	23,6
	ноябрь	25,1
	декабрь	26,1

Определите:

- 1) среднюю численность официально зарегистрированных безработных по кварталам и за 1996 год;
- 2) уровень официально зарегистрированной безработицы, если численность занятого населения региона составляла 300 тыс. чел.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

Имеются следующие данные о численности и естественном движении населения двух областей региона в 1990—1995 годах:

Годы	Область М			Область Н		
	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.
1990	2412	67 536	19 296	2382	61 932	19 056
1991	2645	71 415	21 160	2380	59 500	19 040
1992	2665	66 625	22 386	2394	55 062	21 546

Годы	Область М			Область Н		
	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.	Численность населения на начало года, тыс. чел.	Число родившихся, чел.	Число умерших, чел.
1993	2713	65 112	23 603	2396	43 128	23 960
1994	2732	57 372	24 588	2408	36 120	26 488
1995	2694	43 104	24 246	2415	28 980	26 565
1996	2716	-	-	2420	-	-

1. Постройте годовые балансы динамики численности населения по двум областям, определите влияние естественного движения и миграции населения на формирование населения в 1990—1995 годах.

2. Проведите анализ динамики численности населения двух областей путем расчета показателей анализа ряда динамики: абсолютного прироста, темпов роста и прироста, среднегодовых темпов роста и прироста, коэффициенты ускорения (замедления) среднегодовых темпов роста по областям, коэффициента опережения роста населения в одной из областей по сравнению с другой областью.

3. Рассчитайте общие коэффициенты, рождаемости, смертности, естественного прироста, «оборота» населения, коэффициенты жизненности населения и экономичности воспроизводства в каждой из областей, сравните их значения между собой, дайте оценку.

4. Определите тип динамики численности населения в каждой из областей.

Решение.

Проведем оценку демографической ситуации на примере первой области.

1. Построим годовой баланс динамики численности населения и определим источники формирования населения области.

Годовой баланс динамики численности населения области М за 1990—1995 годы (тыс. чел.)

Год	Численность населения		Абсолютный прирост (+), убыль (-)	В том числе за счет	
	на начало года	на конец года		естественного прироста (+), убыли (-)	сальдо миграции
1990	2412	2645	+ 233,0	+ 48,2	+ 184,8
1991	2645	2665	+ 20,0	+ 50,3	- 30,3
1992	2665	2713	+ 48,0	+ 44,2	+ 3,8
1993	2713	2732	+ 19,0	+ 41,5	- 22,5
1994	2732	2694	- 38,0	+ 32,8	- 70,8
1995	2694	2716	+ 22,0	+ 18,9	+ 3,1
Итого	2412	2716	+ 304,0	+ 235,9	+ 68,1

За 1990—1995 годы население области сформировалось на 77,6% за счет естественного прироста ($\frac{235,9}{304,0} \times 100$) и на 22,4% за счет миграции ($\frac{68,1}{304,0} \times 100$).

Однако, в 1991, 1993 и 1994 годах для области было характерно отрицательное сальдо миграции.

2. Рассмотрим особенности динамики численности населения области (см. табл. 2.2.1.).

Таблица 2.2.2.

Абсолютный прирост, темп роста и прироста населения области М в 1990—1995 годах

Год	Численность на начало года, тыс. чел.	Темпы роста, %		Темпы прироста, %		Абсолютный прирост, тыс. чел.
		цепные	базисные	цепные	базисные	
1990	2412	-	100,0	-	-	-

Продолжение табл. 2.2.2.

Год	Численность на начало года, тыс. чел.	Темпы роста, %		Темпы прироста, %		Абсолютный прирост, тыс. чел.
		цепные	базисные	цепные	базисные	
1991	2645	109,7	109,7	9,7	9,7	233
1992	2665	100,8	110,5	0,8	10,5	20
1993	2713	101,8	112,5	1,8	12,5	48
1994	2732	100,7	113,3	0,7	13,3	19
1995	2694	98,6	111,7	-1,4	11,7	-38
1996	2716	100,8	112,6	0,8	12,6	22

Выводы:

а) Идет сокращение абсолютного прироста населения, в 1995 г. — убыль населения;

б) среднегодовой темп роста населения области М за 1990—1996 годы составил:

$$\bar{T}_{\text{роста}} = \sqrt[6]{1,126} = 1,02$$

или 102%; среднегодовой темп роста численности населения области — 2%;

в) среднегодовой абсолютный прирост:

$$\frac{2716 - 2412}{6} = \frac{304}{6} = 50,7 \text{ тыс. человек.}$$

После расчета всех показателей динамики по области М необходимо провести сравнение среднегодовых темпов роста населения двух областей, рассчитав коэффициент опережения:

$$K_o = \frac{\bar{T}_p}{\bar{T}_p} >$$

3. Рассчитаем показатели естественного движения населения.
а) коэффициент жизненности, т.е. число родившихся на 100 умерших:

$$K = \frac{N}{M},$$

где N — число родившихся,
 M — число умерших.

$$1990: \frac{67536}{19296} \times 100 = 350;$$

$$1991: \frac{71475}{21160} \times 100 = 338;$$

$$1992: \frac{66625}{22386} \times 100 = 298;$$

$$1993: \frac{65112}{23603} \times 100 = 276;$$

$$1994: \frac{57372}{24588} \times 100 = 233;$$

$$1995: \frac{43104}{24246} \times 100 = 178.$$

Число родившихся на 100 умерших непрерывно снижается, что говорит о появлении негативных тенденций в естественном движении населения.

б) Общий коэффициент рождаемости (рассчитывается в среднем за год):

$$n = \frac{N}{S} \times 1000,$$

где n — число родившихся на 1000 человек населения в среднем за год;

N — число родившихся живыми за отчетный год;

$\bar{S}$ — среднегодовая численность населения.

$$\bar{S}_{1990} = \frac{2412 + 2645}{2} = 2528 \text{ тыс. чел.}$$

$$\bar{S}_{1991} = \frac{2645 + 2665}{2} = 2655 \text{ тыс. чел.}$$

$$\bar{S}_{1992} = \frac{2665 + 2713}{2} = 2689 \text{ тыс. чел.}$$

$$\bar{S}_{1993} = \frac{2713 + 2732}{2} = 2722 \text{ тыс. чел.}$$

$$\bar{S}_{1994} = \frac{2732 + 2694}{2} = 2713 \text{ тыс. чел.}$$

$$\bar{S}_{1995} = \frac{2694 + 2716}{2} = 2705 \text{ тыс. чел.}$$

Общий коэффициент рождаемости:

$$n_{1990} = \frac{67536}{2528000} \times 1000 = 26,7\text{‰}$$

$$n_{1991} = \frac{71415}{2655000} \times 1000 = 26,9\text{‰}$$

$$n_{1992} = \frac{66625}{2689000} \times 1000 = 24,8\text{‰}$$

$$n_{1993} = \frac{65112}{2722000} \times 1000 = 23,9\text{‰}$$

$$n_{1994} = \frac{57372}{2713000} \times 1000 = 21,2\text{‰}$$

$$n_{1995} = \frac{43104}{2705000} \times 1000 = 15,9\text{‰}$$

Произошло снижение общего коэффициента рождаемости на $15,9 - 26,7 = -10,8\text{‰}$ -ых пункта. Если в 1990 году по шкале оценки выше среднего уровня, то в 1995 году — ниже среднего уровня.

в) Общий коэффициент смертности рассчитывается по формуле:

$$m = \frac{M}{\bar{S}} \times 1000,$$

где m — число умерших на 1000 человек населения в среднем за год;

M — число умерших за год;

$\bar{S}$ — среднегодовая численность населения.

$$m_{1990} = \frac{19296}{2528000} \times 1000 = 7,6\text{‰}$$

$$m_{1991} = \frac{21160}{2655000} \times 1000 = 8,0\text{‰}$$

$$m_{1992} = \frac{22386}{2689000} \times 1000 = 8,3\text{‰}$$

$$m_{1993} = \frac{23603}{2722000} \times 1000 = 8,7\text{‰}$$

$$m_{1994} = \frac{24588}{2713000} \times 1000 = 9,1\text{‰}$$

$$m_{1995} = \frac{24246}{2705000} \times 1000 = 9,0\text{‰}$$

Произошло увеличение общего коэффициента на $9,0 - 7,4 = 1,4\text{‰}$ -ых пункта. Если в 1990 году для этого показателя был характерен низкий уровень коэффициента смертности, то к 1995 году он поднялся до следующей отметки и может быть охарактеризован, как «уровень ниже среднего».

г) Коэффициент естественного прироста населения рассчитывается по формуле:

$$K_{n-m} = n - m,$$

по годам составил:

1990	$26,7 - 7,6 = 19,1\text{‰}$
1991	$26,9 - 8,0 = 18,9\text{‰}$
1992	$24,8 - 8,3 = 16,5\text{‰}$
1993	$23,9 - 8,7 = 15,2\text{‰}$
1994	$21,2 - 9,1 = 12,1\text{‰}$
1995	$15,9 - 9,0 = 6,9\text{‰}$

Уровень естественного прироста населения снизился на: $6,9 - 19,1 = -12,2\text{‰}$ -ых пункта.

д) Коэффициент оборота населения рассчитывается по формуле:

$$K_{n+m} = n + m,$$

по годам он составил:

1990	$26,7 + 7,6 = 34,3\%$
1991	$26,9 + 8,0 = 34,9\%$
1992	$24,8 + 8,3 = 33,1\%$
1993	$23,9 + 8,7 = 32,6\%$
1994	$21,2 + 9,1 = 30,3\%$
1995	$15,9 + 9,0 = 24,9\%$

е) Коэффициент экономичности воспроизводства населения рассчитывается по формуле:

$$K_Q = \frac{n-m}{n+m},$$

по годам он составил:

1990	$\frac{19,1}{34,3} = 0,56$
1991	$\frac{18,9}{34,9} = 0,54$
1992	$\frac{16,5}{33,1} = 0,50$
1993	$\frac{15,2}{32,6} = 0,47$
1994	$\frac{12,1}{30,3} = 0,40$
1995	$\frac{6,9}{24,9} = 0,28$

Коэффициент экономичности воспроизводства показывает удельный вес естественного прироста в общем «обороте» населения. В области М происходит падение этого показателя, к 1995 году он снизился в 2 раза.

В целом демографическая ситуация имеет тенденцию к ее резкому ухудшению, переходу к суженному воспроизводству населения.

Пример 2.

По статистическим данным одной из областей региона миграция населения за 1990—1995 годы характеризуется следующими данными:

(тыс. чел.)

Год	Среднегодовая численность населения			Прибывшие			Убывшие		
	всего	в том числе		всего	в том числе		всего	в том числе	
		муж.	жен.		муж.	жен.		муж.	жен.
1990	2528	1235	1293	31,0	19,2	11,8	25,2	15,8	9,4
1991	2655	1275	1380	39,2	23,8	15,4	21,6	13,4	8,2
1992	2689	1318	1371	26,2	15,6	10,6	22,6	15,0	7,6
1993	2722	1334	1388	28,6	18,6	10,0	24,0	16,0	8,0
1994	2713	1329	1384	23,8	15,4	8,4	22,8	15,4	7,4
1995	2705	1325	1380	24,2	15,8	8,4	20,8	14,2	6,6

Определите:

1. Показатели соотношения в численности мужчин и женщин в области и среди мигрантов.

2. Абсолютные и относительные показатели миграции населения в области, отдельно для мужчин и женщин.

Выявите особенности миграции населения отдельных полов. Покажите тенденции развития миграционных процессов в области за 1990—1995 годы.

Решение.

1. Соотношение в численности мужчин и женщин определяется при помощи следующих показателей:

а) определение мужского или женского перевеса в численности населения и мигрантов;

б) определение удельного веса мужчин и женщин в общей численности населения, среди прибывших и убывших;

в) определение численности женщин, приходящихся на 1000 мужчин во всем населении области, среди прибывших и убывших (показателей координации).

2. Расчеты показателей миграции проведем на примере всего населения области:

а) сальдо миграции (+-) по годам определяется по формуле:

$$\Delta V = V_+ - V_-$$

где ΔV — сальдо миграции;

V_+ — прибывшие;

V_- — убывшие;

при $V_+ > V_-$ — сальдо положительное;

при $V_+ < V_-$ — сальдо отрицательное.

1990	$31,0 - 25,2 = 5,8$ тыс. чел.
1991	$39,2 - 21,6 = 17,6$ тыс. чел.
1992	$26,2 - 22,6 = 3,6$ тыс. чел.
1993	$28,6 - 24,0 = 4,6$ тыс. чел.
1994	$23,8 - 22,8 = 1,0$ тыс. чел.
1995	$24,2 - 20,8 = 3,4$ тыс. чел.

В области в течение изучаемого периода сложилось положительное сальдо миграции населения, его приток превышает отток.

б) коэффициент прибытия рассчитывается по формуле:

$$K_{V+} = \frac{V_+}{S} \times 1000,$$

что по годам составило:

1990	$\frac{31,0}{2528} \times 1000 = 12,3\%$
1991	$\frac{39,2}{2655} \times 1000 = 14,8\%$
1992	$\frac{26,2}{2689} \times 1000 = 9,7\%$
1993	$\frac{28,6}{2722} \times 1000 = 10,5\%$
1994	$\frac{23,8}{2713} \times 1000 = 8,8\%$
1995	$\frac{24,2}{2705} \times 1000 = 8,9\%$

Наблюдается снижение коэффициента миграции по прибытию на 3,4 промильных пункта или на $(8,9/12,3 \times 100\% = 72,4\%)$ 27,6%.

в) коэффициент миграции по убытию рассчитывается по формуле:

$$K_{V-} = \frac{V_-}{S} \times 1000,$$

что по годам составило:

1990	$\frac{25,2}{2528} \times 1000 = 10,0\%$
1991	$\frac{21,6}{2655} \times 1000 = 8,1\%$
1992	$\frac{22,6}{2689} \times 1000 = 8,4\%$
1993	$\frac{24,0}{2722} \times 1000 = 8,8\%$
1994	$\frac{22,8}{2713} \times 1000 = 8,4\%$
1995	$\frac{20,8}{2705} \times 1000 = 7,7\%$

Снижение коэффициента убытия произошло на 2,3 промильных пункта или на 23%. Снижение коэффициента убытия происходит медленнее, чем коэффициента прибытия.

г) коэффициент миграции рассчитывается двумя способами:

$K_V = K_{V+} - K_{V-}$ — или $K_V = \frac{V_+ - V_-}{S} \times 1000$, что по годам составило:

1990	$12,3 - 10,0 = 2,3\%$
1991	$14,8 - 8,1 = 6,7\%$
1992	$9,7 - 8,4 = 1,3\%$
1993	$10,5 - 8,8 = 1,7\%$
1994	$8,8 - 8,4 = 0,4\%$
1995	$8,9 - 7,7 = 1,2\%$

Размах колебаний этого показателя велик:
от 6,7‰ до 0,4‰.

д) коэффициент оборота миграционных процессов рассчитывается по формуле:

$$K_{(V+)+(V-)} = K_{V+} + K_{V-},$$

что по годам составило:

1990	$12,3 + 10,0 = 22,3‰$
1991	$14,8 + 8,1 = 22,9‰$
1992	$9,7 + 8,4 = 18,1‰$
1993	$10,5 + 8,8 = 19,3‰$
1994	$8,8 + 8,4 = 17,2‰$
1995	$8,9 + 7,7 = 16,6‰$

е) коэффициент экономичности миграционных потоков рассчитывается по формуле:

$$K_Q = \frac{K_{V+} - K_{V-}}{K_{V+} + K_{V-}},$$

что по годам составило:

1990	$\frac{2,3}{22,3} = 0,10$
1991	$\frac{6,7}{22,9} = 0,29$
1992	$\frac{1,3}{18,1} = 0,07$
1993	$\frac{1,7}{19,3} = 0,09$
1994	$\frac{0,4}{17,2} = 0,02$
1995	$\frac{1,2}{16,6} = 0,07$

Сальдо миграции играет небольшую роль в общем обороте миграционных потоков и его значение постоянно испытывает значительные колебания.

Пример 3.

Имеются данные о возрастном-половом составе населения региона по материалам переписи 1979 и 1989 годов:

(в %)

Возрастные группы	Все население региона			
	на 17.01.1979 года		на 12.01.1989 года	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины
0—9	25,1	19,8	20,0	18,0
10—19	17,1	13,7	16,5	16,0
20—29	18,1	13,5	16,4	17,0
30—39	13,9	15,2	14,9	15,0
40—49	9,2	12,2	12,2	12,4
50—59	7,4	10,6	9,4	10,0
60—69	6,5	10,3	7,7	8,0
70—79	2,1	3,6	2,2	2,6
80—89	0,5	1,0	0,6	0,9
90 и ст.	0,1	0,1	0,1	0,1
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0

Постройте возрастные пирамиды, определите тип возрастной структуры населения, коэффициенты старости и долголетия за 1979 и 1989 годы.

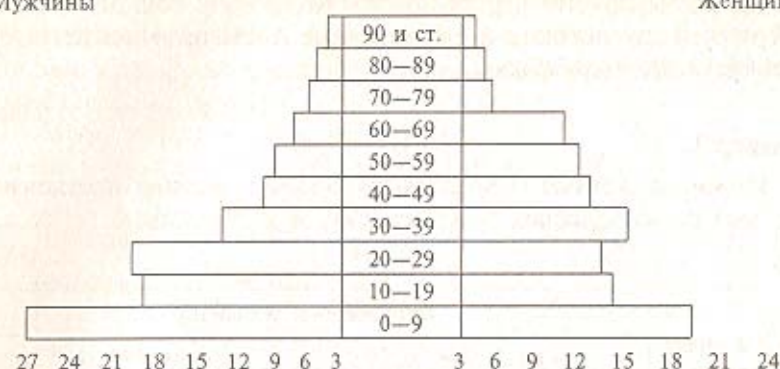
Проведите сравнительный анализ изменений в возрастной структуре населения за 1979—1989 годы.

Решение.

Построим возрастную пирамиду населения региона на 17. 01. 1979 года:

Мужчины

Женщины



Масштаб:

по оси X — в 1 см 3%

по оси Y — в 1 см десятилетняя возрастная группа.

В возрастных группах 0—29 лет удельный вес численности мужского населения превышает соответствующие показатели по женскому населению. В то же время в старших возрастных группах удельный вес доживающих до возраста 60 лет у женского населения больше.

Построенная возрастная пирамида характерна для стационарного типа населения в возрастах 10—19 лет и старше, в то же время пирамида имеет широкое основание в связи с высоким удельным весом младшей возрастной группы от 0 до 9 лет.

Можно считать, что в 1979 году регион находился в периоде смены типа возрастной структуры от прогрессивного к стационарному.

Для подтверждения этого вывода укрупним возрастные группы, сравним полученные структуры со шкалой Зунберга (см. табл. 2.2.3).

Таблица 2.2.3.

Типы возрастной структуры по Зунбергу, в %

Возрастная группа (лет)	Возрастная структура		
	Прогрессивная	Стационарная	Регрессивная
0—14	40	27	20
15—49	50	30	50
50 и старше	10	23	30
Итого	100	100	100

Для того, чтобы выйти на возрастные группы, предложенные Зунбергом, проведем вторичную группировку для группы 10—19 лет. На каждую однолетнюю группу интервала приходится 1,71%, следовательно, группе 10—14 лет будет принадлежать 8,55% или 8,6%, для группы 15—19 лет остается 8,5%. Отсюда, удельный вес групп мальчиков от 0 до 14 лет составит 33,7% (8,6 + 25,1). Для девочек он составит 26,6% (6,8 + 19,8), для возраста 15—19 лет — 6,9%.

В целом для мужчин и женщин возрастная структура в 1979 году имела следующий вид (в %):

	мужчин	женщин
0—14	33,7	26,6
15—49	49,7	47,8
50 и старше	16,6	25,6
Итого	100	100

Женское население региона имеет стационарную структуру, мужское — пока прогрессивную, однако, удельный вес населения от 0 до 14 лет не 40%, а 33,7%; удельный вес пожилых не 10%, а 16,6%, это дает основание сделать вывод, что мужское население вступило в переходный период от прогрессивного к стационарному типу возрастной структуры.

Коэффициент старости (K_s) составил в 1979 году у мужчин 9,2% (6,5 + 2,1 + 0,5 + 0,1), у женщин — 15%.

Для оценки уровня старения населения польский демограф Э. Россет предложил следующую шкалу:

Доля лиц в возрасте 60 лет и старше в общей численности населения, %	Характеристика
Менее 8	Демографическая молодость
8—10	Преддверие старости
10—12	Собственно старение
12 и более	Демографическая старость

В соответствии с этой шкалой мы имеем демографически старое женское население и находящееся в преддверии старости мужское население.

Коэффициент долголетия рассчитывается по формуле:

$$K_{\text{долголетия}} = \frac{S_{80\text{и} >}}{S_{60\text{и} >}} \times 100\%$$

$K_{\text{долголетия}}$ для мужчин в 1979 году составил:

$$\frac{0,5+0,1}{6,5+2,1+0,5+0,1} \times 100\% = 6,5\%$$

Пример 4.

На основе следующих данных найдите недостающие показатели таблиц смертности городского населения области М за 1988—1989 годы:

X воз- раст	Мужской пол				Женский пол			
	l_x	q_x	L_x	e_x	l_x	q_x	L_x	e_x
16	93 251	0,00152		51,04	94 607		94569	
17		0,00167				0,00091	94 437	58,42
18	92 954		92 869	49,20	94 444	0,00102		57,48
19		0,00203	92 690	48,29		0,00112	94 295	
20	92 596	0,00230		47,39	94 242		94 186	55,60
21		0,00261	92 262	46,50	94 130		94 071	
22	92 142	0,00291				0,00131		53,73

При расчетах учтите, что T_{23} для мужского пола — 4 111 362, для женского — 4 957 339.

Для возрастных групп мужчин и женщин от 16 до 21 года определите коэффициенты дожития.

Решение.

Рассмотрим решение задачи на примере исчисления недостающих показателей таблиц дожития для мужского населения (см. табл. 2.2.4).

Таблица 2.2.4.

Фрагмент таблицы смертности (дожития) для мужского населения городских поселений области М за 1988—1989 годы

X	l_x	d_x	q_x	p_x	L_x	T_x	e_x
16	93 251	142	0,00152	0,99848	93 180	4 759 897	51,04
17	93 109	155	0,00167	0,99833	93 036	4 666 717	50,12
18	92 954	170	0,00183	0,99817	92 869	4 573 681	49,20
19	92 784	188	0,00203	0,99797	92 690	4 480 812	48,29
20	92 596	213	0,00230	0,99770	92 490	4 388 122	47,39
21	92 383	241	0,00261	0,99739	92 262	4 295 632	46,50
22	92 142	268	0,00291	0,99709	92 008	4 203 370	45,62
23	91 874					4 111 362	44,75

$$p_x = 1 - q_x, \text{ например, } p_{16} = 1 - 0,00152 = 0,99848$$

$$d_x = q_x \times l_x, \text{ например, } d_{16} = 0,00152 \times 93251 = 142$$

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}, \text{ отсюда, } l_{x+1} = 2L_x - l_x, \text{ например,}$$

$$l_{18} = 2 \times 92869 - 92954 = 92784$$

$$d_{19} = 0,00203 \times 92784 = 188$$

$$l_{20} = 92784 - 188 = 92596.$$

Рассчитаем L_x :

$$L_{16} = \frac{93251 + 93109}{2} = 93180$$

$$L_{17} = \frac{93109 + 92954}{2} = 93036$$

$$L_{18} = \frac{92954 + 92784}{2} = 92869$$

$$L_{19} = \frac{92784 + 92596}{2} = 92690$$

$$L_{20} = \frac{92596 + 92383}{2} = 92490$$

$$L_{21} = \frac{92383 + 92142}{2} = 92262$$

$$L_{22} = \frac{92142 + 91874}{2} = 92008$$

Рассчитаем T_x :

$$T_{22} = 4\,111\,362 + 92\,008 = 4\,203\,370$$

$$T_{21} = 4\,203\,370 + 92\,262 = 4\,295\,632$$

$$T_{20} = 4\,295\,632 + 92\,490 = 4\,388\,122$$

$$T_{19} = 4\,388\,122 + 92\,690 = 4\,480\,812$$

$$T_{18} = 4\,480\,812 + 92\,869 = 4\,573\,681$$

$$T_{17} = 4\,573\,681 + 93\,036 = 4\,666\,717$$

$$T_{16} = 4\,666\,717 + 92\,008 = 4\,758\,725$$

Напоминаем,

что L_x — среднее число живущих в интервале от x до $x+1$ года;
 T_x — число человеко-лет, которые предстоит прожить населению, достигшему x лет, начиная с этого возраста и кончая предельным;

x — возраст;

l_x — число доживших до возраста x лет из каждых 100 000 родившихся x лет назад;

d_x — число умерших в возрасте x лет;

q_x — вероятность умереть в возрасте x лет;

p_x — вероятность дожить до возраста $x+1$ год всем тем, кто достиг возраста x лет;

e_x — средняя предстоящая продолжительность жизни населения, достигшего x лет;

$$\text{коэффициент дожития} = p_x = \frac{L_{x+1}}{L_x}$$

Рассчитаем e_x :

$$e_{16} = \frac{4759897}{93251} = 51,04$$

$$e_{17} = \frac{4666717}{93109} = 50,12$$

$$e_{18} = \frac{4573681}{92954} = 49,20$$

$$e_{19} = \frac{4480812}{92784} = 48,29$$

$$e_{20} = \frac{4388122}{92596} = 47,39$$

$$e_{21} = \frac{4295632}{92383} = 46,50$$

$$e_{22} = \frac{4203370}{92142} = 45,62$$

$$e_{23} = \frac{4111362}{91874} = 44,75$$

Рассчитаем p_x :

$$p_{16} = 093036:93180 = 0,99845$$

$$p_{17} = 092869:93036 = 0,99820$$

$$p_{18} = 092690:92869 = 0,99807$$

$$p_{19} = 092490:92690 = 0,99784$$

$$p_{20} = 092262:92490 = 0,99754$$

$$p_{21} = 092008:92262 = 0,99725$$

В нашем примере из каждых 100 000 родившихся мальчиков до 16 лет доживало 93 251, до 20 лет — 92 596, до 22 лет — 92 142. Таким образом, к возрасту получения образования, специальности, создания семьи из каждых 100 000 не доживало 7858 мужчин.

В 16 лет мужчины имели вероятность прожить еще 51,04 года, т.е. их средняя продолжительность жизни была бы 67 лет, в 22 года — 77,62 года (22,00 + 45,62).

Число умерших в возрасте 16 лет составило 142 человека, в 22 года 268 человек, т.е. выросло в 1,9 раза. Из года в год растет вероятность умереть. К 22 годам она достигла 0,00291, т.е. из каждых 100 000 человек, достигших возраста 22 года, имели вероятность не достигнуть 23 лет — 291 человек.

Пример 5.

На основе следующих данных определите численность женского населения, вступающего в рабочий возраст и выходящих из него в районах А и В в 1996—2000 годах.

X возраст	Район А		Район В	
	Среднее число живущих — L_x	Численность женщин на 01.01.96	Среднее число живущих — L_x	Численность женщин на 01.01.96
12	96 612	18 920	96 711	19 132
13	96 584	19 230	96 574	19 275
14	96 498	19 780	96 508	19 797
15	96 399	19 510	96 402	19 901
16	96 340	19 530	96 343	20 236
...	...	...	...	...
51	88 948	23 930	88 954	18 944
52	88 562	23 083	88 583	19 011
53	87 984	22 074	87 992	19 315
54	87 412	21 592	87 422	19 427
55	86 872	20 384	86 913	19 850

Сравните полученные данные по годам и на конец изучаемого периода по районам.

Решение.

Расчет проведем методом возрастных передвижек на примере женского населения района А. Для этого рассчитаем значения коэффициента дожития по формуле:

$$p_x = \frac{L_{x+1}}{L_x},$$

$$\begin{aligned} p_{12} &= 96584:96612 = 0,99971 \\ p_{13} &= 96498:96584 = 0,99911 \\ p_{14} &= 96399:96498 = 0,99897 \\ p_{15} &= 96340:96399 = 0,99339 \\ p_{51} &= 88562:88948 = 0,99566 \\ p_{52} &= 87984:88562 = 0,99347 \\ p_{53} &= 87412:87984 = 0,99350 \\ p_{54} &= 86872:87412 = 0,99382. \end{aligned}$$

После того, как получен коэффициент дожития для каждого возраста, проведем возрастные передвижки по формуле:

$$S_{x+1} = S_x \times p_x \text{ (см. табл. 2.2.5.)}$$

Таблица 2.2.5.

Ожидаемая численность женщин в возрасте 16 и 55 лет в 1996—2000 годах в районе А

X возраст	p_x	Численность на 01.01.96	«Ожидаемая» численность на начало года			
			1997	1998	1999	2000
12	0,99971	18 920				
13	0,99911	19 230	18 914			
14	0,99897	19 780	19 213	18 897		
15	0,99339	19 510	19 760	19 193	18 878	
16	-	19 530	19 381	19 629	19 066	18 573
...	...	...	...	...	...	...
51	0,99566	23 930				

X возраст	p_x	Численность на 01.01.96	«Ожидаемая» численность на начало года			
			1997	1998	1999	2000
52	0,99347	23 083	23 826			
53	0,99350	22 074	22 932	23 670		
54	0,99382	21 592	21 931	22 783	23 516	
55	-	20 384	21 459	21 795	22 745	23 372
Разница в численности населения в возрастах						
16 и 55 лет		-854	-2078	-2166	-3679	-4619

Число женщин, вступающих в рабочий возраст в районе А, к 2000 году по сравнению с 1996 годом сократится на 777 человек. Число женщин, выходящих из рабочего возраста, к 2000 году возрастет по сравнению с 1996 годом на 2988 человек. Число женщин, выходящих из рабочего возраста, превысит число вступающих в него в 1997 году на 2078 человек, в 1998 году на 2166 человек, в 1999 году на 3679 человек, в 2000 году на 4619 человек.

Пример 6.

Имеются следующие данные о возрастных показателях смертности мужчин и женщин в России на конец 1993 года, взятой за стандарт:

Возрастная группа	Число умерших на 1000 человек соответствующей возрастной группы, %		Стандарт возрастной структуры населения, %
	мужчин	женщин	
Все население	16,1	13,0	100,0
0—4	4,5	3,5	6,0
5—9	0,7	0,4	8,2
10—14	0,7	0,4	7,7
15—19	2,1	0,8	7,2
20—24	3,8	1,0	6,7
25—29	5,1	1,2	6,5

Возрастная группа	Число умерших на 1000 человек соответствующей возрастной группы, %		Стандарт возрастной структуры населения, %
	мужчин	женщин	
30—34	7,0	1,6	8,4
35—39	9,3	2,4	8,6
40—44	13,3	3,7	7,8
45—49	17,8	5,4	5,0
50—54	25,3	7,9	5,3
55—59	31,3	10,9	6,0
60—64	45,3	16,7	5,2
65—69	59,4	25,6	4,9
70 и старше	118,8	87,8	6,5

Рассчитайте стандартизованные коэффициенты смертности мужчин и женщин России, сравните полученные показатели.

Решение.

Общий коэффициент смертности мужчин выше этого показателя у женщин на 23,8% ($\frac{16,1}{13,0} \times 100$) или на 3,1 промильных пункта (16,1 — 13,0).

Известно, что возрастная структура мужчин значительно отличается от возрастной структуры женщин преобладанием численности в младших возрастах и резким сокращением ее в старших возрастах. На каждых 100 девочек родится 105—106 мальчиков, поэтому в возрастных группах до 20 лет преобладают мальчики.

Для установления действительного положения вещей рассчитаем стандартизованные коэффициенты смертности для мужского населения. Расчет их проводится на основе использования агрегатной формы общих индексов:

$$I_{m_x} = \frac{\sum m_i^x T_x}{\sum m_j^x T_x},$$

где

m_i^x — уровень возрастной смертности в группе i ;

m_j^x — уровень возрастной смертности в группе j ;

T_x — стандарт возрастной структуры.

За стандарт обычно принимается возрастная структура населения, в которую входят обе сравниваемые группы населения.

Проведем расчет стандартизованного коэффициента смертности мужского населения России за 1993 год.

Возрастная группа	Стандартизованный коэффициент
0—4	$4,5 \times 6,0 / 100 = 0,27$
5—9	$0,7 \times 8,2 / 100 = 0,06$
10—14	$0,7 \times 7,7 / 100 = 0,05$
15—19	$2,1 \times 7,2 / 100 = 0,15$
20—24	$3,8 \times 6,7 / 100 = 0,25$
25—29	$5,1 \times 6,5 / 100 = 0,33$
30—34	$7,0 \times 8,4 / 100 = 0,59$
35—39	$9,3 \times 8,6 / 100 = 0,80$
40—44	$13,3 \times 7,8 / 100 = 1,04$
45—49	$17,8 \times 5,0 / 100 = 0,89$
50—54	$25,3 \times 5,3 / 100 = 1,34$
55—59	$31,3 \times 6,0 / 100 = 1,88$
60—64	$45,3 \times 5,2 / 100 = 2,36$
65—69	$59,4 \times 4,9 / 100 = 2,91$
70 и ст.	$118,8 \times 6,5 / 100 = 7,72$
Итого	20,64

Следовательно, при возрастной структуре всего населения страны у мужчин коэффициент смертности составил бы 20,61‰.

Пример 7.

За отчетный период по области исчислены следующие показатели:

Коэффициент брачной плодовитости	132,0‰
Коэффициент внебрачной плодовитости	28,0‰
Доля женщин, состоящих в браке	0,57

Определите коэффициент общей плодовитости для населения области за отчетный год.

Решение.

1. Доля женщин в возрасте 15—49 лет, не состоящих в браке $1,0 - 0,57 = 0,43$.

2. Общий коэффициент плодовитости или специальный коэффициент рождаемости:

$$\frac{132,0 \times 0,57 + 28,0 \times 0,43}{0,57 + 0,43} = 75,2 + 12,0 = 87,3\text{‰}.$$

Пример 8.

Численность постоянного населения района на начало года составила 222 тыс. человек, на конец года — 228 тысяч. За год в районе родилось 5,2 тыс. детей, умерло 2 тыс. человек.

Исчислите:

- 1) коэффициенты естественного движения населения, оборота и экономичности воспроизводства;
- 2) коэффициент жизненности населения;
- 3) коэффициент миграций.

Покажите роль естественного прироста и миграции в формировании населения района.

Решение.

$$\bar{S} = \frac{222 + 228}{2} = 225 \text{ тыс. человек}$$

$$n = \frac{5200}{225000} \times 1000 = 23,1\%$$

$$m = \frac{2000}{225000} \times 1000 = 8,9\%$$

$$K_{n-m} = 23,1 - 8,9 = 14,2\%$$

$$K_{n+m} = 23,1 + 8,9 = 32,0\%$$

$$K_{\text{экономичности воспроизводства}} = \frac{14,2}{32,0} = 0,444 \text{ — удельный вес есте-}$$

ственного прироста в общем обороте населения.

$$K_{\text{Покровского}} = \frac{N}{M} = \frac{5200}{2000} = 2,6 \text{ родившихся на одного умершего.}$$

Абсолютный прирост $228\,000 - 222\,000 = 6000$ человек, в том числе за счет естественного прироста $5200 - 2000 = 3200$ человек, за счет положительного сальдо миграции $6000 - 3200 = 1800$ человек.

Население района формируется на $\frac{3200}{6000} \times 100\% = 53,3\%$ за счет естественного прироста и на $46,7\%$ за счет миграции.

$$K_{\text{миграции}} = \frac{1800}{225000} \times 1000 = 8,0\%$$

Пример 9.

Имеются следующие данные за два периода:

Показатели	Базисный период	Отчетный период
1. Коэффициент занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста	95,0	95,5
2. Доля трудоспособного населения трудоспособного возраста	59,0	61,0

Продолжение табл.

Показатели	Базисный период	Отчетный период
3. Доля населения трудоспособного возраста	97,0	98,0
4. Доля трудовых ресурсов	60,0	61,0

Рассчитайте индекс занятости, оцените степень влияния факторов, составляющих индексную модель.

Решение.

$$I_{K_{\text{зан.}}} = \frac{{}^1K_{\text{зан.}}^{\text{THTв}} \times {}^1d^{\text{THTв}} \times {}^1d^{\text{HTв}} \times {}^1d^{\text{TP}}}{{}^0K_{\text{зан.}}^{\text{THTв}} \times {}^0d^{\text{THTв}} \times {}^0d^{\text{HTв}} \times {}^0d^{\text{TP}}} = I_{K_{\text{зан.}}}^{\text{THTв}} \times I_d^{\text{THTв}} \times I_d^{\text{HTв}} \times I_d^{\text{TP}},$$

где $I_{K_{\text{зан.}}}^{\text{THTв}}$ — индекс коэффициента занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста;

$I_d^{\text{THTв}}$ — индекс доли трудоспособного населения трудоспособного возраста;

$I_d^{\text{HTв}}$ — индекс доли населения трудоспособного возраста;

I_d^{TP} — индекс доли трудовых ресурсов.

$$I_{K_{\text{зан.}}} = \frac{95,5 \times 61,0 \times 98,0 \times 61,0}{95,0 \times 59,0 \times 97,0 \times 60,0} = 1,005 \times 1,034 \times 1,01 \times 1,017 = 1,067$$

или 106,7%.

Степень влияния факторов, составляющих индексную модель, можно определить, используя следующие формулы:

а) прирост уровня занятости в результате изменения коэффициента занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста:

$$\Delta K_{\text{зан.}} (K_{\text{зан.}}^{\text{THTв}}) = ({}^1K_{\text{зан.}}^{\text{THTв}} - {}^0K_{\text{зан.}}^{\text{THTв}}) \times {}^1d^{\text{THTв}} \times {}^1d^{\text{HTв}} \times {}^1d^{\text{TP}} = (0,955 - 0,95) \times 0,61 \times 0,98 \times 0,61 = 0,0018,$$

где 1 — отчетный период;

0 — базисный период;

б) изменение доли населения трудоспособного возраста:

$$\Delta K_{\text{зан.}}(d^{\text{HTв}}) = {}^0K_{\text{зан.}}^{\text{ТНТв}} \times {}^0d^{\text{ТНТв}} \times ({}^1d^{\text{ТНТв}} - {}^0d^{\text{ТНТв}}) \times {}^1d^{\text{ТР}} =$$

$$= 0,95 \times 0,59 \times (0,98 - 0,97) \times 0,61 = 0,0034;$$

в) изменение доли трудоспособного населения трудоспособного возраста:

$$\Delta K_{\text{зан.}}(d^{\text{ТНТв}}) = {}^0K_{\text{зан.}}^{\text{ТНТв}} \times ({}^1d^{\text{ТНТв}} - {}^0d^{\text{ТНТв}}) \times {}^1d^{\text{ТНТв}} \times {}^1d^{\text{ТР}} =$$

$$= 0,95 \times (0,61 - 0,59) \times 0,98 \times 0,61 = 0,0114;$$

г) изменение доли трудовых ресурсов:

$$\Delta K_{\text{зан.}}(d^{\text{ТР}}) = {}^0K_{\text{зан.}}^{\text{ТНТв}} \times {}^0d^{\text{ТНТв}} \times {}^0d^{\text{ТНТв}} \times ({}^1d^{\text{ТР}} - {}^0d^{\text{ТР}}) =$$

$$= 0,95 \times 0,59 \times 0,97 \times (0,61 - 0,60) = 0,0054.$$

Пример 10.

Имеются следующие данные по двум областям:

Показатели	Области	
	№ 1	№ 2
1. Население области на начало года, тыс. чел.	900	2800
2. Доля населения в трудоспособном возрасте, %	60	59
3. Процент нетрудоспособного и незанятого населения	1,5	1,8
4. Занято в народном хозяйстве, тыс. чел.	520	1900
5. Занято в народном хозяйстве подростков и лиц старше пенсионного возраста, тыс. чел.	25	80

Используя эти данные, рассчитайте коэффициент занятости населения по каждой области.

Сделайте выводы.

Решение.

Область № 1:

$$K_{\text{зан. нас.}} = \frac{\text{Числен. занят.}}{\text{Числен. трудоспособ. нас. трудоспособ. возраста}} \times$$

$$\times \frac{\text{Числен. трудоспособ. нас. трудоспособ. возраста}}{\text{Числен. нас. трудоспособн. возр.}} \times$$

$$\times \frac{\text{Числен. нас. трудоспособ. возр.}}{\text{Числен. труд. ресурсов}} \times \frac{\text{Числен. труд. ресурсов}}{\text{Общая числен. нас.}} =$$

$$= \frac{520}{900 \times 0,6 \times (1,000 - 0,015)} \times \frac{900 \times 0,6 \times (1,000 - 0,015)}{900 \times 0,6} \times \frac{900 \times 0,6}{520 + 25} \times$$

$$\times \frac{520 + 25}{900} = 0,977 \times 0,985 \times 0,991 \times 0,61 = 0,58.$$

Пример 11.

Имеются следующие данные по региону на начало месяца (тыс. чел.):

Месяцы	Базисный год		Отчетный год	
	Численность незанятых	Заявленная потребность	Численность незанятых	Заявленная потребность
Январь	476,45	705,55	990,9	304
Февраль	518,5	529,85	1039,45	306
Март	585,15	470,1	1072,95	334,45
Апрель	656,55	429,5	1083,31	381,2
Май	718,85	404,3	1070,4	438,4
Июнь	761,1	399,05	1029,1	495,65
Июль	811,3	387,3	995,95	515
Август	873,5	370,2	983,75	510,8
Сентябрь	912,8	352,35	973,7	503,15
Октябрь	951,75	328,45	981,4	474,4
Ноябрь	998,1	305,25	1024,9	419,65
Декабрь	991,0	300,75	1070,05	369

Охарактеризуйте соотношение спроса и предложения на рабочую силу, используя численность незанятых и заявленную потребность в работниках. Выявите месяцы наибольшей напряженности в численности незанятых и в заявленных местах.

Рассчитайте средние годовые показатели незанятых и заявленных мест.

В каком году была более интересная тенденция по этим параметрам?

Решение.

Соотношение спроса и предложения на рабочую силу можно охарактеризовать относительной величиной координации.

Базисный год:

$$\text{январь} \quad - \frac{705,55}{476,45} = 1,481;$$

$$\text{февраль} \quad - 1,021;$$

$$\text{март} \quad - 0,803;$$

$$\text{апрель} \quad - 0,654;$$

$$\text{май} \quad - 0,562;$$

$$\text{июнь} \quad - 0,477;$$

$$\text{июль} \quad - 0,477;$$

$$\text{август} \quad - 0,424;$$

$$\text{сентябрь} \quad - 0,386;$$

$$\text{октябрь} \quad - 0,345;$$

$$\text{ноябрь} \quad - 0,306;$$

$$\text{декабрь} \quad - 0,304.$$

По рассчитанным данным видно, что только в начале года в течение января и февраля число заявок на рабочие места превышало их потребность.

Средние годовые показатели по незанятым и заявленным рабочим местам находим, используя формулу средней хронологической простой:

$$\bar{X} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \dots + \frac{1}{2}x_n}{n-1}$$

$$\bar{X}_{\text{незан.}} = \frac{\frac{1}{2}476,45 + 518,5 + 585,15 + \dots + \frac{1}{2}991,0}{12-1} =$$

$$= \frac{8521,33}{11} = 774,7 \text{ тыс. чел.}$$

$$\bar{X}_{\text{заявл.}} = \frac{\frac{1}{2}705,55 + 529,85 + 470,1 + \dots + \frac{1}{2}300,75}{12-1} =$$

$$= \frac{4479,5}{11} = 407,2 \text{ тыс. чел.}$$

Пример 12.

Имеются следующие данные по двум регионам (тыс. чел.):

Показатели	Регионы	
	А	Б
1. Трудоспособное население в трудоспособном возрасте	2500	1800
2. Занятые лица старших возрастов	120	60
3. Занято подростков	3	2
4. Всего занято в отраслях народного хозяйства	1200	700
5. Учащиеся в трудоспособном возрасте, обучающиеся с отрывом от производства	130	100
6. Численность зарегистрированных безработных	6	7
7. Служители религиозных культов	0,4	0,3
8. Численность трудоспособных, незанятых трудовой деятельностью граждан, проходящих профессиональное обучение по направлению службы занятости	0,2	0,2

Определите:

1. Численность трудовых ресурсов.
2. Экономически активное население.
3. Уровень официально зарегистрированной безработицы.
4. Трудоспособное население в трудоспособном возрасте, занятое в личном подсобном и домашнем хозяйстве.

Решение.

Регион А:

1. Численность трудовых ресурсов = 2500 + 120 + 3 = 2623 (тыс. чел.).

2. Экономически активное население = $1200 + 6 + 0,2 = 1206,2$ (тыс. чел.).

3. Уровень официально зарегистрированной безработицы = $\frac{6 + 0,2}{1206,2} \times 100 = 0,51\%$.

4. Трудоспособное население, занятое в личном подсобном и домашнем хозяйстве = $2500 - 130 - 0,4 - 6 - 0,2 = 1163,4$ (тыс. чел.).

2.3. СТАТИСТИКА УРОВНЯ ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ

Задача 2.3.1.

Темпы роста валового национального располагаемого дохода республики составили за пять лет 65%. Доля конечного потребления в общем объеме валового национального располагаемого дохода повысилась с 70 до 73%. Численность населения за этот период увеличилась на 3%.

Определите:

1. Индекс валового сбережения в республике.
2. Индекс уровня потребления благ и услуг на душу населения.

Сделайте выводы.

Задача 2.3.2.

Среднемесячная заработная плата за вычетом налогов рабочих и служащих составила: в базисном году — 1300 рублей, в отчетном — 1500 рублей. Цены на потребительские товары и услуги в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличились на 5%. Доля налогов в общей заработной плате в базисном периоде составляла 16%, в отчетном — 18%.

Определите:

1. Индекс покупательной способности рубля.
2. Индексы номинальной и реальной заработной платы.

Задача 2.3.3.

Среднемесячная заработная плата рабочих и служащих за вычетом налогов в базисном году составила 840 руб., в отчет-

ном — 880 руб., цены на потребительские товары и услуги повысились в отчетном периоде по сравнению с базисным на 15%. Выплаты трансфертов (в ценах соответствующих лет) на одного рабочего и служащего составили в базисном году 100 руб., в отчетном — 150 руб.

Определите:

1. Индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах.
2. Индекс реальных доходов рабочих и служащих.

Задача 2.3.4.

Личные доходы населения в текущих ценах составляли в базисном году 21 тыс. руб., а в отчетном 43 тыс. руб. За это время средняя величина выплаченных налогов и обязательных платежей из личных доходов увеличилась с 3 до 6 тыс. руб., а индекс покупательной способности денег оказался равен 0,3.

Определите:

1. Индекс роста номинальных доходов населения.
2. Индекс располагаемых личных доходов.
3. Индекс реальных личных доходов.

Задача 2.3.5.

Уровень реальных доходов населения одного из регионов увеличился за год на 20%. Номинальные доходы (в текущих ценах) составили: к началу года — 1220 руб., к концу года — 1550 руб.; доля налоговых платежей в номинальном доходе изменилась с 20 до 25% соответственно.

Охарактеризуйте годовую инфляцию, рассчитав индекс покупательной способности денег.

Задача 2.3.6.

Год назад среднедушевой реальный доход по региону составлял 780 руб., средняя сумма налоговых платежей равнялась 90 руб. За год доля налоговых платежей возросла на 30%, индекс покупательной способности денег составил 0,3, а номинальный среднедушевой доход увеличился в 3,2 раза.

Рассчитайте величину среднедушевого реального дохода за год.

Задача 2.3.7.

Среднемесячная заработная плата в текущих ценах за вычетом налогов и обязательных платежей составила в базисном году 740 руб., в отчетном 820 руб., потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,35 раза. Доля налогов в общей заработной плате составила в базисном году 12%, в отчетном 16%.

Рассчитайте:

1. Индекс покупательной способности денег.
2. Индекс номинальной заработной платы.
3. Индекс номинальной располагаемой заработной платы.
4. Индекс реальной заработной платы.

Задача 2.3.8.

Имеются следующие данные о среднедушевых доходах и расходах на оплату услуг по совокупности семей в базисном и отчетном периодах:

	Базисный период	Отчетный период
Средний годовой доход на душу, млн. руб.	3,2	4,5
Расходы на оплату услуг, млн. руб.	0,4	0,6

Определите коэффициент эластичности расходов на оплату услуг в зависимости от роста доходов.

Задача 2.3.9.

Имеются следующие данные о доходах и потреблении продуктов питания по группам семей:

Группа семей	Среднегодовой доход на душу, тыс. руб.	Расходы на питание на душу в год, тыс. руб.
1	1,8	1,1
2	3,2	1,9
3	5,6	3,4

Определите коэффициенты эластичности расходов на питание по группам семей в зависимости от дохода.

Задача 2.3.10.

Имеются следующие данные о расходовании денежных доходов населения за два периода (в среднем на душу в месяц, тыс. руб.):

	1993 г.	1995 г.
Денежные доходы	45,2	532,9
из них использовано на:		
покупку товаров и оплату услуг	31,1	375,7
оплату обязательных платежей и взносов	3,4	35,7
накопление сбережений во вкладах и ценных бумагах	2,8	26,6
покупку валюты	3,6	76,2
прирост (+), уменьшение (-) денег на руках	4,3	18,7

Определите:

- 1) структуру использования денежных доходов населения в 1993 и 1995 годах;
- 2) оцените структурные сдвиги, происшедшие в распределении использованных денежных доходов населения.

Сделайте выводы.

Задача 2.3.11.

По материалам одного из обследований домашних хозяйств получены следующие данные:

Доход	В составе совокупных доходов семьи		Всего
	есть доход от предпринимательской деятельности	нет дохода от предпринимательской деятельности	
Выше прожиточного минимума	140	100	240
Ниже прожиточного минимума	70	340	410
Итого	210	440	650

Найдите коэффициент ассоциации между источниками доходов (наличием дохода от предпринимательской деятельности) и уровнем дохода.

Задача 2.3.12.

Имеются следующие данные о распределении населения одной из областей Западной Сибири по среднедушевым денежным доходам (в %):

Группы населения по денежным доходам в расчете на душу населения в среднем за месяц, тыс. руб.	1995	1996
Всего в том числе:	100,0	100,0
до 100,0	3,7	0,9
100,0—150,0	10,5	3,5
150,0—200,0	14,4	6,3
200,0—250,0	14,5	8,2
250,0—300,0	12,7	9,0
300,0—350,0	10,4	8,9
350,0—400,0	8,1	8,4
400,0—450,0	6,2	7,6
450,0—500,0	4,7	6,7
500,0—600,0	6,2	10,9
600,0—700,0	3,5	8,9
700,0—800,0	2,0	5,8
800,0—900,0	1,2	4,2
900,0—1000,0	0,7	3,0
свыше 1000,0	1,2	7,7

Определите:

1) среднедушевой месячный доход населения области в 1995 и 1996 годах;

2) среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации в 1995 и 1996 годах;

3) медианные размеры среднедушевых месячных доходов населения области в 1995 и 1996 годах.

Сравните полученные показатели.

Сделайте выводы.

Задача 2.3.13.

Имеются следующие показатели, характеризующие уровень жизни населения России в 1990—1995 годах:

	1990 г.	1995 г.
Среднемесячная заработная плата, работающих в экономике, тыс. руб.	0,3	483,6
Денежные доходы (в среднем на душу в месяц), тыс. руб.	0,2	532,9
Средний размер назначенных пенсий (в месяц), тыс. руб.	0,1	183,5
Прожиточный минимум (в среднем на душу в месяц), тыс. руб.	0,1	264,1

Определите:

1) базисные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпы роста и темпы прироста:

а) среднемесячной заработной платы работающих;

б) денежных доходов населения;

в) среднего размера пенсий;

г) прожиточного минимума;

2) отношение к прожиточному минимуму (в процентах):

а) среднемесячной заработной платы;

б) среднедушевых денежных доходов;

в) среднего размера назначенных пенсий.

Проанализируйте полученные показатели, сделайте выводы.

Задача 2.3.14.

Для оценки уровня жизни региона проведен 5% опрос, в результате чего установлено:

Группы опрошенных по уровню среднедушевого дохода, минимальных заработных плат в месяц	Число опрошенных
До 2	100
2—4	600
4—6	800
6—8	320
8—10	60
10—12	60
12 и более	60

Определите:

- 1) среднедушевой доход опрошенных;
- 2) долю опрошенных со среднедушевым доходом 12 минимальных заработных плат и более;
- 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднедушевые доходы населения региона, а также долю наиболее обеспеченного населения (более 12 минимальных заработных плат);
- 4) уровень среднедушевых доходов у 10% наиболее и наименее обеспеченных граждан региона.

Сделайте выводы.

Задача 2.3.15.

Имеются следующие данные за 1996 год по одному из регионов Западной Сибири:

	Кварталы			
	I	II	III	IV
Начисленная среднемесячная заработная плата на одного работника, тыс. руб.	695,3	790,0	837,4	917,3
Доля налогов и сборов в начисленной заработной плате, %	6,9	7,0	7,1	7,2
Индекс потребительских цен (в % к предыдущему периоду)	1,0	107,6	102,4	106,6

Определите:

- 1) сводный индекс потребительских цен на товары и услуги за 1996 год;
- 2) индекс покупательной способности рубля;
- 3) размер реальной заработной платы одного работника по кварталам;
- 4) средний размер реальной заработной платы одного работника в 1996 году;
- 5) показатели динамики реальной заработной платы.

Задача 2.3.16.

Среднедушевой доход населения вырос в отчетном периоде по сравнению с базисным в 1,3 раза, а потребление мясопродуктов увеличилось на 7%.

Определите коэффициент эластичности потребления мясопродуктов от роста доходов.

Задача 2.3.17.

Определите, как изменилась покупательная способность рубля за 2 полугодие 1996 года, если индекс потребительских цен на товары и услуги (в % к предыдущему месяцу) составил: июль — 100,3; август — 102,1; сентябрь — 101,7; октябрь — 102,4; ноябрь — 102,3; декабрь — 101,8.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Пример 1.

Среднемесячная заработная плата за вычетом налогов рабочих и служащих в базисном году составила 740 руб., в отчетном — 840 руб., цены на потребительские товары и услуги повысились в отчетном периоде по сравнению с базисным на 25%. Выплаты трансфертов (в ценах соответствующих лет) на одного рабочего и служащего составили в базисном году 100 руб., в отчетном 150 руб.

Определите:

1. Индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах.
2. Индекс реальных доходов рабочих и служащих.

Решение.

1. Индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах определяется:

$$I_{\text{сов. дох.}} = \frac{СДН_1}{СДН_0},$$

где $СДН_0, СДН_1$ — номинальные совокупные доходы рабочих и служащих в базисном и отчетном периодах соответственно.

Совокупные доходы населения складываются из личных доходов населения (заработной платы, премий, отпускных, различных надбавок, доходы от собственности, предпринимательства и т.д.) и стоимости бесплатных или на льготных условиях

предоставляемых государственными и общественными организациями населению услуг и материальных благ.

$$I_{\text{сов.дох.}} = \frac{840 \cdot 12 + 150}{740 \cdot 12 + 100} = 1,139 \text{ или } 113,9\%.$$

2. Индекс реальных доходов рабочих и служащих:

$$I_{\text{реал.дох.}} = \frac{РДН_1}{РДН_0},$$

где $РДН_0, РДН_1$ — реальные совокупные доходы населения соответственно в базисном и отчетном периодах. Реальные доходы — это номинальные с поправкой на индекс потребительских цен:

$$РДН_1 = \frac{СДН_1}{I_p} = СДН_1 \cdot I_{\text{покуп. способ. денег}}$$

так как $I_{\text{покуп. способ. денег}}$ — индекс покупательной способности денег равен

обратной величине индекса потребительских цен (I_p):

$$I_{\text{покуп. способ. денег}} = \frac{1}{I_p}$$

$$\text{Тогда: } I_{\text{реал.дох.}} = \frac{СДН_1 \cdot I_{\text{покуп. способ. денег}}}{СДН_0} = I_{\text{сов.дох.}} \cdot I_{\text{покуп. способ. денег}} = I_{\text{сов.дох.}} \cdot \frac{1}{I_p}$$

Рассчитаем индекс реальных доходов населения:

$I_p = 1,25$ — по условию примера, следовательно,

$$I_{\text{реал.дох.}} = \frac{1,139}{1,25} = 0,911 \text{ или } 91,1\%.$$

Несмотря на то, что номинальные доходы рабочих и служащих выросли на 13,9%, реальные снизились на $(91,1\% - 100,0\% = -8,9\%)$ 8,9%.

Пример 2.

Среднемесячная заработная плата в текущих ценах за вычетом налогов и обязательных платежей составила в базисном году 840 руб., в отчетном 920 руб., потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,5 раза. Доля налогов в общей заработной плате составила в базисном году 12%, в отчетном 18%.

Рассчитайте:

1. Индекс покупательной способности денег.
2. Индекс номинальной заработной платы.
3. Индекс номинальной располагаемой заработной платы.
4. Индекс реальной заработной платы.

Решение.

1. Индекс покупательной способности рубля (методику расчета см. пример 1.) равен:

$$I_{\text{покуп. способ. денег}} = \frac{1}{1,5} = 0,667 \text{ или } 66,7\%.$$

Покупательная способность рубля снизилась на 33,3%.

2. Индекс номинальной заработной платы:

$$I_{\text{ном.ЗП}} = \frac{\text{Ном.ЗП}_1}{\text{Ном.ЗП}_0},$$

где $\text{Ном.ЗП}_0, \text{Ном.ЗП}_1$ — номинальная заработная плата в базисном и отчетном периодах соответственно.

$$I_{\text{ном.ЗП}} = \frac{920}{840} = 1,095 \text{ или } 109,5\%.$$

3. Номинальная располагаемая заработная плата (Ном. РЗП) равна номинальной (Ном. ЗП) за вычетом налогов и обязательных платежей (НП). Следовательно,

$$I_{\text{ном.РЗП}} = \frac{\text{Ном.РЗП}_1}{\text{Ном.РЗП}_0} = \frac{\text{Ном.ЗП}_1 - \text{НП}_1}{\text{Ном.ЗП}_0 - \text{НП}_0} = \frac{\text{Ном.ЗП}_1(1 - d_{\text{НП}})}{\text{Ном.ЗП}_0(1 - d_{\text{НП}})},$$

где $d_{\text{НП}0}, d_{\text{НП}1}$ — доля налогов в номинальной заработной плате, соответственно в базисном и отчетном периодах:

$$d_{\text{НП}0} = \frac{\text{НП}_0}{\text{Ном.ЗП}_0}, d_{\text{НП}1} = \frac{\text{НП}_1}{\text{Ном.ЗП}_1}$$

$$I_{\text{ном.РЗП}} = \frac{920(1 - 0,18)}{840(1 - 0,12)} = 1,021 \text{ или } 102,1\%.$$

4. Реальная заработная плата равна номинальной располагаемой заработной плате помноженной на индекс покупательной способности рубля.

Индекс реальной заработной платы:

$$I_{\text{реал.ЗП}} = I_{\text{ном.РЗП}} \cdot I_{\text{покуп. способ. денег}}$$

$$I_{\text{реал.ЗП}} = 1,021 \cdot 0,667 = 0,681 \text{ или } 68,1\%.$$

Реальная заработная плата в отчетном периоде снизилась на 31,9% по сравнению с базисным.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Раздел 1. Теория статистики	
1.1. Статистическое наблюдение	5
1.2. Сводка и группировка	7
Решение типовых задач	17
1.3. Статистические величины	31
Решение типовых задач	45
1.4. Выборочное наблюдение	60
Решение типовых задач	69
1.5. Статистическое изучение взаимосвязи	75
Решение типовых задач	89
1.6. Ряды динамики	101
Решение типовых задач	117
1.7. Анализ структуры и структурных изменений	158
Решение типовых задач	176
1.8. Индексы	199
Решение типовых задач	215
Раздел 2. Статистика в прикладных исследованиях	
2.1. Статистическая оценка экономического развития страны	223
Решение типовых задач	249
2.2. Статистика численности, состава и занятости населения	295
Решение типовых задач	311
2.3. Статистика уровня жизни населения	342
Решение типовых задач	349



Глинский В.В., Долженкова В.Г., Майкова Л.П., Николаева Е.Д.,
Серга Л.К., Харченко Л.П., Ярославцева Л.П.

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СТАТИСТИКИ**

Учебное пособие
Под редакцией к.э.н., доцента Серга Л.К.

Издание 2-е

Редактор И.В. Баранова
Корректор Н.Н. Зубенко
Подготовка оригинал-макета В.А. Жилкин
Подписано в печать 20.02.01.
Формат 60×88/16. Бумага типографская. Гарнитура Times.
Печ. л. 22,5. Тираж 1000 экз. ЛР № 066622 от 26.05.99
Заказ № 190.

Информационно-издательский дом «ФИЛИНЪ»
109429, г. Москва, ул. Верхние поля, д. 24
E-mail: FIL.IN@g23.relcom.ru

ООО «Рилант»
Тел.: (095) 359 1390
111401, г. Москва, а/я 13

ISBN 5-9216-0016-4



9 785921 600164 >

Отпечатано в АООТ «Политех-4»
129110, г. Москва, Б. Переяславская, 46



E-mail: FIL.IN@g23.relcom.ru

КНИГИ
ИНФОРМАЦИОННО-ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА
«ФИЛИНЪ»

МОЖНО ПРИОБРЕСТИ В МАГАЗИНАХ

МОСКВЫ:

- «БИБЛИО-ГЛОБУС» — ул. Мясницкая, 6
Тел.: (095) 928 3567
- «МОСКОВСКИЙ ДОМ КНИГИ» — ул. Новый Арбат, 8
Тел.: (095) 290 3580
- «МОЛОДАЯ ГВАРДИЯ» — ул. Большая Полянка, 28
Тел.: (095) 238 5083
- ТОРГОВЫЙ ДОМ КНИГИ «МОСКВА» — ул. Тверская, 8
Тел.: (095) 229 7355
- ДОМ ДЕЛОВОЙ КНИГИ — ул. Марксистская, 9
Тел.: (095) 270 5420, 270 5421

САНКТ-ПЕТЕРБУРГА:

- «СПб ДОМ КНИГИ» — Невский пр-т, 28
Тел.: (812) 219 6438
- «ДОМ ДЕЛОВОЙ КНИГИ» — Лиговский пр-т, 99
Тел.: (812) 164 5069



БИЗНЕС-КНИГА

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН ДЕЛОВОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Ваш заказ. [Http://www.bizbook.ru](http://www.bizbook.ru)

Японские свечи: графический анализ финансовых рынков 1160.00 10

Сумма: 11600.00 руб.

Скидка: -1160 (10%) руб.

Регион: Чукотский округ

Оплата и доставка: Безналичная предоплата, почта

Стоимость доставки: 1237.56 руб.

Вес заказа: 15950 гр.

Итого: 11677.56 руб.

Самая точная информация о наличии

Круглосуточно, без выходных

Доставка по России

Курьерская доставка по Москве

Минимальный срок исполнения заказа

Система скидок

Подписка на книжные новинки

Контроль над выполнением заказа

Специальные партнерские программы

для владельцев сайтов



МОСКВА, УЛ. Б. ОРДЫНКА, ДОМ 19, СТР. 2 ТЕЛЕФОН/ФАКС: (095) 953-19-76

WWW.BIZBOOK.RU